

Л.В. УРСУЛЯК, канд. техн. наук, доцент

К.И. ЖЕЛЕЗНОВ ст. научн. сотр.

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОДОЛЬНОЙ ДИНАМИКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОЕЗДА

У статті викладено принципи об'єктно-орієнтованого підходу до розробки програмного забезпечення яке призначене для моделювання поздовжніх динамічних процесів та процесів поступального руху поїзда. Окрім того проаналізовано та обрано метод інтегрування системи диференціальних рівнянь, які описують ці процеси.

В статье изложены принципы объектно-ориентированного подхода к разработке программного обеспечения предназначенного для моделирования продольных динамических процессов и процессов поступательного движения поезда. Кроме этого проанализирован и выбран метод интегрирования системы дифференциальных уравнений, описывающих эти процессы.

Principles of the object-oriented approach to development of the software for modeling longitudinal dynamic processes and processes of train's progress are stated in this paper. Besides this, a method of differential equations system's integration was analyzed and chosen.

Вопросами моделирования динамических процессов в поезде, возникающих при его движении, занимались многие ученые с начала XX века. Традиционно задачи, возникающие в этой связи, разделялись на две: моделирование поступательного движения поезда с целью определения его скорости и пройденного пути и моделирование динамических процессов, возникающих в переходных режимах движения поезда.

Для решения первой задачи поезд чаще всего рассматривался как сосредоточенная масса или как гибкая, нерастяжимая нить. При этом учитывалось влияние на процесс поступательного движения поезда сил основного сопротивления движению, сил сопротивления от продольного профиля и кривых в плане пути, а также тяговых и тормозных сил.

При решении второй задачи поезд рассматривался как отдельные экипажи (система масс), соединенных нелинейными деформируемыми связями. И в этом случае рассматриваются перечисленные выше силы, но действующие на каждый экипаж (массу). В результате чего между экипажами возникают силы динамического взаимодействия способные в переходных режимах вызвать существенные и, даже, опасные для безопасности движения поезда ситуации.

Перечисленные выше задачи решались различными методами: аналитическими, с приме-

нением линеаризации математической модели; моделированием на аналоговых вычислительных машинах; и, наконец, в 70-х годах была разработана и проверена методика решения с использованием средств цифровой вычислительной техники [5]. Уровень развития техники и средств программирования тех лет диктовал условия выбора метода интегрирования и способа решения поставленных задач.

В результате, исходя из требований точности решения на большом интервале времени и, одновременно, точности моделирования динамических процессов в переходных режимах движения, а также требований обеспечения приемлемого времени выполнения вычислений, выбор был остановлен на методе интегрирования, использующем формулы прогноза Адамса-Башфорта и коррекции Адамса-Мульттона а, для сокращения времени вычислений, был применен метод понижения порядка системы дифференциальных уравнений [5].

Современный уровень развития вычислительной техники сделал более не актуальным использование метода понижения порядка системы дифференциальных уравнений. Численное решение полной системы дифференциальных уравнений, описывающих поезд состоящий из 100-120 экипажей на современных компьютерах выполняется быстрее реального времени. Большой объем оперативной памяти

современных персональных компьютеров позволил значительно расширить выбор методов интегрирования, не ограничиваясь объемом хранимой информации на предыдущих шагах решения как это было раньше. И, наконец, появились новые разработки в области методики программирования – это широко применяемый в последние годы метод объектно-ориентированного программирования (ООП), позволяющий максимально «естественно», без использования большого количества массивов данных описывать объекты системы (экипажи и связи между ними) и представлять поезд в виде одного массива – цепочки экипажей и связей, представленного либо списком, либо вектором данных.

Целью настоящей статьи, является иллюстрация применения объектно-ориентированного подхода к построению программной модели поезда и обоснование выбора более точного, метода решения системы дифференциальных уравнений.

Объектно-ориентированный подход к построению программной модели поезда требует разбиения модели на отдельные объекты, выделения их наиболее общих параметров, описания базовых классов и производных классов, в которых уточняются и дополняются характеристики и процедуры работы с ними. Применительно к модели поезда в качестве объектов выступают экипажи и связи между ними.

В базовый класс экипажей включены наиболее общие параметры вагонов и локомотивов: масса, длина, число осей, тип тормозных колодок, режим работы воздухораспределителя, тип подшипников буксовых узлов и т.д.; вычисляемые параметры: нагрузка на ось координата, скорость экипажа и др. Методы базового класса описывают процедуры, не зависящие от типа экипажа: процедуры интегрирования дифференциальных уравнений, вычисления дополнительного сопротивления движению от продольного профиля и кривых в плане и вычисления тормозной силы, действующей на экипаж. Для описания особенностей отдельных типов экипажей созданы производные классы для грузовых, пассажирских вагонов и локомотивов. Дополнительные параметры необходимо ввести только в классе, описывающем локомотивы – это величины тягового усилия и тормозного усилия локомотива (вспомогательный тормоз и электрический тормоз). Все производные классы имеют собственные процедуры расчета основного сопротивления движения в зависимости от типа экипажа и пути, а класс,

описывающий локомотивы еще и процедуры определения величин сил тяги и торможения.

Для описания работы поглощающих устройств автосцепки предназначен базовый класс, описывающий наиболее общие параметры поглощающих аппаратов: величину зазора в автосцепке, величины жесткости и вязкости конструкций экипажей; вычисляемые параметры: величина деформации и скорости деформации аппарата, текущие значения усилия и др. Для описания исходных данных и процедур расчета усилий в поглощающих аппаратах различных типов служат производные классы для упруго-фрикционных, резинометаллических и других поглощающих аппаратов.

Для объединения экипажей в состав и для организации вычислительного процесса необходим класс, описывающий поезд в целом. Параметрами этого класса являются: списки экипажей и поглощающих аппаратов, параметры продольного профиля и плана пути, текущее время, текущие значения основных показателей движения поезда (наибольшие величины сил в поглощающих аппаратах, ускорений экипажей и др.). Здесь же описываются процедуры, организующие процесс вычисления усилий в поглощающих аппаратах, интегрирования уравнения движения экипажей, вычисления основных показателей движения поезда и процедуры, позволяющие осуществлять доступ к результатам вычислений. На базе описанных классов разработана программа моделирования движения поезда, с помощью которой выполнялись все расчеты описанные ниже.

В последнее время программная модель поезда используется не только для решения задач, связанных с продольной динамикой поезда, когда переходной процесс протекает в течение нескольких секунд и сменяется стационарным режимом движения, но и для моделирования установившихся и неустойчивых процессов в поезде в случае использования тренажеров машинистов локомотивов. В этом случае задача модели - получать адекватные решения даже при применении режимов управления поездом, которые могут и не встречаться в реальных условиях (например, резкий набор тяги при не отпущенных тормозах, частоты меняющиеся режимы управления поездом), но при которых переходной процесс может длиться значительное время. Поэтому актуальным стал вопрос о выборе метода интегрирования, который позволил бы получить более точные результаты при длительных по времени переходных режимах движения поезда. Как известно,

методы прогноз-коррекция и, в частности, используемый в настоящее время метод интегрирования Адамса-Башфорта-Мильтона вносит в решения демпфирование тем большее, чем больше шаг интегрирования. Этот метод, при надлежащем учете степени вычислительного демпфирования, позволяет получать приемлемые по точности результаты при сравнительно коротких по времени переходных процессах (приблизительно длящихся до 10 периодов наивысшей собственной частоты механической системы). На больших интервалах времени необходимо использовать другие методы интегрирования, вносящие в решение гораздо меньшее демпфирование. Одним из таких методов, является метод Хемминга, относящийся к классу методов прогноз-модификация-коррекция, который используется в разработанных в последнее время программных пакетах математического анализа, таких как MATLAB и MATHCAD. В [1,2] приведено описание алгоритма реализации этого численного метода интегрирования дифференциальных уравнений:

прогноз:

- прогноз:

$$p_{k+1} = y_{k-3} + \frac{4h}{3}(2\dot{y}_{k-2} - \dot{y}_{k-1} + 2\dot{y}_k); \quad (1)$$

- модификация:

$$m_{k+1} = p_{k+1} - \frac{112}{121}(p_k - c_k); \quad (2)$$

- коррекция:

$$c_{k+1} = \frac{9y_k - y_{k-2}}{8} + \frac{3h}{8}(-\dot{y}_{k-1} + 2\dot{y}_k + \dot{m}_{k+1}); \quad (3)$$

- окончательное значение:

$$y_{k+1} = c_{k+1} + \frac{9}{121}(p_{k+1} - c_{k+1}). \quad (4)$$

Приведем здесь же формулы прогноза и коррекции метода Адамса-Башфорта-Мильтона [4]:

- прогноз:

$$p_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(3f_k - f_{k-1}); \quad (5)$$

- коррекция:

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(f_{k+1} + f_k); \quad (6)$$

Для оценки погрешности будем оценивать точность аппроксимации обоими численными методами передаточной функции операции ин-

тегрирования [3]. Как известно, передаточная функция оператора интегрирования 1-го порядка имеет в частотной области следующее представление: $H(\omega) = -\frac{j}{\omega}$. В дальнейшем нам по-

надобится модуль и фаза передаточной функции: $|H| = \frac{1}{\omega}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. Перейдем, как предло-

жено в [3], к относительным частотам: $\bar{\omega} = \omega h$, $\bar{f} = \frac{\bar{\omega}}{2\pi}$, где h – постоянный шаг ин-

тегрирования. Учитывая это, запишем модуль и фазу передаточной функции интегратора 1-го порядка:

$$|H_H| = \frac{1}{\bar{\omega}}; \quad (7)$$

$$\varphi_H = -\frac{\pi}{2}. \quad (8)$$

Точность аппроксимации модуля и фазы передаточной функции интегратора тремя, приведенными выше численными методами будем оценивать следующим образом:

$$\delta_H = \frac{H_H - H_i}{H_H} 100\%; \quad (9)$$

$$\delta_\varphi = \frac{\varphi_H - \varphi_i}{\varphi_H} 100\%. \quad (10)$$

Здесь H_i и φ – это АЧХ и ФЧХ методов Хемминга и Адамса-Башфорта-Мильтона.

Частотные характеристики перечисленных выше методов численного интегрирования получены так же, как в [3]. Опуская полученные формулы частотных характеристик, приведем графики их процентных отклонений от частотных характеристик интегратора 1-го порядка (рис.1, 2).

Суммарные погрешности перечисленных методов (прогноз + коррекция) для различных значений относительных частот приведены в табл. 1.

Таблица 1

\bar{f}	Метод Адамса-Башфорта-Мильтона		Метод Хемминга	
	$\delta_H, \%$	$\delta_\varphi, \%$	$\delta_H, \%$	$\delta_\varphi, \%$
0,02	0,524	-0,031	-0,001	-0,8e-04
0,05	3,206	-0,470	-0,051	0,007
0,1	11,987	-3,310	-1,178	0,175

Из приведенных результатов видно, что метод Адамса-Башфорта-Мильтона имеет значительно большие погрешности аппроксимации

передаточной функции операции интегрирования (при $\bar{f}=0,1$ более чем на порядок) чем метод Хемминга.

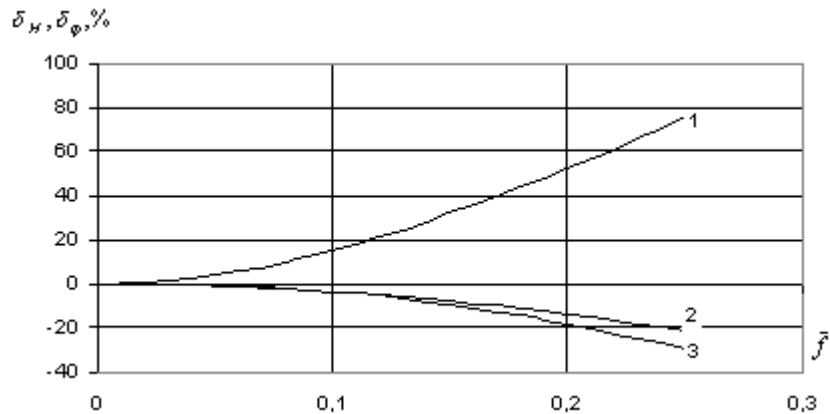


Рис. 1. Метод Адамса-Башфорта-Мультона:
1 – АЧХ прогноз; 2 – АЧХ коррекция; 3 – ФЧХ прогноз

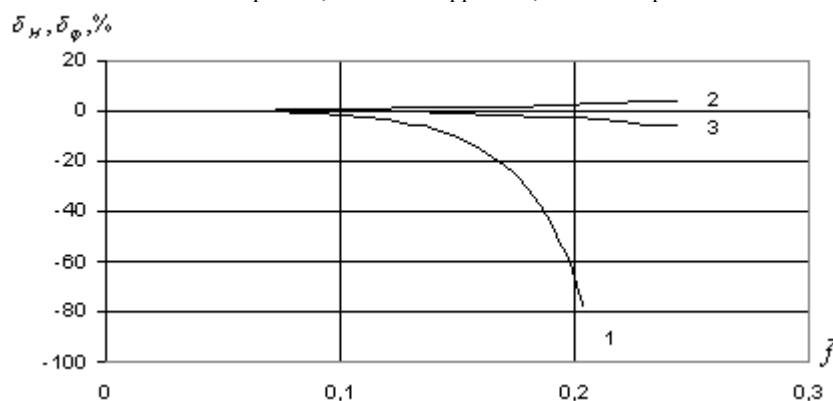


Рис. 2. Метод Хемминга:
1 – АЧХ прогноз; 2 – АЧХ коррекция; 3 – ФЧХ коррекция

Для оценки степени демпфирования, вносимого в результат каждым из методов, а также для оценки точности решения было выполнено численное интегрирование линейного дифференциального уравнения, описывающего колебания двух масс, соединенных между собой упругой связью. К первой массе мгновенно прикладывается постоянное усилие равное 200 кН. Величины масс – 100 т, жесткость связи – 49298 кН/м (параметры выбраны так, чтобы получить удобную для анализа величину периода собственных колебаний $T=0,2$ с). В качестве результата решения будем рассматривать силу, возникающую в связи между массами. Для приведенного случая точное решение описывается выражением:

$$S = 100 - 100 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right). \quad (11)$$

Вначале проанализируем степень демпфирования вносимого каждым методом интегрирования в результат. Для этого определим, через какое время амплитудные значения колеба-

ний решений, полученных численными методами, отклонятся от точного решения на 1, 2, 5 и 10%. В табл. 2 приведены эти значения для шага интегрирования равного 0,01 и 0,005 с при времени решения 10 с.

Таблица 2

$\delta, \%$	Метод Адамса-Башфорта-Мультона		Метод Хемминга	
	$h=0.01c$	$h=0.005c$	$h=0.01c$	$h=0.005c$
1	0,2	1,3	3,7	8,1
2	0,4	2,5	–	–
5	1,0	6,5	–	–
10	1,9	–	–	–

Данные, приведенные в табл. 2, наглядно демонстрируют значительное демпфирование, вносимое методом Адамса-Башфорта-Мультона. Так, если условно считать приемлемую точность решения равную 5 %, то решение, полученное методом Адамса-Башфорта-Мультона, уже после пяти колебаний выходит за пределы пяти процентной ошибки. В то же время решение, полученное методом Хемминга, укладывается в двух процентную погреш-

ность при выбранном интервале времени решения.

Далее приведем сравнение результатов численного и аналитического решения поставленной задачи. На рис. 3 и 4 приведены графики изменения во времени сил в связи ме-

жду массами, полученными методом Адамса-Башфорта-Мульттона и методом Хемминга, сплошной линией показано точное решение. На рис. 3 шаг интегрирования был выбран равным 0,01 с, а на рис. 4 – 0,005 с.

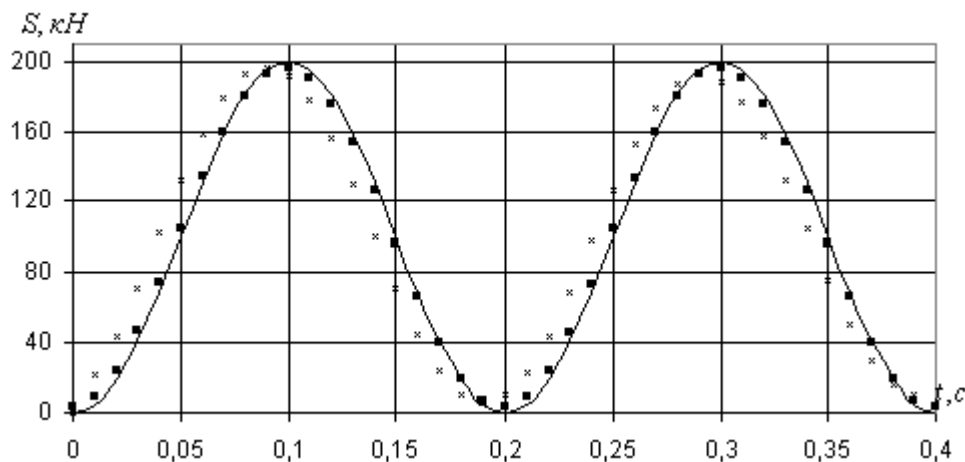


Рис. 3. График изменения силы взаимодействия масс ($h = 0.01$ с):
х – метод Адамса-Башфорта-Мульттона, ■ – метод Хемминга

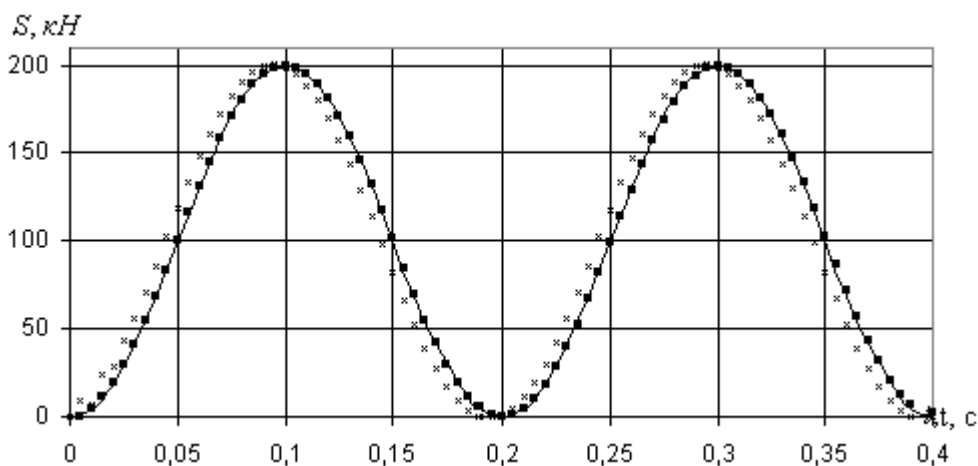


Рис. 4. График изменения силы взаимодействия масс ($h = 0.005$ с):
х – метод Адамса-Башфорта, ■ – метод Хемминга.

Графики полученных результатов позволяют сделать вывод о том, что метод Адамса-Башфорта-Мульттона вносит в результат существенные фазовые искажения: на приведенных графиках наблюдается опережение по фазе, что согласуется со знаком погрешности аппроксимации ФЧХ (см. табл.1). Что касается сравнения точности приведенных на рис.3 и 4 решений, то здесь необходимо отметить, что даже при шаге интегрирования равном 0.005с результаты, полученные методом Адамса-Башфорта-Мульттона имеют значительно большую погрешность, чем результаты, полученные методом Хемминга, для которого точность ре-

шения приемлема уже при шаге интегрирования равном 0.01с.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дж. Бекки, У. Карплюс. Теория и применение гибридных вычислительных систем. – М.: Мир, 1970
2. Джон Г. Метьюз, Куртис Д. Финк. Численные методы. Использование MATLAB. – М. – СПб – К. – 2001.
3. Мямлин С.В. Моделирование динамики рельсовых экипажей. – Д.: Новая идеология, 2002.
4. Расчеты и испытания тяжеловесных поездов / Под ред. Е.П. Блохина. – М.: Транспорт, 1986.
5. Блохин Е.П., Манашкин Л.А. Динамика поезда. – М.: Транспорт, 1982.