УДК 656

И. П. КОРЖЕНЕВИЧ, Н. Г. РЕНГАЧ (ДИИТ), Н. А. ЛОШКАРЕВ (ПГАСА)

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУР СЪЕМКИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ КРИВЫХ

Розглянута оцінка точності існуючих методів знімання кривих і надані рекомендації щодо її підвищення.

Рассмотрена оценка точности существующих методов съемки кривых и даны рекомендации по ее повышению.

The estimation of accuracy of existing methods of rail curves survey is considered and recommendations on its improvement are provided.

В процессе эксплуатации железнодорожные кривые теряют свои исходные геометрические очертания. Поэтому для их исправления выполняют съемку, расчеты по выправке и рихтовку.

Контроль текущего состояния кривой осуществляется по разности в смежных стрелах изгиба, измеренных от середины хорды постоянной длины. Исходя из этого Инструкцией ЦП-0050 [1] установлены соответствующие допуски. Капитальному ремонту путей предшествует инструментальная съемка кривых способом И. В. Гоникберга.

Исследования, выполненные ранее Х. М. Рапопортом, А. К. Дюниным, С. И. Матвеевым и др., о влиянии ошибок измерений на результаты определения величин сдвигов показывают их существенное влияние независимо от того, каким способом снята кривая и по какой методике (эвольвент или нормалей) выполнены расчеты. В [2] приведены расчеты определения наибольшей возможной ошибки нормали в середине кривой длиной 1 000 м, которая составляет 1 164 мм. В работах [2–4] приведены результаты исследований о точности измерений и ее влиянии на результаты расчетов. В условиях роста скоростей и применения САПР вопрос точности измерений становится особенно актуальным.

Анализ методов расчета кривых показывает, что требуемая точность может быть обеспечена только при координатном методе расчета, когда в качестве исходных данных используются координаты отдельных точек кривой [5]. В то же время современные методы расчетов и проектирования реконструкции кривых требуют достаточно точного значения координат всех точек деления кривой.

Целью данной работы является анализ точности определения координат точек железнодорожной кривой, а также определение оптимального соотношения точности угловых и линейных измерений при технологически приемлемых их параметрах.

Рассмотрим традиционные способы съемки кривых (способ стрел и способ И. В. Гоникберга) и выполним оценку точности вычисления координат, получаемых по результатам натурных измерений, матричным методом.

При числе измеренных величин большем числа необходимых к вычислению, определяются средние значения, независимо от физической сущности аргументов. Например, для вычисления координат могут использоваться координаты исходных точек, углы, расстояния и пр. В результате вычисляются и уточненные значения исходных координат и координаты вновь определяемых точек. Уточненное значение исходных координат выполняется в том случае, если прежняя точность их определения существенно ниже точности выполненных натурных измерений. Решение об их уточнении производится в процессе вычисления координат всех точек хода. Требуется лишь знать дисперсионную (в общем случае – ковариационную) матрицу всех входных данных. Разумеется, что как для оценки точности, так и для последующих уточняющих или контрольных измерений, средние значения должны сопровождаться их дисперсионной матрицей [6].

Корреляционная матрица координат вычисляется стандартно

$$K_{xx} = A \cdot K_{\ell\ell} \cdot A^T , \qquad (1)$$

где ℓ – вектор измеренных величин; x – вектор определяемых координат; A – матрица производных $\partial x/\partial \ell$ (координат по измеренным величинам); $K_{\ell\ell}$ – дисперсионная матрица измеренных величин; A^T – транспонированная матрица производных.

Если входные величины независимы и равноточны, их ковариационная матрица вырождается в единичную со скалярным множителем σ_ℓ^2.

В случае, когда число входных величин больше числа выходных, средние значения координат вычисляют через матрицу параметров $B = \partial\ell/\partial x$, а ковариационная матрица вычисляемых координат точек деления пути имеет вид:

$$K_{xx} = \left(B^T \cdot K_{\ell\ell}^{-1} \cdot B\right)^{-1}. \qquad (2)$$

Известно, что параметрический метод вычисления средних значений и оценки точности является технологичным и универсальным [6].

Оценим точность съемки кривых способом стрел. Особенностью съемки кривой способом стрел является однородность измеряемых величин (откладывание по рельсу отрезков постоянной длины 5 или 10 м и измерение стрел изгиба от середины хорды постоянной длины соответственно около 10 или 20 м) практически с постоянным соотношением точности измеряемых величин.

В геодезическом понимании координаты снимаемых точек определяются методом трилатерации. В данном случае измеряются все стороны смежных очень вытянутых треугольников (рис. 1). Благоприятные условия непосредственных измерений практически на горизонтальной плоскости с учетом рекомендаций, изложенных в [5], обеспечивают надежность результатов.

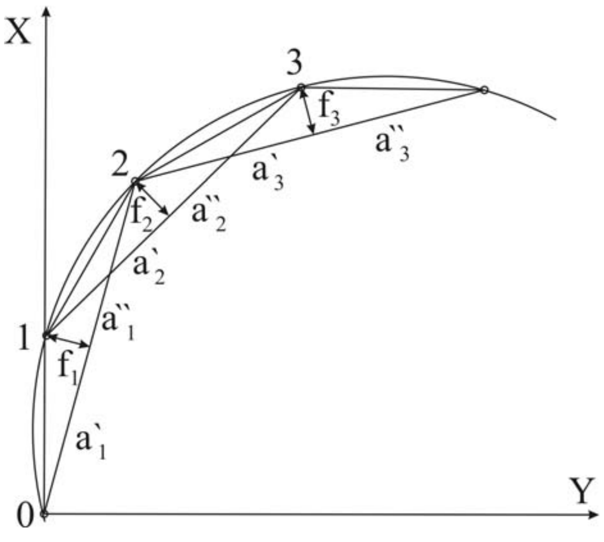

Рис. 1. Съемка кривой методом стрел

Разбивка точек делений пути производится со стандартной ошибкой не более 1 мм, измерение стрел изгиба – 1 мм. Можно положить, что $\sigma_a = 1$ мм и $\sigma_f = 1$ мм – реальные оценки ошибок измерений.

Условные координаты конечной точки разбивки кривой вычисляются по формулам:

$$X_k = \sqrt{\left(a_1'\right)^2 + f_1^2} + \sum_1^i \left\{ \sqrt{\left(a_i'\right)^2 + f_i^2} \cos \times \left[\sum_1^i \left(\operatorname{arctg} \frac{f_i}{a_i'} + \operatorname{arctg} \frac{f_i}{a_i''} \right) \right] \right\}; \qquad (3)$$

$$Y_k = \sum_1^i \left\{ \sqrt{\left(a_i'\right)^2 + f_i^2} \sin \times \left[\sum_1^i \left(\operatorname{arctg} \frac{f_i}{a_i'} + \operatorname{arctg} \frac{f_i}{a_i''} \right) \right] \right\}, \qquad (4)$$

где f_i – измеренные стрелы изгиба; a_i', a_i'' – проекции отрезков деления железнодорожного пути

Произведем оценку точности получения координат описываемым способом измерений. Практически можно положить, что a_i' и a_i'' равны.

Дифференцируя выражения (3) и (4) по f_i, a_i' и полагая стандартные ошибки измеряемых величин соответственно σ_f и σ_a, получим

$$\sigma_{X(i)}^2 = \frac{1}{M_S^2} \left[\sum_1^i \left(X_j - X_{j-1} \right)^2 \right] + \frac{4}{M_f^2} \left[\sum_1^i \left(Y_i - Y_j \right)^2 \right]; \qquad (5)$$

$$\sigma_{Y(i)}^2 = \frac{1}{M_S^2} \left[\sum_1^i \left(Y_j - Y_{j-1} \right)^2 \right] + \frac{4}{M_f^2} \left[\sum_1^i \left(X_i - X_j \right)^2 \right], \qquad (6)$$

где $1/M_S$ – относительная ошибка разбивки точек деления пути; $1/M_f$ – относительная ошибка измерения стрел изгиба, равная отношению длины отрезка разбивки пути к стандартной ошибке измерения стрел изгиба, т. е. a/σ_f; X_j, Y_j – координаты текущих точек хода; X_i, Y_i – координаты оцениваемых точек хода.

Например, при длине кривой 800 м, разбивка которой выполнена через 10 м, число точек составит 80; приняв $\sigma_a = 1$ мм, $\sigma_f = 1$ мм, получим стандартные (теоретические средние квадратические) ошибки координат точки в средине кривой: $\sigma_Y = 56$ мм, $\sigma_Y = 9$ мм.

Оценим точность съемки кривых способом И. В. Гоникберга. В этом способе полигонометрический ход прокладывается по узловым точкам делений пути, например, через 100 м (рис. 2), и вычисляются их координаты. Координаты остальных точек делений кривой определяются боковым нивелированием, по методике изложенной в [5], от линий полигонометрического хода (рис. 3).

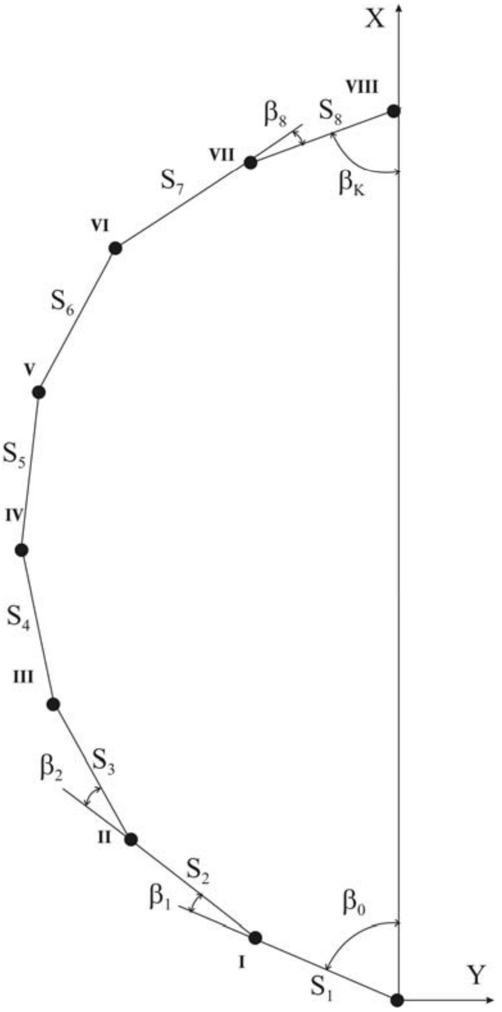

Рис. 2. Полигонометрический ход при съемке И. В. Гоникберга

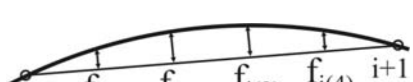

Рис. 3. Измерение стрел боковым нивелированием

В связи с достаточной точностью бокового нивелирования ($\sigma_f = 1$ мм) ошибки в положении этих точек определяются фактически лишь ошибками координат узловых точек. Следуя принципу «равного влияния» ошибок измерения расстояний и углов, можно предварительно вычислить оптимальное соотношение точностей угловых и линейных измерений из предположения, что стандартная ошибка в длине секции равна

$$\sigma_S = \frac{a \cdot \sqrt{k}}{M_a}, \qquad (7)$$

где σ_S – стандартная ошибка в длине секции; a – длина отрезка разбивки пути; k – длина секции в отрезках разбивки пути;

$$M_a = a/\sigma_a ,$$

σ_a – стандартная ошибка разбивка точек деления пути.

Поэтому соотношение точности угловых и линейных измерений определяется равенством

$$\frac{\sigma_\beta}{\rho} = \frac{\sqrt{k}}{k \cdot M_a}, \qquad (8)$$

где σ_β – стандартная ошибка измерения углов, $\rho = 206\,265''$.

При ориентировочной длине секции 100 м ($k = 5$) получаем около 9". Следовательно, измерение углов необходимо выполнять теодолитом с точностью не ниже, чем у Т5.

Если координаты точек деления пути определяются в системе начальная – конечная точки съемки, то ошибки в ординатах начальной и конечной точек равны нулю, а наибольшие ошибки будут в точках деления пути, лежащих вблизи средины снимаемой кривой. Длины секций k в a определяются, в основном, приемлемой величиной наибольшей стрелы. Например, при $a = 20$ м, $k = 5$ и $R = 1000$ м $f_{\max} = 1250$ мм, а уже при $k = 8$, $f_{\max} = 3\,200$ мм. Положив $f_{\max} < b$, определяем величину $k_{\max}$ по формуле

$$b \geq R\left\{1 - \cos\left[k \cdot \arcsin\left(\frac{a}{2R}\right)\right]\right\}. \qquad (9)$$

Так как b существенно меньше радиуса кривой, можно применить приближенную формулу

$$b \geq R\left[1 - \cos\left(\frac{k \cdot a}{R}\right)\right]. \qquad (10)$$

При величине $b > 2$ м измерения становятся нетехнологичными, так что возможные значения длин секций в k при радиусах кривой 500…2 000 м наиболее целесообразны 4…6. Кроме того, увеличение $k \cdot a$ уменьшает точность бокового нивелирования вследствие боковой рефракции и других факторов.

Итак, пусть в полигонометрическом ходе, состоящем из n секций, расстояния S измеряются с относительной стандартной ошибкой $1/M_S$, а все углы поворотов измеряются равноточно со стандартной ошибкой σ_β/ρ.

Модуль угла β_0, составленного начальной линией полигонометрического хода с осью абсцисс, вычисляется по формуле

$$\beta_0 = \operatorname{arctg}\left[\sum_1^n S_j \cdot \sin\left(0 + \sum_1^n \beta_{j-1}\right) \Big/ \sum_1^i S_j \times \right.$$

$$\left. \times \cos\left(0 + \sum_1^n \beta_{j-1}\right)\right], \quad (11)$$

где S_j – горизонтальные проложения линий полигонометрического хода; β_{j-1} – углы поворота; j – принимает значение $1, 2, 3 \ldots n$, а дирекционный угол *i*-й линии хода равен:

$$\alpha_i = \sum_1^i \beta_{j-1} - \beta_0. \quad (12)$$

Используя методику теодолитного хода, координаты узловых точек вычисляются по формулам:

$$X_i = \sum_1^i \left(\sum_1^{k_i} \sqrt{a^2 - \left(f_j - f_{j-1}\right)^2} \cos \sum_1^i \beta_j \right); \quad (13)$$

$$Y_i = \sum_1^i \left(\sum_1^{k_i} \sqrt{a^2 - \left(f_j - f_{j-1}\right)^2} \sin \sum_1^i \beta_j \right). \quad (14)$$

Координаты точек делений пути, находящихся внутри секций, вычисляются по формулам:

$$X_{ij} = X_i + \sum_1^{i+1} \sqrt{a^2 - \left(f_j - f_{j-1}\right)^2} \times$$

$$\times \cos \sum_1^{i+1} \beta_j + f_j \cdot \cos\left(\sum_1^{i+1} \beta_j - \frac{\pi}{2} \right); \quad (15)$$

$$Y_{ij} = Y_i + \sum_1^{i+1} \sqrt{a^2 - \left(f_j - f_{j-1}\right)^2} \times$$

$$\times \sin \sum_1^{i+1} \beta_j + f_j \cdot \sin\left(\sum_1^{i+1} \beta_j - \frac{\pi}{2} \right), \quad (16)$$

где a – длина отрезка разбивки кривой; f_j – стрелы, измеренные боковым нивелированием; β_j – углы поворота секций хода.

Выполнив дифференцирование (13) и (14) по аргументам измеренных величин и исполнив (1), получим формулы для расчета дисперсий координат X и Y точек полигонометрического хода:

$$\sigma^2_{X(i)} = \frac{1}{M_S^2} \sum_1^i \left[\left(X_j - X_{j-1}\right)^2 \left(1 - \frac{Y_j}{Y_K}\right)^2 \right] +$$

$$+ \frac{\sigma^2_\beta}{\rho^2} \sum_1^i \left(Y_j - Y_i \frac{X_j}{X_K} \right)^2; \quad (17)$$

$$\sigma^2_{Y(i)} = \frac{1}{M_S^2} \sum_1^i \left[\left(Y_j - Y_{j-1}\right)^2 \left(1 - \frac{X_i}{X_K}\right)^2 \right] +$$

$$+ \frac{\sigma^2_\beta}{\rho^2} \sum_1^i \left[X_j^2 \left(1 - \frac{X_i}{X_K}\right)^2 \right]. \quad (18)$$

Из (17) и (18) следует, что обе дисперсии в начальной точке хода равны нулю, а в конечной нулю равна лишь дисперсия ординаты. Если полигонометрический ход симметричен, то ордината в его середине имеет наибольшую расчетную ошибку.

Пусть, например, проектируется съемка кривой длиной 800 м радиусом 1 000 м с относительной стандартной ошибкой измерения стометрового участка кривой рулеткой 1/10 000, а углы поворота планируется измерять со стандартной ошибкой около 1/40 000 (5"/206265") теодолитом Т5. В полигонометрическом ходе 8 секций, поэтому наибольшая вероятная ошибка будет в ординате узловой точки номер IV (см. рис. 2). Расчеты дисперсий координат этой точки по (17) и (18) дают квадраты стандартных вероятных ошибок, округленные до целых мм

$$\sigma_x^2 = 20^2 + 2^2 \text{ и } \sigma_y^2 = 5^2 + 7^2.$$

Как видим, сравнительно малая точность измерения расстояния (первое слагаемое) сказалась на точности определения абсциссы в узловой точке.

Практики полагают, что стандартная ошибка разбивки делений пути составляет около 2 мм, тогда стандартная ошибка n отрезков составит $2\sqrt{n}$. Тем самым стометровый отрезок кривой якобы разбивается с относительной стандартной ошибкой равной 1/20 000. Реально стандартные ошибки разбивки, как приведено выше, составляют примерно 1/10 000. Из примера видно, что принятое соотношение измерения углов и расстояний, примерно $1:4$, обеспечивает равное влияние на точность определения координат точек деления кривой. К тому же, при малой кривизне пути величина стандартной ошибки по оси X не имеет существенного значения.

Стандартная программа обработки данных параметрическим способом требует всего лишь ввода координат (в общем случае – приближенных) и ковариационной матрицы измеренных величин K.

Выполнив вычисления по формуле (2), получаем элементы матрицы K, приведенные в таблице.

Таблица

Элементы матрицы K_{XX}, в мм^2

	*X*1	*Y*1	*X*2	*Y*2	*X*3	*Y*3	*X*4	*Y*4	*X*5	*Y*5	*X*6	*Y*6	*X*7	*Y*7	*X*8
*X*1	92	–25	94	–20	95	–15	95	–13	94	–1	93	0	92	0	91
*Y*1		22	–22	28	–21	31	–22	29	–22	24	–23	18	–24	9	–25
*X*2			192	–36	193	–29	193	–24	191	–2	190	0	188	0	185
*Y*2				49	–34	55	–35	54	–36	44	–38	32	–40	17	43
*X*3					292	–40	292	–34	290	–1	289	0	286	1	283
*Y*3						69	–42	71	–43	59	–46	44	–51	24	–55
*X*4							392	–41	389	1	388	2	385	2	382
*Y*4								77	–43	67	–48	51	–55	28	–63
*X*5									486	3	485	3	483	2	480
*Y*5										69	–5	53	–15	30	–27
*X*6											582	8	581	4	580
*Y*6												49	–7	28	–24
*X*7													676	9	8
*Y*7														22	–15
*X*8															772

Ввиду того, что ковариационная матрица координат симметрическая, ее подиагональные элементы здесь опущены. Углы и расстояния, принятые в примере, измерены с разной точностью, так что стандартная ошибка абсциссы точки IV сравнительно велика (около 27 мм) по отношению к ошибке ординаты этой же точки (около 9 мм).

Анализ данных, приведенных в табл. 1, показывает, насколько взаимосвязаны между собой вычисляемые координаты всех точек. Поэтому оценка точности любых величин, определяемых по координатам, была бы существенно неверной без учета этих связей.

Дисперсия разности координат ($Y_i - Y_j$) вычисляется по формуле (19)

$$\sigma^2_{Y_i - Y_j} = \sigma^2_{Y_i} + \sigma^2_{Y_j} - 2K_{Y_iY_j} . \qquad (19)$$

Например, для разности ординат точек III и IV получим: $69 + 77 - 2 \cdot 74 = 4$ мм^2. Из примера следует, что стандартная ошибка этой разности составляет всего лишь 2 мм, а это, в свою очередь, показывает достаточно высокую точность определения взаимного положения смежных точек. Если же не учитывать их ковариацию, то ошибка взаимного положения смежных точек составит 12 мм, что совершенно не соответствует реальной точности измерений.

Выводы

1. Способ стрел не обеспечивает необходимой точности определения координат точек делений железнодорожного пути.
2. При съемке железнодорожных кривых способом И. В. Гоникберга для измерения углов полигонометрического хода необходимо использовать теодолит типа Т5 или соответствующие по точности электронные тахеометры.
3. Соотношение точности угловых и линейных измерений (не более $1:4$) должно обеспечивать равное влияние на ошибки координат снимаемых точек кривой.
4. Для полевого контроля угловых измерений полигонометрический ход необходимо «замыкать».
5. Боковое нивелирование точек разбивки пути целесообразно выполнять дважды «вперед» и «назад» в одних и тех же точках делениях пути, с обязательным «покачиванием» рейки; разность в измерениях не должна превышать расчетного допуска.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Інструкція по устрою та утриманню колії залізниць України. ЦП/0050. – К.: Транспорт України, 1999.
2. Дюнин А. К. Вопросы теории проектирования железнодорожных кривых / А. К. Дюнин, Д. Г. Ковтун, В. И. Ангелейко. Сиб. Отд. АН СССР. – Новосибирск, 1960. – 174 с.
3. Рапопорт Х. М. К вопросу о влиянии ошибок измерений на результаты определения сдвига по методу разностей эвольвент // Тр. ДИИТа. – Д.– 1947. – Вып. XVII.
4. Корженевич И. П. Расчет переустройства кривых в декартовой косоугольной системе координат // Вопросы проектирования и строительства железных дорог: Тр. ДИИТа. – 1976. – Вып. 176/5. – С. 82–88.
5. Корженевич И. П. Обеспечение точности съемки кривых при возрастании скоростей движения поездов // Вісник наук. пр. ДИИТа. – 2003. – Вип. 2, – С. 174–177.
6. Машимов М. М. Уравнивание геодезических сетей. – М.: Недра, 1979. – 367 с.

Поступила в редколлегию 18.11.2005.