УДК 629.439:681.5

В. А. ПОЛЯКОВ, Н. М. ХАЧАПУРИДЗЕ (ИТСТ НАН Украины)

ТЕРМИНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНЕЙНОГО СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Обґрунтовано можливість і доцільність термінального керування рухом магнитолевитирующего поїзда з використанням лінійного синхронного двигуна. Проаналізовані вимоги до якості такого руху, а також обмеження його регулятора. Розроблений алгоритм формування позиційного термінального керування системою.

Обоснована возможность и целесообразность терминального управления движением магнитолевитирующего поезда с использованием линейного синхронного двигателя. Проанализированы требования к качеству такого движения, а также ограничения его регулятора. Разработан алгоритм формирования позиционного терминального управления системой.

The article substantiates practicability and expediency of terminal operation of a magnetic-levitation train with the use of a linear synchronous motor, examines quality requirements to the movement of such train and the limits its controller and also develops an algorithm of positional terminal control of the system.

Результаты теоретико-экспериментальных исследований в области перспективных наземных транспортных технологий [1; 2] свидетельствуют о практической невозможности дальнейшего существенного наращивания их интенсивности без перехода на бесконтактные системы подвешивания, направления и движения экипажей. Весьма перспективным [3; 4] оказалось использование для этих целей электромагнитного поля. Конструктивно реализация первых двух из перечисленных функций (подвешивание и направление единиц транспортных средств) во многих практических случаях возлагается на единый левитационно-направляющий электромагнитный блок и происходит в пассивном режиме, обеспечиваемом за счет соответствующих схемных решений. Для инициации же движения экипажей наиболее приемлемы линейные тяговые двигатели, в частности синхронные [2; 4].

Движение магнитолевитирующего поезда (МЛП), имеющее в качестве основной задачи перемещение пассажиров и грузов, при реализации регламентируется графиком движения, требующим приведения его объекта к назначенным моментам времени в заданную последовательность состояний. Поэтому управление таким движением достаточно корректно и полно может осуществляться терминально [5; 6] с наложением реальных ограничений на пространства фазовых координат $\Omega_x(t)$, возмущений $\Omega_w(t)$ и управлений $\Omega_u(t)$ [7]. В зависимости от целей и задач исследования эти множества могут быть различно физически интерпретированы.

В то же время в принципиальном плане управление практически любым реальным движением МЛП может рассматриваться как терминальное и, следовательно, синтезироваться как таковое. До настоящего времени в известных авторам публикациях такая задача не решена.

Целями статьи являются:

1. Обоснование возможности и целесообразности терминального управления движением МЛП с использованием линейного синхронного двигателя; анализ требований к качеству такого движения, а также ограничений его регулятора.
2. Разработка алгоритма формирования позиционного терминального управления системой.

Модель управляемого движения механической подсистемы (МП) поезда, как известно, имеет вид

$$\dot{x}(t) = f\left[x(t), u(t), w(t), t\right] \quad \forall t \in [t_s, \theta]; \;\; x(t_s) = x_s, \quad (1)$$

где $x(t), u(t), w(t) \;\; \forall t \in [t_s, \theta]$ – векторы состояния подсистемы, а также управляющих и возмущающих воздействий на нее; t – удобная для проведения исследования независимая переменная, например, время; $[t_s, \theta]$ – интервал управления движением; x_s – его начальные условия.

В случае терминального управления цель этого движения формализуется программой

$$x(\tau) = x_f, \quad (2)$$

где τ, x_f – значения независимой переменной и вектора состояния МП МЛП в конечный на рассматриваемом терминальном интервале управления момент. При этом, исходя из физического смысла процесса движения, должны быть соблюдены условия:

$$x(t) \in \Omega_x(t), u(t) \in \Omega_u(t) \quad \forall t \in [t_s, \tau]. \quad (3)$$

И, кроме того, известна некоторая априорная информация

$$w(t) \in \Omega_w(t) \forall t \in [t_s \tau]. \quad (4)$$

Программа (2) накладывает ограничение лишь на конечное (на интервале $[t_s, \tau]$) состояние МП поезда. Поэтому моделью (1) совместно с условиями (2)–(4) определяется ансамбль фазовых траекторий изображающей точки подсистемы в пространстве ее состояний:

$$X\left[u(\bullet), w(\bullet), x_s, x_f\right] =$$

$$= \left\{x\left[\bullet, u(\bullet), w(\bullet), x_s, x_f\right] \in \Omega_x(t): \right.$$

$$\left. u(\bullet) \in \Omega_u(t),\ w(\bullet) \in \Omega_w(t),\ t \in [t_s, \tau]\right\};$$

$$u(\bullet) = \{u(t) \forall t \in [t_s, \tau]\};\ w(\bullet) = \{w(t) \forall t \in [t_s, \tau]\};$$

$$x\left[\bullet, u(\bullet), w(\bullet), x_s, x_f\right] =$$

$$= \left\{x\left[t, u(\bullet), w(\bullet), x_s, x_f\right] \forall t \in [t_s, \tau]\right\}, \quad (5)$$

каждая из которых удовлетворяет краевым условиям

$$\left.\begin{aligned} x(t_s) &= x_s, \\ x(\tau) &= x_f. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Если, помимо удовлетворения этих условий, к движению МП МЛП не предъявляется никаких иных требований, то управление ею синтезируется как чисто терминальное, предполагающее, в зависимости от конкретных значений возмущений (4), возможность реализации любой траектории из ансамбля (5). Таким образом, в данном случае целенаправленное движение определено лишь с точностью до этого возможного ансамбля.

Из изложенного следует, что при чисто терминальной постановке задачи поиска управления движением МП поезда относительно его конкретной реализации имеется существенный конструктивный произвол. Он может быть использован для придания этому движению дополнительных полезных свойств.

Например, если потребовать, чтобы, помимо удовлетворения условий (3) и (6), на реализуемой фазовой траектории подсистемы имело место соотношение

$$I = \inf_{u(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} \left\{ \int_{t_s}^{\tau} \lambda\left[u(\bullet), w(\bullet)\right] dt : \right.$$

$$\left. u(\bullet) \in \Omega_u(t), w(\bullet) \in \Omega_w(t), t \in [t_s, \tau] \right\}, \quad (7)$$

где I – интегральный показатель качества управления; λ – заданная функция своих аргументов, то задача синтеза управления носит игровой минимаксный характер, базирующийся на концепции гарантированого результата [8].

При этом упомянутое управление приобретает свойства, оптимальные по критерию I, а из ансамбля (5) реализуется единственная траектория, экстремальная по этому критерию. Целенаправленное движение МП МЛП определено однозначно и гарантировано обладает оптимальностью в указанном смысле при любых возможных возмущениях. Такой подход позволяет при необходимости в различных эксплуатационных режимах оптимизировать требуемые характеристики указанного движения.

Итак, путем классификации и параметризации обстановки, в которой происходит движение МП МЛП [8], а также построения для каждой типовой ситуации оптимального, в требуемом смысле, управления этим движением может быть решена задача синтеза абстрактного разомкнутого [9] терминального целенаправленного его принуждения. Однако на практике при разработке конструктивных систем такого принуждения неизбежно возникает проблема необходимости одновременного удовлетворения совокупности инженерных требований, предъявляемых к качеству указанного движения. Одним из способов построения оптимального управления в этом случае является введение векторных критериев, каждый из которых состоит из ряда вторичных критериев, которым одновременно должно удовлетворять движение МП поезда.

Анализ изложенного свидетельствует о двойственности управления, синтезируемого исходя из концепции гарантированного результата, и поэтому, в каждом режиме движения МЛП, оптимального по некоторому в общем случае векторному критерию качества. С одной стороны, такое управление, несомненно, обладает более высоким качеством, по крайней мере в отношении указанного критерия, в сравнении с чисто терминальным принуждением.

Однако, с другой стороны, построение такого оптимального управления требует многократного совмещенного с процессом движения, оперативного решения игровой минимаксной задачи типа (7). Это, усугубляясь, в общем случае, векторностью минимизируемого функционала, а также необходимостью решения подчиненной задачи идентификации объекта движения, предъявляет весьма высокие требования к вычислительному, а также иным устройствам регулятора, осуществляющего синтез искомого управления.

Поэтому окончательное решение относительно наиболее приемлемого, в каждой конкретной ситуации, типа стратегии формирования принуждающего воздействия на движение должно приниматься с обязательным учетом реальных ограничений на характеристики управляющего устройства, определяемых, с одной стороны, уровнем обязательных требований к качеству этого движения и, с другой стороны, техническими, экономическими, временными, а также иными ресурсами, которые возможно и целесообразно затратить на создание этого устройства.

В зависимости от места расположения регулятора системы управления движением поезда, как известно [10], подразделяются на стационарные и бортовые. Несмотря на такие привлекательные свойства стационарных систем, как меньшая критичность к энергопотреблению, вычислительной мощности управляющего компьютера, габаритам и весу, более легкие условия эксплуатации (понижение уровня помех и возмущений, менее острый дефицит оперативной информации) и некоторые иные (менее значимые), бортовые системы, обладая, в свою очередь, автономностью, гораздо меньшей инерционностью и более высокой точностью, а также рядом иных принципиальных преимуществ [7], во многих случаях, очевидно, более предпочтительны в качестве терминальных для управления движением МЛП. На основании этого в дальнейшем изложении возможные подходы к решению задачи синтеза терминального управления указанным движением конкретизируются применительно к системам бортового типа.

При синтезе бортовой терминальной системы управления движением МП МЛП с целью снижения требований по надежности, весу и так далее целесообразным является наложение на свободу выбора управляющего устройства некоторых дополнительных ограничений. Практическая применимость результатов упомянутого синтеза в значительной мере, очевидно, зависит от способа формализации этих ограничений.

Для бортовых терминальных систем в качестве дополнительных ограничений наиболее удобными оказались [7] ограничения по структуре системы, основными из которых являются ограничения по емкости оперативной и долговременной памяти управляющего устройства, а также по виду реализуемых им операций. Из общей теории терминального управления следует, что [7] уменьшение необходимой емкости оперативной памяти требует снижения количества информации, перерабатываемой регулятором при формировании управляющего воздействия. Эффективным средством ограничения потребной емкости долговременной памяти является сокращение общего числа перемен параметров алгоритма управления за все время движения. Наконец, целесообразным является принятие в качестве допустимого типа операций, реализуемых упомянутым управляющим устройством, арифметических операций, число которых заранее ограничено.

Необходимость учета приведенных целесообразных ограничений на структуру используемых регуляторов, а также наличных технических возможностей и экономической целесообразности их создания в современных условиях приводят к заключению о рациональности синтеза чисто терминальной исходной версии таких регуляторов, на основе одномассовой расчетной схемы МП МЛП. Один из возможных подходов к решению задачи такого синтеза, инициированных изложенными соображениями, описан ниже.

В качестве расчетной схемы МП поезда примем материальную точку C, расположенную, например, в его голове и обладающую массой m. Тогда естественное движение такой точки однозначно представимо законом $\eta(t)$ изменения во времени t расстояния η, пройденного ею от начала движения вдоль линии, параллельно сдвинутой относительно оси пути, под воздействием проекции F_n – равнодействующей естественных возмущений этого движения – на касательную к упомянутой линии. Такое движение может быть описано с помощью второго закона Ньютона

$$m\ddot{\eta} = F_n. \tag{8}$$

В таком случае любое физически реализуемое управляемое движение моделируемой точки может быть представлено уравнением

$$m\ddot{\eta} = F_n + F_c, \tag{9}$$

где F_c – проекция управляющих сил на ту же касательную.

Иным, более конструктивным, представлением того же целенаправленного движения является его программа, составленная относительно обобщенной координаты подсистемы η. Физическая сущность изучаемого процесса такова, что закон $\eta(t)$ всегда является непрерывной действительной функцией своего аргумента. Поэтому согласно теореме Вейерштрасса о приближении функции упомянутая программа любого управляемого движения рассматриваемой системы может быть принята в виде

$$\eta(t) = E_i t^{(i)} \delta^i \forall i \in \left[\overline{0, j}\right], \quad (10)$$

где $E \forall i \in \left[\overline{0, j}\right]$ – подлежащие определению коэффициенты аппроксимационного полинома;

$$\delta^i = [1,1,\ldots,1]^T \forall i \in \left[\overline{0, j}\right].$$

Значения $E_i \forall i \in \left[\overline{0, j}\right]$ должны быть определены, очевидно, исходя из краевых условий движения на его терминальном интервале $[t_s, \tau]$. Поэтому для обеспечения однозначности этого определения в (10) примем

$$j = \rho + n - 1,$$

где $\rho = 2$ – порядок принятого модельного представления исследуемой подсистемы; n – число ограничений, накладываемых на ее конечное состояние.

Не снижая общности рассмотрения, положим, что $t_s = 0$. Тогда из (10) следует, что

$$E_0 = \eta_s; \quad E_1 = \dot{\eta}_s, \quad (11)$$

где $(\eta_s, \dot{\eta}_s) = x_s$ – исходное состояние подсистемы.

Учет линейности принятого представления объекта движения позволяет при разработке замкнутой системы управления им считать, что

$$\left. \begin{aligned} & E_i = i^{(-1)} E_{i-1}^{((1))} \forall i \in \left[\overline{2,(n+1)}\right]; \\ & E_{i-1}^{((1))} = \frac{d}{dt} E_{i-1}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

В то же время, последовательно дифференцируя (10) и записывая результаты такого дифференцирования для терминального момента τ, получим:

$$\eta_f^{((i))} = \nu! \left[(\nu - i)!\right]^{(-1)} E_\nu \tau^{(\nu - i)} \delta^\nu$$
$$\forall i \in \left[\overline{2,(n+1)}\right], \quad \nu \in \left[\overline{i,(n+1)}\right], \quad (13)$$

где $(\eta_f, \dot{\eta}_f) = x_f$ – терминальное состояние подсистемы.

Совокупность же выражений (12) и (13) позволяет после выполнения ряда преобразований записать соотношение

$$E_i = (-1)^{(\xi)} (n - \xi + 1)! \left[i!(n - i - \xi + 1)! \xi! \tau^{(i-\xi)} \right]^{(-1)} \times$$
$$\times a_\xi \delta^\xi - (n - \zeta + 1)! \left[(n - i + 1)!(i - \zeta)! \tau^{(i-\zeta)} \right]^{(-1)} \times$$
$$\times E_\zeta \delta^\zeta; \quad a_\xi = \eta_f^{((\xi))} \forall i \in \left[\overline{2,(n+1)}\right],$$
$$\xi \in \left[\overline{0,(n-i+1)}\right], \zeta \in \left[\overline{0,(i-1)}\right]. \quad (14)$$

Таким образом, с помощью равенств (11) и (14), исходя из задаваемых $\eta_s, \dot{\eta}_s$, а также $\eta_f^{((\xi))}$ $\forall \xi \in \left[\overline{0,(n-1)}\right]$ могут быть однозначно определены $E_i \forall i \in \left[\overline{0,(n+1)}\right]$, входящие в программу движения (10).

Согласно принятому способу преобразования естественного движения МП МЛП (8) в его требуемые рабочие движения, удовлетворяющие программе (10), к системе должно быть приложено аддитивное принуждение F_c, необходимый закон изменения которого может быть получен путем решения обратной задачи динамики этой подсистемы из (9) в виде

$$F_c(t) = m\ddot{\eta}(t) - F_n(t), \quad (15)$$

где, исходя из (10),

$$\ddot{\eta}(t) = \nu! \left[(\nu - 2)!\right]^{(-1)} \times$$
$$\times E_\nu t^{(\nu-2)} \delta^\nu \quad \forall \nu \in \left[\overline{2,(n+1)}\right]. \quad (17)$$

Совокупность выражений (11) и (14)–(16) позволяет реализовывать «жесткое» программное терминальное управление продольным движением МП МЛП. Однако, как известно, требование сохранения целенаправленности и адаптивности такого движения в реальных условиях наличия его возмущений приводит к необходимости синтеза замкнутого управления. Для этого текущее фазовое состояние МП поезда будем считать начальным и поэтому в (16) примем $t = 0$; время терминального перехода τ в выражениях (14) заменим интервалом $(\tau - t)$, оставшимся до окончания упомянутого перехода.

Выполнив отмеченные преобразования, получим следующее выражение, определяющее в совокупности с (16) замкнутое синтезируемое управление:

$$\ddot{\eta}(t)=2\{(-1)^{(\xi)}(n-\xi+1)!\left[2(n-\xi-1)!\xi!\times\right.$$
$$\left.\times(\tau-t)^{(2-\xi)}\right]^{(-1)}a_\xi\delta^\xi-(n-\zeta+1)!\left[(n-1)!\times\right.$$
$$\left.\times(2-\zeta)!(\tau-t)^{(2-\zeta)}\right]^{(-1)}E_\zeta\delta^\zeta\Big\};$$
$$a_\xi=\eta_f^{((\xi))}\quad\forall\xi\in\left[\overline{0,(n-1)}\right],\zeta\in\left[\overline{0,1}\right]. \quad (18)$$

Построенное таким образом управление имеет особенность в терминальной точке, заключающуюся в том, что при $t\to\tau$ знаменатели слагаемых в последнем выражении стремятся к нулю, а поэтому сами эти слагаемые неограниченно возрастают. Одним из наиболее приемлемых способов устранения указанной особенности управления, определяемого выражениями (15) и (17), является реализация в пространстве состояний подсистемы преследования ее изображающей точкой H целевой фазовой точки G, опережающей точку H на малый временной интервал Δ. Очевидно, что чем меньше значение этого интервала, тем «жестче» управление, то есть тем точнее ведомая точка H повторяет движение ведущей. Итак, будем считать, что с интервалом Δ целевая точка G совершает синфазное (10) движение, которое поэтому может быть представлено программой:

$$\eta_G^{((i))}=\lambda!\left[(\lambda-i)!\right]^{(-1)}L_\lambda(t+\Delta)^{(\lambda-i)}\delta^\lambda$$
$$\forall i\in\left[\overline{0,(n+1)}\right],\quad \lambda\in\left[\overline{i,(n+1)}\right];$$
$$L_0=E_0;\quad L_1=E_1;$$
$$L_\lambda=(-1)^{(\xi)}(n-\xi+1)!\left[\lambda!(n-\lambda-\xi+1)!\times\right.$$
$$\left.\xi!(t+\Delta)^{(\lambda-\xi)}\right]^{(-1)}a_\xi\delta^\xi-(n-\zeta+1)!\times$$
$$\left[(n-\lambda+1)!(\lambda-\zeta)!(t+\Delta)^{(\lambda-\zeta)}\right]^{(-1)}L_\zeta\delta^\zeta;$$
$$a_\xi=\eta_f^{((\xi))}\forall\lambda\in\left[\overline{2,(n+1)}\right],$$
$$\xi\in\left[\overline{0,(n-\lambda+1)}\right],\ \zeta\in\left[\overline{0,(\lambda-1)}\right].$$

Подставляя в (17) определенные таким образом $\eta_G^{((i))}\forall i\in\left[\overline{0,(n-1)}\right]$ вместо $\eta_f^{((\xi))}\ \forall\xi\in\left[\overline{0,(n-1)}\right]$, а также Δ вместо $(\tau-t)$, чем устраняется особенность управления в терминальной точке, после преобразований приходим к замкнутому закону управления, лишенному указанных особенностей:

$$\ddot{\eta}(t,\eta,\dot{\eta})=k_j\delta^j t^{(j)}+\mu_\kappa e^\kappa;$$
$$k_j=\left[2(n-\nu+1)!(j+\nu)!\right]\left[j!(n-1)!\times\right.$$
$$\left.\times(2-\nu)!\nu!\Delta^{(2-\nu)}\right]^{(-1)}E_\xi\delta^\xi;$$
$$\gamma_\kappa=-\left[2(n-\kappa+1)!\right]\left[(n-1)!(2-\kappa)!\kappa!\Delta^{(2-\kappa)}\right]^{(-1)};$$
$$e^\kappa=\left[\eta^{((\kappa))}\right]^T;\quad \xi=j+\nu$$
$$\forall j\in\left[\overline{0,(n+1)}\right],\nu\in\left[\overline{0,\ 2}\right],\kappa\in\left[\overline{0,\ 1}\right]. \quad (18)$$

В последних выражениях $E_\xi\forall\xi\in\left[\overline{0,(n+3)}\right]$ определяются согласно (11) и (14) после принятия $i\in\left[\overline{2,(n+3)}\right],\xi\in\left[\overline{0,(n-i+3)}\right]$. Из этого следует, что реализация синтезированного закона управления требует знания $\eta_f^{((\xi))}\forall\xi\in\left[\overline{0,(n+3)}\right]$.

В то же время η_f и $\dot{\eta}_f$ известны априорно, а значениями $\eta_f^{((\xi))}\forall\xi\ge 2$ определяется плавность подхода подсистемы к терминальному состоянию. Поэтому вполне допустимо принять

$$\eta_f^{((\xi))}\equiv 0\forall\xi\ge 2$$

и, следовательно, в (14) считать $\xi\in\left[\overline{0,1}\right]$. В случае же возникновения такой необходимости подсистема может быть «загрублена» принятием

$$\eta_f^{((\xi))}=\Xi_\zeta;\zeta=\xi-2\forall\xi\in\left[\overline{2,(n+3)}\right],$$

где $\Xi_\zeta\forall\zeta\in\left[\overline{0,(n+1)}\right]$ – некоторые допустимые значения величин $\eta_f^{((\xi))}\forall\xi\in\left[\overline{2,(n+3)}\right]$ с сохранением в таком случае в (14) $\xi\in\left[\overline{0,(n+3)}\right]$.

Между коэффициентами характеристического полинома передаточной функции рассматриваемой подсистемы, совпадающими с $\gamma_\kappa\forall\kappa\in\left[\overline{0,1}\right]$ в (18), с одной стороны, и собственной частотой ω_0, а также декрементом χ затухания системы – с другой, существует связь, определяемая соотношениями [7]:

$$\omega_0 = \gamma_0^{(0,5)}; \quad 2\chi\omega_0 = \gamma_1 . \qquad (19)$$

При $\rho = 2$ с использованием (18) может быть показано, что

$$\left.\begin{aligned} \gamma_0 &= \hat{n}(\hat{n}+1)\Delta^{(-2)}; \\ \gamma_1 &= 2\hat{n}\Delta^{(-1)}; \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

$$n = \begin{cases} \operatorname{int}[\hat{n}] + 1 \forall \hat{n} > \operatorname{int}[\hat{n}]\, p; \\ \operatorname{int}[\hat{n}] \forall \hat{n} \le \operatorname{int}[\hat{n}]\, p, \end{cases} \qquad (21)$$

где p – коэффициент «запаса».

Поэтому, подставляя (20) в (19), получим:

$$\omega_0 = \hat{n}\Delta^{(-1)}\left(1 + \hat{n}^{(-1)}\right)^{(0,5)};$$

$$\chi = \left(1 + \hat{n}^{(-1)}\right)^{(-0,5)}.$$

Второе из этих выражений позволяет записать

$$\hat{n} = \chi^{(2)}\left(1 - \chi^{(2)}\right)^{(-1)}. \qquad (22)$$

Общепринятыми характеристиками качества переходного процесса в системе, как известно, является время его протекания, совпадающее в данном случае с τ, и его перерегулирование q. Результаты анализа таких процессов для $\rho = 2$ свидетельствуют о том, что [7]

$$\left.\begin{aligned} &\chi = \varepsilon - \varphi \ln q; \\ &\varepsilon = 0,843, \varphi = 0,103 \forall q \in (0,10)\%; \\ &\varepsilon = 1,032, \varphi = 0,183 \forall q \in [10,30)\% \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta = \tau(\hat{n}+1)\hat{n}^{(-\lambda)}\psi; \\ &\psi = 0,231, \lambda = 0,167. \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

Значения величин ε, φ, ψ и λ, входящие в эти равенства, получены на основании условия достаточной точности аппроксимации соответствующих эмпирических зависимостей. Совокупность выражений (21), (22)–(24) позволяет вычислять значения величин n и Δ, входящих в закон (18) замкнутого терминального управления, обеспечивающего заданное качество переходных процессов в подсистеме, определяемое значениями величин τ и q.

Синтезированное терминальное программное управление, определяемое выражениями (15), (18), (21) и (22)–(24), является замкнутым по управляемым фазовым координатам МП МЛП η и $\dot{\eta}$, не имеет особенностей и поэтому позволяет получать любые продольные движения поезда, для реализации которых система обладает достаточными ресурсами, либо констатировать ее недостаточность для реализации желаемых движений.

Исполнительным органом, реализующим возникновение управляющих воздействий F_c на продольное движение МП МЛП, является, как отмечалось, линейный синхронный двигатель (ЛСД). Именно он во взаимодействии с регулирующей аппаратурой системы осуществляет дозированный отбор энергии из питающей электрической сети и ее преобразование в энергию движения МП МЛП. При взаимодействии полей сверхпроводящих экипажных контуров (СЭК) с бегущим синусоидальным полем якорной обмотки ЛСД электрическая энергия частично (за исключением потерь) преобразуется в энергию механического движения МП МЛП. При этом между индукторными и якорной обмотками ЛСД возникают усилия, текущее значение равнодействующей которых может быть получено согласно выражению

$$F_c(t) = \sum_{\nu=1}^{K} i_s^{\nu}(t) \sum_{\kappa=1}^{N_{ac}} i_{ac}^{\kappa}(t) \frac{\partial \mu_{\nu\kappa}(t)}{\partial \xi_\nu}, \qquad (25)$$

где $i_s^{\nu}(t), K$ – текущее значение тока в цепи ν-го СЭК, а также число таких контуров, установленных на экипажах МЛП; $i_{ac}^{\kappa}(t)$ – текущее значение тока в цепи κ-й якорной катушки ЛСД; N_{ac} – число катушек его якорной обмотки, взаимодействие с которыми ежемоментно учитывается для каждого СЭК; $\mu_{\nu\kappa}(t)$ – мгновенное значение взаимной индуктивности между магнитными цепями ν-го СЭК и κ-й якорной катушкой; ξ_ν – перемещение упомянутого ν-го СЭК, отсчитываемое вдоль оси пути от начала движения МЛП.

Значения величин K, а также N_{ac} в процессе движения не изменяются. Значения же $i_s^{\nu}(t)$ $\forall \nu \in \overline{[1, K]}$ изменяются (благодаря принятым конструктивным мерам) достаточно медленно и на интервалах, соизмеримых со временем наблюдения движения МЛП, могут считаться постоянными:

$$i_s^{\nu}(t)=i_s\,''\nu\,\hat{I}\,\overline{[1,\mathrm{K}]},t\,\hat{I}\,[t_s,\tau]. \qquad (26)$$

Каждый из токов $i_{ac}^{\kappa}(t)\forall\kappa\in\overline{[1,N_{ac}]}$ протекает в цепи якорной катушки, последовательно включенной в одну из фаз статора ЛСД. Поэтому совокупность этих токов объединяет в себе три равных по количеству элементов, но различных в общем случае по их мгновенным значениям группы. Каждая же из таких групп в свою очередь состоит из равных по мгновенным значениям токов, протекающих в цепях якорных катушек, включенных в одноименную фазу статорной обмотки. Поэтому

$$i_{ac}^{\zeta}(t)=i_{ac}^{\xi}(t),\zeta=\xi+3\sigma$$

$$\forall\xi\in\overline{[1,3]},\sigma\in\overline{[1,(\mathrm{K}_s-1)]},t\in[t_s,\tau], \qquad (27)$$

где K_s – число триад катушек, включенных в секцию статора ЛСД, и отысканию из совокупности $i_{ac}^{\kappa}(t)\forall\kappa\in\overline{[1,N_{ac}]}$, $t\in[t_s,\tau]$ подлежат лишь токи $i_{ac}^{\xi}(t)\forall\xi\in\overline{[1,3]}$, $t\in[t_s,\tau]$. Все иные компоненты этой совокупности могут быть найдены согласно выражениям (27).

Результирующие потокосцепления фазовых обмоток якоря ЛСД могут быть определены выражениями [11]

$$\left.\begin{aligned}&\psi_{\xi}=i_{ac}^{\xi}L_{\xi}+i_s\sum_{\lambda=1}^{\Lambda}\mathrm{M}_{\xi\lambda};\\&L_{\xi}=L_{\xi\sigma}-M_{\xi\xi}\forall\xi\in\overline{[1,3]},\end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

где $L_{\xi\sigma},\mathrm{M}_{\xi\xi}\forall\xi\in\overline{[1,3]}$ – собственные индуктивности этих обмоток от полей рассеяния, а также их попарные взаимные индуктивности; $\Lambda=0,5\cdot K$ – число СЭК на одном из бортов экипажей МЛП; $M_{\xi\lambda}\forall\xi\in\overline{[1,3]},\lambda\in\overline{[1,\Lambda]}$ – взаимные индуктивности якорных и индукторных контуров ЛСД.

Согласно (28) мгновенные значения токов в фазах якорной обмотки определяются соотношениями

$$i_{ac}^{\xi}=\left(\psi_{\xi}-i_s\sum_{\lambda=1}^{\Lambda}M_{\xi\lambda}\right)L_{\xi}^{(-1)}\forall\xi\in\overline{[1,3]}. \qquad (29)$$

Исходя из второго закона Кирхгофа, для тех же якорных фазных обмоток могут быть записаны уравнения напряжений

$$u_{\kappa}=\frac{d}{dt}\psi_{\kappa}+r_{\kappa}i_{\kappa}\forall\kappa\in\overline{[1,3]}, \qquad (30)$$

где $u_{\kappa},r_{\kappa}\forall\kappa\in\overline{[1,3]}$ – напряжения, приложенные к этим обмоткам, а также активные (омические) сопротивления их цепей.

Фазные обмотки якоря ЛСД по обоим бортам МЛП соединены каждая со своим независимым регулируемым источником трехфазного синусоидального напряжения. Поэтому

$$u_{\kappa}(t)=U_a(t)\cos\left[2\pi f_u(t)t+\right.$$

$$\left.+\sigma_{\kappa}+\theta_u(t)\right]\quad\forall\kappa\in\overline{[1,\;3]};$$

$$\sigma_{\kappa}=\begin{cases}0 & \text{для } \kappa=1;\\-\frac{2}{3}\pi & \text{для } \kappa=2;\\+\frac{2}{3}\pi & \text{для } \kappa=3,\end{cases} \qquad (31)$$

где $U_a(t), f_u(t),\theta_u(t)$ – текущие значения амплитуды, частоты и фазового сдвига подводимого напряжения.

Если фазные обмотки якоря симметричны и идентичны между собой, то

$$r_{\kappa}=r_{af}\,''\kappa\hat{I}\,\overline{[1,3]}, \qquad (32)$$

где r_{af} – омическое сопротивление указанной обмотки.

В таком случае, после подстановки соотношений (29), а также (31) и (32) в уравнения (30) и элементарных преобразований, последние выражения принимают окончательный вид:

$$\dot{\psi}_{\kappa}=U_a(t)\cos\left[2\pi f_u(t)t+\sigma_{\kappa}+\theta_u(t)\right]-$$

$$-r_{af}L_{\kappa}^{(-1)}\left(\psi_{\kappa}-i_s\sum_{\lambda=1}^{\Lambda}M_{\kappa\lambda}\right)\forall\kappa\in\overline{[1,3]};$$

$$\sigma_{\kappa}=\begin{cases}0 & \text{для } \kappa=1;\\-\frac{2}{3}\pi & \text{для } \kappa=2;\\+\frac{2}{3}\pi & \text{для } \kappa=3.\end{cases} \qquad (33)$$

Итак, токи $i_{ac}^{\kappa}\forall\kappa\in\overline{[1,N_{ac}]}$ могут быть определены из соотношений (27) и (29) после интегрирования, совместно с уравнениями динамики МП МЛП (9), уравнений (33), описывающих электромагнитные процессы в ЛСД. Далее с использованием соотношений (25)–(33) могут быть определены рациональные диапазоны параметров ЛСД и их соотношений, а также требуемые законы (совместного, взаимоувязанного) изменения характеристик $U_a(t)$, $f_u(t)$ и $\theta_u(t)$ питающего его фазную якорную обмотку напряжения в виде

$$\Gamma\{U_a(t), f_u(t), \theta_u(t)\} = 0 \forall t \in [t_s, \theta], \quad (31)$$

необходимые для реализации синтезируемого $F_c(t) \forall t \in [t_s, \theta]$.

Выводы

На основании приведенного алгоритма может осуществляться терминальное управление продольным движением МП МЛП с использованием ЛСД в качестве исполнительного элемента системы. Перспективные разработки по синтезу движения МЛП должны базироваться на многомерных расчетных схемах, возможно более полно отражающих его структурно-функциональную организацию. При этом целесообразно использовать игровые минимаксные методы управления, гарантирующие оптимальность упомянутого движения по отношению к вводимым критериям качества в широком диапазоне его режимов и целей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Takano I., Saito Y., Ogiwara H. Design and comparison of ultrahigh-speed ground transportation systems// El. Eng. in Japan. – 1975. – 95, № 3. – P. 26–33.
2. Дзензерский В. А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамическим подвешиванием / В. А. Дзензерский, В. И. Омельяненко, С. В. Васильев, В. И. Матин, С. А. Сергеев. – К.: Наук. думка, 2001. – 480 с.
3. Оно Э. Характеристики системы магнитного подвешивания и тяги с использованием сверхпроводящих магнитов для высокоскоростных поездов / Э. Оно, М. Ивамото, Т. Ямада // Наземный транспорт 80-х годов; Пер. с англ. под ред. Р. Торнтона. – М.: Мир, 1974. – С. 89–98.
4. Бочаров В. И. Высокоскоростной наземный транспорт с линейным приводом и магнитным подвесом / В. И. Бочаров, В. А. Винокуров, В. Д. Нагорский и др.; Под общ. ред. В. И. Бочарова. – М.: Транспорт, 1985. – 279 с.
5. Bellman R. Adaptive control processes. – Princeton Univ. press, 1961. 255 p.
6. Matthews M. V., Steeg C. W. Terminal controller synthesis. – MIT. Rep., 1955, Nov. 4, № 55 – 272, p. 10– 11.
7. Петров Б. Н. Бортовые терминальные системы управления: Принципы построения и элементы теории / Б. Н. Петров, Ю. П. Портнов-Соколов и др. – М.: Машиностроение, 1983. – 200 с.
8. Поляков В. А. Приспособляемость движения железнодорожного поезда // Динамика поезда и подвижного состава железных дорог: Межвуз. сб. научн. тр. – Д.: ДИИТ, 1990. – С. 107–117.
9. Блохин Е. П. Целенаправленное движение железнодорожного поезда / Е. П. Блохин, В. А. Поляков // Нагруженность и надежность механических систем: Сб. научн. тр. – К.: Наук. думка, 1987. – С. 76–83.
10. Ерофеев Е. В. Принципы построения систем автоведения поездов метрополитена и пассажирских поездов при электрической тяге: Автореф. дис. на соиск. уч. степ. докт. техн. наук. – М., – 1985. – 42 с.
11. Зенеке Г. В. Основы теории цепей / Г. В. Зенеке, П. Л. Ионкин, А. В. Нетушил и др. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.

Поступила в редколлегию 20.05.2006.