## УДК 62-83

А.Н.ЗАЙЦЕВ, ведущий инженер, ИТСТ НАН Украины «Трансмаг» (Украина), В.Э.ВОСКОБОЙНИК, канд.техн.наук, ст. научн. сотр., ИТСТ НАН Украины «Трансмаг», С.В.КОМАРОВ, ведущий инженер, ИТСТ НАН Украины «Трансмаг», А.С.ВОРОШИЛОВ, ведущий инженер, ИТСТ НАН Украины «Трансмаг»

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИВОДА С ЛИНЕЙНЫМ СИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ

Запропоновано варіант математичної моделі лінійного синхронного електропривода, що дозволяє врахувати особливості конструкції і співвідношення параметрів. Модель дозволяє досліджувати електромеханічні і теплові процеси в лінійному електроприводі із синхронним двигуном.

Предложен вариант математической модели линейного синхронного электропривода, который позволяет учесть особенности конструкции и соотношения параметров. Модель позволяет исследовать электромеханические и тепловые процессы в линейном электроприводе с синхронным двигателем.

The variant of mathematical model of the linear synchronous electric drive which allows to take into account features of a design and a ratio of parameters is offered. The model allows to investigate electromechanical and thermal processes in the linear electric drive with synchronous motor.

Наравне с железнодорожным транспортом, в последние годы ведутся разработки нетрадиционных высокоскоростных систем наземного транспорта (BCHT) с магнитным подвесом.

Наиболее известными ведущими странамиразработчиками ВСНТ, в которых уже созданы коммерческие образцы, являются Германия (Transrapid) и Япония (MLU) [1]. В Китае собрана первая коммерческая ветвь ВСНТ, созданная по технологии Transrapid (разработчик Германия). Максимальная скорость, достигнутая ВСНТ, действующей в Китае, составила 450 км/ч.

Линейный электрический двигатель является основным элементом, который создает тяговое усилие для перемещения транспортного средства и единственно приемлемым для бесконтактного движения ВСНТ с магнитным подвесом.

Для экспериментального исследования и отработки системы тяги, основным элементом которой является линейный синхронный двигатель (ЛСД), на опытном полигоне ИТСТ НАНУ «Трансмаг» был создан линейный стенд [2].

Известные теоретические модели не учитывают специфику ЛСД для ВСНТ. Поэтому целью статьи является разработка математической модели привода с линейным синхронным двигателем для исследования переходных режимов.

Как один из вариантов системы тяги в данной статье рассматривается вентильный элек-

тропривод, который реализован на линейном стенде (рис. 1).

Датчик положения ротора (ДПР), преобразователь координат (ПК), силовой полупроводниковый преобразователь (СПП) совместно формируют на обмотках статора двигателя напряжения  $u_A$ ,  $u_B$ ,  $u_C$  таким образом, чтобы результирующий вектор питающего напряжения  $\overrightarrow{u}_S$  всегда был сдвинут на угол  $\theta$  относительно оси магнитного поля ротора (рис. 2). В этом случае результирующий вектор тока будет сдвинут относительно потока ротора ( $\overrightarrow{\Phi}_0$ ), что и создает тяговое усилие в вентильном двигателе (ВД).

Для решения поставленной задачи можно рассмотреть основные соотношения, описывающие стационарный режим работы ЛСД при движении транспортного средства с постоянной скоростью  $v=2\pi f$  в направлении координаты x (рис. 3).

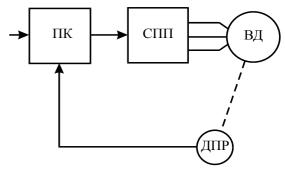


Рис. 1. Структурная схема ВД

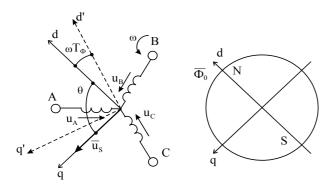


Рис. 2. Физическая модель ВД

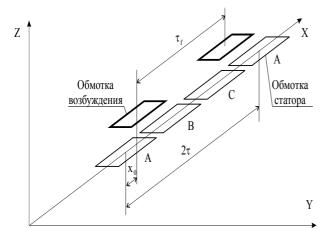


Рис. 3. Схема путевой обмотки и обмотки возбуждения ЛСД

Предполагается, что обмотка возбуждения имеет относительно путевой обмотки произвольные смещения в направлении соответствующих координатных осей x, y, z.

Рассматривается типовая конструкция линейного двигателя с односторонним размещением путевой обмотки и обмотки возбуждения.

Уравнения для мгновенных значений напряжений, токов и потокосцеплений ЛСД можно составить при следующих допущениях:

- активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности фазных обмоток не зависят от величины, частоты и формы протекающих в них токов;
- соединительные провода между отдельными катушками путевых обмоток не имеют магнитной связи с электрическими контурами, а их собственные параметры учитываются в параметрах фазных обмоток;
- фазные обмотки ЛСД симметричные, то есть имеют одинаковую конструкцию и одинаковые пространственные смещения друг относительно друга;
- не учитывается краевой эффект, обусловленный конечным числом катушек путевой обмотки ЛСД;
  - не учитывается изменение намагничива-

ющей силы постоянных магнитов, обусловленное влиянием магнитного поля катушек путевой обмотки ЛСД:

 не учитывается влияние вихревых токов, наводимых в материале катушек путевой обмотки ЛСД.

Тогда уравнения напряжений ЛСД, имеющего трехфазную путевую обмотку, можно представить в виде:

$$\begin{split} u_{A} &= R_{A} i_{A} + L_{AA} \frac{di_{A}}{dt} + M \frac{di_{B}}{dt} + \\ &+ M \frac{di_{C}}{dt} + \frac{d\psi_{Af}}{dt}; \\ u_{B} &= R_{B} i_{B} + L_{BB} \frac{di_{B}}{dt} + M \frac{di_{A}}{dt} + \\ &+ M \frac{di_{C}}{dt} + \frac{d\psi_{Bf}}{dt}; \\ u_{C} &= R_{C} i_{C} + L_{CC} \frac{di_{C}}{dt} + M \frac{di_{A}}{dt} + \\ &+ M \frac{di_{B}}{dt} + \frac{d\psi_{Cf}}{dt}, \end{split}$$

$$(1)$$

где  $\mathbf{u}_A$ ,  $\mathbf{u}_B$ ,  $\mathbf{u}_C$ ,  $\mathbf{i}_A$ ,  $\mathbf{i}_B$ ,  $\mathbf{i}_C$ — мгновенные значения фазных напряжений и токов; R, L, M— активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности фазных обмоток;  $\psi_{Af}$ ,  $\psi_{Bf}$ ,  $\psi_{Cf}$ —потокосцепления фазных обмоток, обусловленные полем возбуждения.

Рассматриваемый объект представлен нелинейными уравнениями, и его анализ возможен с помощью разложения выражений в гармонический ряд. Вычисления таким способом занимают много времени. А результаты имеют невысокую точность, поскольку можно учесть лишь ограниченное количество гармоник. Расчеты усложняются при определении тяговых усилий ЛСД, когда постоянные магниты необходимо представить эквивалентной катушкой.

Реализация варианта математической модели осуществляется аналогично ротативной машине с допущениями принятыми выше, которые отражают свойства присущие линейному ВД линейного стенда.

Уравнения равновесия ЭДС в обмотках статора в неподвижной системе координат базируется на втором законе Кирхгофа (ротор не имеет обмоток, рис. 3). Используя выражения (1), для статора можно получить

$$u_{A} = R_{A}i_{A} + \frac{d\psi_{A}}{dt};$$

$$u_{B} = R_{B}i_{B} + \frac{d\psi_{B}}{dt};$$

$$u_{C} = R_{C}i_{C} + \frac{d\psi_{C}}{dt};$$
(2)

где  $R_A = R_B = R_C = R_S$  — активное сопротивление фазы для симметричных обмоток статора.

Потокосцепления обмоток

$$\Psi_{A} = L_{AA}i_{A} + Mi_{B} + Mi_{C};$$

$$\Psi_{B} = Mi_{A} + L_{BB}i_{B} + Mi_{C};$$

$$\Psi_{C} = Mi_{A} + Mi_{B} + L_{CC}i_{C}.$$
(3)

Уравнения показывают, что потокосцепление каждой обмотки зависит от токов во всех обмотках с учетом взаимоиндукции. В уравнениях (3)  $L_{AA}$ ,  $L_{BB}$ ,  $L_{CC}$  являются собственными индуктивностями соответствующих обмоток, M – взаимоиндуктивности.

Для (2) можно записать

$$\Psi_{A} = L_{A}i_{A} + \Phi_{0}\cos\omega t;$$

$$\Psi_{B} = L_{B}i_{A} + \Phi_{0}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$\Psi_{C} = L_{C}i_{A} + \Phi_{0}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

$$(4)$$

Для упрощения описания вентильного двигателя можно применить метод пространственного вектора [3]. Метод позволяет связать полученные уравнения в единую систему с векторными переменными состояния.

Чтобы преобразовать уравнения в мгновенных значениях к уравнениям в пространственных векторах умножим первое уравнение на  $\frac{2}{3}$ , второе — на  $\frac{2}{3}$ а, третье — на  $\frac{2}{3}$ а, где  $\vec{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ ,  $\vec{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$  — векторы, учитывающие пространственное положение обмоток.

После суммирования полученных уравнений можно получить пространственные векторы напряжения и потокосцепления в неподвижной системе координат:

$$\vec{\mathbf{u}}_{S} = \mathbf{R}_{S} \dot{\mathbf{i}}_{S} + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{S}}{dt},$$

$$\vec{\mathbf{v}}_{S} = \mathbf{L}_{S} \dot{\mathbf{i}}_{S} + \mathbf{\Phi}_{0} \mathbf{e}^{j\omega t} = \mathbf{L}_{S} \dot{\mathbf{i}}_{S} + \vec{\mathbf{\Phi}}_{0},$$
(5)

где  $L_S$  — индуктивность статора;  $\overrightarrow{\psi}_S$  — потокосцепление статора;  $\overrightarrow{i}_S$  — вектор тока статора.

По закону Ленца

$$\vec{F} = k(\vec{\Psi} \times i), \qquad (6)$$

где k – коэффициент, учитывающий число пар полюсов.

Вследствие того, что пространственные положения векторов токов и потокосцеплений рассматриваются в плоскости, перпендикулярной направлению перемещения, а векторы усилия и скорости совпадают с направлением перемещения, векторные величины усилия и скорости могут быть заменены их модульными значениями. Следовательно, сила тяги, развиваемая вентильным двигателем, равна

$$F = \frac{3}{2} \mathbf{p} \cdot \operatorname{mod}(\overrightarrow{\Psi_{S}} \times \mathbf{i}_{S}) =$$

$$= \frac{3}{2} \mathbf{p} \cdot \operatorname{mod}(\overrightarrow{\Phi_{0}} \times \overrightarrow{\mathbf{i}_{S}}), \tag{7}$$

где р – число пар полюсов.

Уравнение механического движения для линейного ВД можно представить в виде [4]

$$m\frac{dv}{dt} = F - F_C, \qquad (8)$$

где m — масса транспортного средства, кг; v — скорость транспортного средства,  $m/c^2$ ; F — сила тяги;  $F_C$  — сила сопротивления движению транспортного средства.

Уравнения вентильного двигателя (математическая модель) в неподвижной системе координат определяются на основании выражений

$$(2...8)$$
 с учетом  $\frac{d\Phi_0}{dt} = 0$ 

$$\vec{u}_{S} = r_{S} \vec{i}_{S} + L_{S} \frac{d\vec{i}_{S}}{dt} + jv \vec{\Phi}_{0},$$

$$F = \frac{3}{2} p \cdot mod(\vec{\Phi}_{0} \times \vec{i}_{S}),$$

$$m \frac{dv}{dt} = F - F_{C}$$
(1.9)

Для решения системы уравнений в векторной форме удобно использовать проекции уравнений (9) на прямоугольные координаты  $\alpha$ ,  $\beta$  неподвижные в пространстве:

$$u_{S\alpha} = r_S i_{S\alpha} + L_S \frac{di_{S\alpha}}{dt} - v\Phi_{0\beta},$$

$$u_{S\beta} = r_S i_{S\beta} + L_S \frac{di_{S\beta}}{dt} + v\Phi_{0\alpha},$$

$$F = \frac{3}{2} p(\Phi_{0\alpha} i_{S\beta} - \Phi_{0\beta} i_{S\alpha}),$$

$$m \frac{dv}{dt} = F - F_C.$$
(10)

В уравнениях (10) значения проекций потока и напряжения на неподвижные оси  $\alpha$ ,  $\beta$  связаны между собой за счет датчика положения ротора (ДПР, рис. 1). В реверсивных электроприводах ДПР устанавливается таким образом, чтобы пространственный вектор напряжения был сдвинут на 90 эл.град. относительно пространственного вектора потока. В этом случае проекции пространственных векторов  $\vec{u}_S$ 

 $\overrightarrow{\Phi_0}$  на оси  $\alpha$ ,  $\beta$  запишутся в виде:

$$\Phi_{0\alpha} = \Phi_{0} \cos vt, 
\Phi_{0\beta} = \Phi_{0} \sin vt, 
u_{S\alpha} = U_{m} \cos \left(vt + \frac{\pi}{2}\right), 
u_{S\beta} = U_{m} \sin \left(vt + \frac{\pi}{2}\right).$$
(11)

Для упрощения расчетов удобно использовать относительные величины, а в качестве базовых принять

$$\begin{split} & \overset{\cdot}{U}_b = \sqrt{2} U_{\Phi} = U_m, \\ & I_b = \frac{U_b}{r_S}, \quad v_b = \frac{U_b}{\Phi_0} = pv, \\ & F_b = \frac{3}{2} p \Phi_0 I_b. \end{split}$$

Тогда уравнения в относительных величинах (10) с учетом (11) будут иметь вид

$$\cos\left(\overline{vt} + \frac{\pi}{2}\right) = \overline{i}_{S\alpha} + \overline{T}_S \frac{d\overline{i}_{S\alpha}}{d\overline{t}} - \overline{v}\sin\overline{vt},$$

$$\sin\left(\overline{vt} + \frac{\pi}{2}\right) = \overline{i}_{S\beta} + \overline{T}_S \frac{d\overline{i}_{S\beta}}{d\overline{t}} + \overline{v}\cos\overline{vt},$$

$$\overline{F} = (i_{S\beta}\cos vt - i_{S\alpha}\sin vt),$$

$$\overline{T}_m \frac{d\overline{v}}{d\overline{t}} = \overline{F} - \overline{F}_C,$$
(12)

где относительные переменные и параметры определены выражениями:

$$\begin{split} & \overline{u} = \frac{\overrightarrow{u}}{U_b}, \quad \overline{i} = \frac{\overrightarrow{i}}{I_b}, \quad \overline{v} = \frac{v}{v_b}, \\ & \overline{F} = \frac{F}{F_b}, \quad \overline{T}_S = \frac{v_b L_S}{r_S}, \\ & \overline{T}_m = \frac{J v_b^2}{F_b}, \quad \overline{t} = v_b t, \end{split}$$

где J = m - масса транспортного средства.

Параметры модели соответствуют вентильному двигателю линейного стенда. Базовые значения переменных и относительные параметры вентильного двигателя приведены в табл. 1.

Вариант моделирования соответствовал  $\vec{F}_{C}=0$  .

На вход модели в начальный момент времени  $\bar{t} = 0$  подаются напряжения (12):

$$u_{S\alpha} = \cos\left(\overline{vt} + \frac{\pi}{2}\right), \quad u_{S\beta} = \sin\left(\overline{vt} + \frac{\pi}{2}\right),$$

тем самым реализуется прямой пуск вентильного двигателя.

Таблица 1

## Базовые значения переменных и относительные параметры вентильного двигателя линейного стенда

Базовые значения перемен- ных	U <sub>b</sub> (B) 466,69	I <sub>b</sub> (A) 129,45	v <sub>b</sub> (1/c) 6,667	F <sub>b</sub> (H) 755,162
Относите- льные	$\overline{T}_{S}$	$\overline{T}_{M}$		
параметры	0,095	35,316		
вентильно-				
го двига-				
теля				

Проекции пространственных векторов тока и ЭДС самоиндукции вентильного двигателя в неподвижной системе координат соответственно:

$$\bar{i}_{S\alpha} + \bar{T}_S \frac{d\bar{i}_{S\alpha}}{d\bar{t}}; \quad \bar{i}_{S\beta} + \bar{T}_S \frac{d\bar{i}_{S\beta}}{d\bar{t}},$$

ЭДС перемещения в статоре от перемещения ротора вентильного двигателя (12) можно представить проекциями на оси  $\alpha$ ,  $\beta$  соответственно:

$$-v\sin vt$$
,  $v\cos vt$ .

Сила тяги (12) описывается выражением

$$\overline{F} = (i_{S\beta} \cos vt - i_{S\alpha} \sin vt)$$
.

Уравнение механического движения (12), равновесие силы тяги и силы сопротивления, определяют динамику движения транспортного средства

$$\overline{T}_{m} \frac{d\overline{v}}{d\overline{t}} = \overline{F} - \overline{F}_{C}$$
.

При исследовании модели измеряются относительные значения токов  $i_{S\alpha}$ ,  $i_{S\beta}$ , силы тяги и скорости. Результаты моделирования представлены осциллограммами (рис.4). Скорость изменяет свое значение от нуля до установившегося значения. Тяговое усилие изменяется от единицы до установившегося значения. Изменения происходят по экспоненте.

Для улучшения качества и уменьшения времени переходного процесса, применялось форсирующее звено, через которое подавалось повышенное напряжение на статорные обмотки вентильного двигателя.

Результат моделирования показан на рис. 5. Скорость нарастает линейно с заданным ускорением до установившегося значения. Значение тягового усилия, совершающего колебательные движения, равно единице в точке максимума при разгоне ВД до установившегося значения скорости, затем скачком снижается. Продолжая совершать колебательные движения, тяговое усилие переходит в квазиустановившийся режим.

Созданная модель вентильного двигателя функциональна, выполняет предъявляемые к ней требования, позволяет учесть реальное распределение магнитного потока вдоль оси х и использовать это распределение при анализе исследуемых процессов.

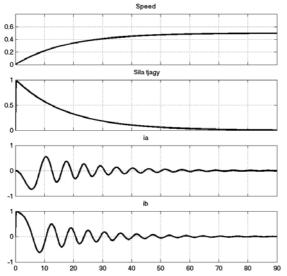


Рис.4. Осциллограммы результатов моделирования при подаче напряжения на обмотку статора

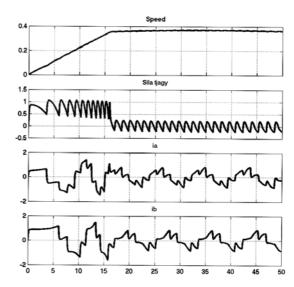


Рис. 5. Осциллограммы результатов моделирования при использовании форсирующей цепи

В модели показана возможность задания постоянного ускорения.

При соответствующих изменениях модель позволяет исследовать: процессы при питании ЛСД от инвертора напряжения (тока) со ступенчатой коммутацией или с использованием ШИМ модуляции, тепловые режимы линейного ВД; тепловые режимы силовых элементов преобразователя; переходные режимы при коммутации секций ВД.

Таким образом, в данной статье приведено математическое описание линейного вентильного двигателя. Получены результаты математического моделирования переходных процессов линейного вентильного двигателя при подключении обмоток статора к источнику питающего напряжения. Установлено, что с точки зрения динамического звена ВД близок по своим характеристикам к машине постоянного тока. Основной управляющий сигнал – амплитуда напряжения двигателя. Формированием управляющего сигнала во времени можно добиться постоянства движущего усилия при разгоне или торможении. Созданная модель дает возможность подробно исследовать ВД в переходных, квазиустановившихся и установившихся режимах.

Результаты показали, что специфические особенности электромагнитных и механических процессов требуют дополнительных исследований.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дзензерский В.А., Омельяненко В.И., Васильев С.В., Матин В.И., Сергеев С.А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / Под общей ред. В.А. Дзензер-

- ского, В.И. Омельяненко. К.: Наукова думка. 2001. 479 с.
- Линейный синхронный электропривод транспортных средств на магнитном подвесе: Отчет о НИР (итоговый) / Институт транспортных систем и технологий (ИТСТ) НАН Украины "Трансмаг". № гос.рег. 0194U022246 Т.2 Д.: ИТСТ, 1995. 130 с.
- 3. Герман-Галкин С.Г.. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учебное пособие. СПб.: КРОНА принт, 2001. 320 с.
- 4. Зайцев А.Н., Комаров С.В., Ворошилов А.С. Энергетические характеристики режимов разгона транспортных экипажей на магнитном подвесе // Траспорт. Вип. 9. 2001. 180 с.