

А. В. РАДКЕВИЧ, С. О. ЯКОВЛЄВ, Л. М. БОНДАРЕНКО (ДІТ),
О. О. СТЕПАНЕНКО (В/Ч Т 0100)

СПВІДНОШЕННЯ МІЖ СИЛАМИ ТЕРТЯ РЕБОРДИ І КОЧЕННЯ КОЛЕСА КРАНА: ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ОЦІНКА

Для визначення коефіцієнта тертя реборд запропоновано експериментально-аналітичний спосіб, який об'єднує аналітичну величину для коефіцієнта тертя кочення та його експериментальну величину, отриману згідно з законом затухання коливань при сухому терті.

Кінцева експериментально-аналітична формула має шість параметрів і дозволяє робити висновок про їх вплив на величину тиску реборд на рейки і проводити заходи щодо його зниження.

Для определения коэффициента трения реборд предложен экспериментально-аналитический способ, объединяющий аналитическую величину для коэффициента трения качения и его экспериментальную величину, полученную на основании закона затухания колебаний при сухом трении.

Конечная экспериментально-аналитическая формула содержит шесть параметров и позволяет судить об их влиянии на величину давления реборды на рельс и проводить мероприятия по его снижению.

To determine the ratio of flange friction, the article proposes an experimental and analytical method, combining the analytical value for the rolling friction ratio and its experimental value obtained according to the law of oscillations damping in dry friction.

The final experimental & analytical formula contains six parameters and permits to judge about their influence on the value of flange pressure upon the rail and to take the measures for its reduction.

Відома формула, що визначає опір від тертя в ходових частинах крана на прямолінійному шляху, містить коефіцієнт k_p , що враховує тертя реборд і ступиць коліс. Його величина залежить від типу крана, обода ходових коліс, типу приводу, типу підведення струму тощо, при цьому його максимальна і мінімальна величини відрізняються більш, ніж в два рази. Особливо великі величини k_p при підведенні струму за допомогою тролів і гнучкого кабелю для візків кранів ($k_p = 2,5$ і $k_p = 2,0$ відповідно).

Значення k_p можна набути експериментально, реєструючи зусилля пересування візка з, наприклад, безребордними і ребордними колесами. Проте, такий шлях дає результати для конкретного візка і не дозволяє знайти якісь узагальнені показники, що характеризують величину k_p .

Для прискорення знаходження його величини від більшого числа параметрів пропонується установка, наведена на рис. 1.

Запишемо рівняння руху візка з урахуванням коефіцієнта опору руху w

$$\ddot{x} + p^2 x \pm ap^2 = 0, \quad (1)$$

де

$$p^2 = \frac{2C_1}{G};$$

G – маса візка;

$$a = \frac{wGg}{2C_1}.$$

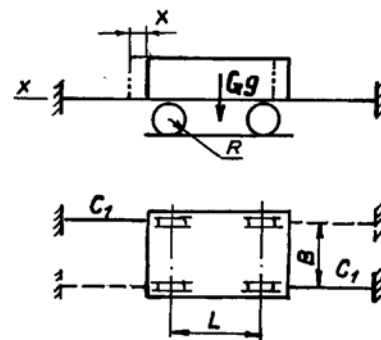


Рис. 1. Схема експериментальної установки

Особливістю рівняння (1) є те, що перед членом, що містить коефіцієнт a може стояти як знак «мінус», так і «плюс».

Розглянемо перший інтервал руху, що починається у момент $t = 0$, коли $x = A_0$, а $\dot{x} = 0$. У цьому інтервалі швидкість негативна, тому перед a повинен бути узятий знак «мінус».

Розв'язання цього рівняння за вказаними початковими умовами

$$x = (A_0 - a) \cos pt + a; \quad (2)$$

для швидкості вираз приймає вигляд

$$v = \dot{x} = -(A_0 - a) p \sin pt. \quad (3)$$

Неважко переконатися, що коли аргумент pt стає рівним π , швидкість знов обертається в нуль, тобто візок досягає свого крайнього правого положення і це відхилення згідно з рівнянням (3)

$$A_1 = (A_0 - a) \cos \pi + a = -A_0 + 2a, \quad (4)$$

тобто за абсолютною величиною воно менше початкового на величину

$$2a = \frac{2gGw}{C}.$$

Якщо абсолютна величина A_1 задовольняє нерівність

$$c|A_1| > \frac{gw}{1+\gamma}$$

(або $|A_1| > a$), то сила пружності канатів більше сил тертя і візок почне рухатися у бік позитивного значення x .

Природно, що тепер рівняння руху (1) запишеться у вигляді

$$\ddot{x} + p^2x + ap^2 = 0. \quad (5)$$

Якщо змістити початок відліку часу і початкові умови прийняти у вигляді $t=0$; $x=A_1$; $\dot{x}=0$, то розв'язання рівняння (5) запишеться у вигляді

$$x = (A_1 + a) \cos pt - a. \quad (6)$$

Легко переконатися, що $A_2 = -A_1 - 2a$ або $A_0 - 4a$. З цього можна зробити висновок, що за один період коливань амплітуда зменшується на одну і ту ж величину $4a$ і їх послідовність утворює арифметичну прогресію, а огинаючою буде пряма лінія.

Таким чином, якщо відома амплітуда A_2 коливань візка в кінці першого періоду, то можна записати, що

$$\begin{aligned} A_0 - A_2 &= 4a, \\ A_0 - A_2 &= \frac{4Ggw}{C}. \end{aligned} \quad (7)$$

З цього рівняння може бути знайдена величина w

$$w = \frac{C(A_0 - A_2)}{4Gg}. \quad (8)$$

Якщо база візка L , а ширина колії B , то тиск реборд на рейку визначиться з виразу

$$N = \frac{BC_1}{2},$$

а опір руху від тертя реборд (при коефіцієнті тертя ковзання f) $F = BCf$. Оскільки розглядаються малі коливання, то зміною F нехтуватимемо. Тепер величину w можна подати у вигляді

$$w = \frac{\mu d}{2R} + \frac{k}{R} + \frac{BCf}{Gg}, \quad (9)$$

і вираз (8) записати так

$$\frac{\mu d}{2R} + \frac{k}{R} + \frac{BCf}{Gg} = \frac{C(A_0 - A_2)}{4Gg}. \quad (8a)$$

Звідси знайдемо величину жорсткості одного каната

$$C_1 = \frac{2Gg \left(\frac{\mu d}{2R} + \frac{k}{R} \right)}{\frac{A_0 - A_2}{4} - Bf}, \quad (10)$$

де μ – коефіцієнт тертя підшипників, зведений до цапфи колеса. Якщо величина μ тут відома до другого – третього знаку, то для поняття «цапфа колеса» при підшипниках кочення не існує навіть чіткого визначення.

Оскільки в підшипнику може обертатися як внутрішнє, так і зовнішнє кільця, то очевидно, що повинен прийматися і різний діаметр цапфи. Якщо коефіцієнт тертя кульки по зовнішньому кільцю рівний f_{23} , а по внутрішньому – f_{13} , то момент, необхідний для обертання внутрішнього (при нерухомому зовнішньому) кільця

$$\mu_1 = \frac{P(f_{13} + f_{23})D_{\text{вн}}}{d_{\text{ш}}}, \quad (11)$$

де $D_{\text{вн}}$ – діаметр доріжки катання внутрішнього кільця; $d_{\text{ш}}$ – діаметр кульки.

При обертанні зовнішнього кільця

$$\mu_2 = \frac{P(f_{13} + f_{23})D_{\text{нр}}}{d_{\text{ш}}}. \quad (12)$$

У випадку обертання, наприклад, внутрішнього кільця і діаметру ходового колеса D візка опір обертанню колеса

$$w_1 = \frac{P(f_{13} + f_{23})D_{\text{вн}}}{Dd_{\text{ш}}} = \frac{p\mu d}{D}. \quad (13)$$

З цього виразу можна укласти, що коефіцієнт μ , який наведений у довідковій літературі, є не що інше, як

$$\mu_1 = \frac{f_{13} + f_{23}}{d_{\text{ш}}}, \quad (14)$$

а під терміном «цапфа» при обертанні внутрішнього кільця необхідно розуміти діаметр доріжки його катання, тобто

$$d = D_{\text{вн}}, \quad (15)$$

а при обертанні зовнішнього кільця

$$d = D_{\text{нр}}. \quad (16)$$

Наступною, нечітко визначаємою величиною у формулі (10) є коефіцієнт тертя кочення k . Нами [1; 2] запропонована аналітична залежність його визначення через півширину плями контакту, яка для, наприклад, схеми контакту циліндр – площина визначається із співвідношення [3]

$$b = 1,526 \left(\frac{PR}{BE} \right)^{1/2},$$

де b – ширина головки рейки; E – модуль пружності матеріалу колеса і рейки; тут же припускається рівність 0,3 коефіцієнта Пуассона.

Сам вираз для коефіцієнта тертя кочення має вигляд

$$k = 0,225b \exp(-1,2R). \quad (17)$$

Остання величина у формулі (10) – коефіцієнт тертя ковзання f є відомою і визначається експериментально.

Після цього величина C_1 , при відомих величинах A_0 і A_2 , легко визначається з такого виразу:

$$C_1 = \frac{2Gg \left[\frac{\mu d}{2R} + \frac{0,343 \left(\frac{PR}{BE} \right)^{1/2} \exp(-1,2R)}{R} \right]}{\frac{A_0 - A_2}{4} - Bf}. \quad (18)$$

Задавшись спочатку величиною $A_0 - A_2$, значення якої повинне бути більше $4Bf$, визначають C_1 . Після установки канатів необхідно задати візку відхилення A_0 і відпустити без прискорення. При знайомій величині A_2 тиск реборд на колеса визначиться з формули

$$N = \frac{BP}{2} \frac{\left[\frac{\mu d}{2R} + \frac{0,343 \left(\frac{PR}{BE} \right)^{1/2} \exp(-1,2R)}{R} \right]}{\frac{A_0 - A_2}{4} - Bf}, \quad (19)$$

де величина BP поділена на 2 з умови, що тиск сприймається ребордами двох коліс.

Неважко переконатися, що формула (19) дозволяє визначити тиск реборд на рейку від зміни, принаймні, 6 параметрів, що дозволить зробити висновок про ступінь їх впливу на загальний опір.

Часто при проведенні описаних вище або подібних експериментів виникає необхідність перевірити їх на моделях, задаючи опори пересуванню, відповідні реальному співвідношенню між робочими опорами і опорами пересувного колеса.

Якщо опір у підшипниках коліс може бути змодельовано за рахунок коефіцієнта тертя підшипників, зведеного до цапфи, діаметру цапфи, то змодельовати тертя кочення дещо складніше, зважаючи на відсутність аналітичної залежності для визначення коефіцієнта тертя кочення. Одержані в [4–7] залежності вимагають знання коефіцієнта гістерезисних втрат, який не співпадає з його величиною, що визначається для випадку стиснення – розтягування, а визначення його для цього випадку вимагає складного фізичного експерименту.

Якщо, наприклад, відомо, що при первинному лінійному контакті опір катання колеса в натурній машині складає W_0 , а в моделі він повинен бути в n раз меншим і складати W , то для отримання цієї величини опору можна зробити так. Припускаємо, що в натурній машині і в моделі напруги в місці контакту рівні тим, що допускаються. Тоді, при наперед заданій ширині колеса B його радіус в моделі повинен бути [3]

$$R = 0,418^2 \frac{PE}{B\sigma^2},$$

де P – навантаження на колесо в моделі; E – модуль пружності матеріалу колеса і рейки при стисненні; σ – контактні напруги, що допускаються при лінійному контакті; тут прийнято, що коефіцієнти Пуассона матеріалу колеса і рейки однакові і рівні 0,3.

Радіус колеса в натурній машині

$$R_0 = 0,418^2 \frac{P_0 E}{B_0 \sigma^2},$$

де P_0 і B_0 – навантаження на колесо і його ширина в натурній машині.

При лінійному контакті [1; 2] коефіцієнт тертя кочення може (як і у формулі Табору, але без коефіцієнта гістерезисних втрат) бути виражений через статистичну півширину плями контакту b

$$k = 0,225b \exp(-1,2R). \quad (20)$$

Оскільки в цьому випадку для моделі

$$b = 1,526 \cdot 0,418 \frac{P}{B\sigma},$$

то

$$k = 0,225 \cdot 1,526 \cdot 0,418 \frac{P}{B\sigma} \exp\left(-\frac{0,21PE}{B\sigma^2}\right) \quad (21)$$

і опір кочення колеса моделі

$$W = \frac{0,82P\sigma}{E} \exp\left(-\frac{0,21PE}{B\sigma^2}\right); \quad (22)$$

для натури

$$W_0 = \frac{0,82P_0\sigma}{E} \exp\left(-\frac{0,21P_0E}{B_0\sigma^2}\right). \quad (23)$$

Якщо відношення $\frac{W_0}{W}$ повинне складати λ , то радіус колеса моделі при співвідношення навантажень $\frac{P_0}{P} = \lambda_1$, може бути визначений з відношення

$$\frac{W_0}{W} = \frac{P_0}{P} \exp\left[-1,2R_0\left(1 - \frac{R}{R_0}\right)\right]. \quad (24)$$

Наприклад, при $\frac{W_0}{W} = 10$, $\frac{P_0}{P} = 5$ і $P_0 = 300$ кН; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma = 900$ МПа; $B = 40$ мм, $R_0 = 340$ мм, а величина R з цього співвідношення складає $R = 920$ мм.

Нагадаємо, що ця величина R відповідає $\frac{P_0}{P} = 5$ і напрузі, що допускається, 900 МПа. Звичайно, цієї величини W можна досягти за рахунок застосування матеріалів з меншою напругою, що допускається, при контакті. При $B = 10$ мм, $\frac{W_0}{W} = 10$ відповідатиме $\sigma = 830$ МПа, а при ширині колеса натури $B = 40$ мм напруги, що допускаються, повинні бути $\sigma = 650$ МПа.

Величину співвідношення $\frac{W_0}{W}$ можна декілька змінити за рахунок коефіцієнтів Пуассона матеріалів колеса і рейки, скориставшись формулою

$$\frac{W_0}{W} = \frac{P_0}{P} \exp\left[\frac{0,382(R_0 - R)}{\sigma\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)}\right]. \quad (25)$$

У разі первинного точкового контакту формула (24) виходить аналогічно.

При схемі торкання сферичне тіло-площина радіус сфери натури [3]

$$R_0 = 0,242 \frac{E}{\sigma} \sqrt{\frac{P_0}{\sigma}}$$

і опір кочення сфери

$$W_0 = 0,228P_0 \frac{\sigma}{E} \exp\left(0,048 \frac{E}{\sigma} \sqrt{\frac{P_0}{\sigma}}\right); \quad (26)$$

для визначення опору кочення моделі в формулі (26) замість P_0 необхідно підставити P .

Відношення $\frac{W_0}{W}$ складе

$$\frac{W_0}{W} = \frac{P_0}{P} \exp\left[0,2R\left(\frac{R_0}{R} - 1\right)\right]. \quad (27)$$

Графічне рішення рівнянь (24) і (27) показано на рис. 2 (при точковому контакті контактна напруга, що допускається, приймалася 1 220 МПа).

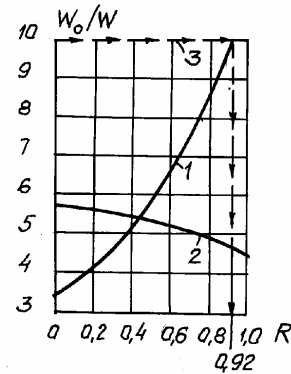


Рис. 2. Графічне рішення рівнянь:

$$1 - (5); 2 - (8); 3 - \frac{W_0}{W}$$

На рис. 2 видно, що при точковому контакті і $\frac{W_0}{W} = 10$, а $\frac{P_0}{P} = 5$ (величина контактних напруг 1 220 МПа) модельне колесо створити неможливо. Для цього необхідно зменшити співвідношення $4,8 \leq \frac{W_0}{W} \leq 5,7$ або спробувати варіювати величиною σ . Аналогічно знаходяться співвідношення $\frac{W_0}{W}$ і для інших схем кочення.

Аналіз наведених формул і графіків на рис. 2 дозволяє зробити такі висновки:

– запропонована методика дозволяє за рахунок радіусів коліс знаходити необхідні зусилля опору пересуванню моделі при відомому тиску на колеса натури і моделі;

– при контактних допустимих напругах, необхідний опір пересуванню моделі не завжди можливо досягти.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Ловейкін В. С. Співвідношення між опором руху кочення та вершення в упорних вузлах вантажопідйомних машин / В. С. Ловейкін, Л. М. Бондаренко // Зб. наук. праць НАУ. – К., 2000. Т. 9. – С. 243–245.

2. Бондаренко Л. М. Обґрунтування раціональних конструкцій вузлів кочення підйомно-транспортних і будівельних машин / Л. М. Бондаренко, К. Ц. Блаватський // Зб. наук. праць ХарДАЗТ. Вип. 36. – С. 140–144.
3. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев: Наук. дум., 1988. – 736 с.
4. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. – Proc. Roy. Soc. Ser. A. Vol. 229. – p. 198 – 211.
5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
6. Jonson K. I. The contact of elastic wavy surfaces / K. I. Jonson, J. A. Greenwood, J. G. Higginson. – Internet. J. Mech. Sci, 1985, 27. – P. 138–146.
7. Jonson K. L. The mechanics of fretting / K. L. Jonson, J. J. O'Connor – Proc. Inst. Mech. Engrs., Appl. Mech. Convention, Newcastle, 1964, 178, Part 3 J, – P. 7–16.

Надійшла до редколегії 14.07.2005.