УДК 519.21

Г. Л. ВЕНЕДИКТОВ (ЗАО «ОКДАЙЛ», Россия),
В. В. ГАРБАРУК, П. В. ГЕРАСИМЕНКО (ПГУПС, Россия)

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЦЕНАМИ БИЛЕТОВ В ВАГОНАХ РАЗНОГО КЛАССА СКОРОСТНОГО ПОЕЗДА

Запропонована методика визначення раціонального співвідношення між вартістю квитків у вагонах різного класу швидкісних потягів постійного складу. В основу алгоритму покладений метод для знаходження умовного максимуму цільової функції. Алгоритм дозволяє забезпечити максимальну сумарну вартість послуг, що надаються, з перевезення пасажирів.

Предложена методика определения рационального соотношения между стоимостью билетов в вагонах разного класса скоростных поездов постоянного состава. В основу алгоритма положен метод для нахождения условного максимума целевой функции. Алгоритм позволяет обеспечить максимальную суммарную стоимость представляемых услуг по перевозке пассажиров.

The work contains an algorithm of determining rational correlation between the fares for different classes of cars in high-speed trains of permanent structure. The algorithm is based on the method of finding conditional maximum of a target function. The algorithm allows providing the maximal total cost of the services rendered in passenger transportation.

Достоинствами любого транспорта, в том числе и железнодорожного, являются его скорость и комфорт. Поэтому скорость и соответственно и время перемещения пассажира, и комфорт рассматриваются как показатели качества транспортной услуги. Для ряда дорог ОАО «РЖД», прежде всего для Октябрьской железной дороги, вопрос повышения скорости является одной из актуальных задач, поскольку эти дороги являются чрезвычайно загруженными. Для Октябрьской железной дороги вопросы повышения скорости и комфорта пассажиров не являются новыми.

В настоящее время накопленный опыт организации скоростного движения и проведенное перевооружение главного хода магистрали Петербург-Москва позволили достичь на отдельных участках максимальной скорости порядка 200 км/ч. Сегодня также курсирует частный поезд экстра-класса между Петербургом и Москвой. Он носит название «Гранд-экспресс» и состоит из 14 фирменных вагонов разной степени комфортности.

Дальнейшее повышение скорости и комфорта возможно только за счет существенных экономических затрат. Очевидно, что решение этой задачи невозможно без активного привлечения частного капитала, его финансовых и организационных ресурсов.

Однако проекты на основе государственно–частного партнерства требуют тщательной научной проработки, прежде всего потому, что для проектов с высокой транспортной инфраструктурой характерна низкая рентабельность на эксплуатационной фазе, а это обуславливает длительные сроки окупаемости начальных инвестиций. Железнодорожные компании, обеспечивая более высокие услуги по перевозке пассажиров в вагонах различного класса, отличающиеся друг от друга комфортом, надеются на достижение окупаемости за более короткие сроки. Поэтому наряду с оценкой предполагаемых затрат инвесторы заинтересованы в определении сроков окупаемости, которые в свою очередь зависят от тарифной политики для скоростного транспорта.

В работе [1] предложена математическая модель, позволяющая прогнозировать экономические результаты эксплуатации скоростных поездов постоянного формирования, и методика расчета оптимальной цены проезда в вагонах разных классов скоростного поезда. Она также может быть использована для выбора оптимальной схемы поезда по типам и классам вагонов. При этом модель учитывает, что цены услуг устанавливаются рынком и не зависят от отдельного потребителя. Поэтому модель базируется на функции спроса пассажирами услуг по цене, которые строятся по статистическим данным.

Как известно, согласно экономическому закону, с увеличением цены на услугу спрос на нее уменьшается. Поэтому на практике в качестве функции спроса $N = f(p)$ используют следующие основные функции:

– линейную функцию $y = a + bx$ с отрицательным коэффициентом b;

– степенную функцию $N = ap^b$ с отрицательным коэффициентом b;

– показательную функцию $N = ab^p$;

– квадратичную функцию

$$N = a + bp + cp^2.$$

В настоящее время применение алгоритма [1] ограничивается отсутствием построенных по реальным статистическим данным функций спроса билетов по их цене.

В данной работе предложен методический аппарат, проведено исследование и выполнен прогноз возможных доходов в области значений функции спроса. Проведенное исследование базировалось на анализе эластичности функции спроса по цене в области ее значений.

Как известно, эластичностью $E_N(p_0)$ непрерывной функции спроса $N = f(p)$ в точке $p = p_0$ называется предел отношения относительного приращения функции спроса в точке p_0 к относительному приращению цены в точке p_0, когда абсолютное приращение цены Δp стремится к нулю, то есть

$$E_N(p_0) = \lim_{\Delta p \to 0}\left[\frac{\Delta N}{N_0} \bigg/ \frac{\Delta p}{p_0}\right].$$

Из определения эластичности следует, что при малых приращениях цены Δp приближенно будет выполняться следующее равенство:

$$\frac{\Delta N}{N_0} \cdot \frac{p_0}{\Delta p} \approx E_N(p_0)$$

или

$$\frac{\Delta N}{N_0} \approx E_N(p_0)\frac{\Delta p}{p_0},$$

то есть эластичность спроса по цене – это коэффициент пропорциональности между относительными изменениями величины функции спроса на билеты и их цены. Он показывает, что если изменить на один процент относительное приращение цены, то на величину $E_N(p_0)$ процентов изменится относительное приращение функции спроса. Из анализа определения эластичности $E_N(p_0)$ следует выражение для эластичности через производную функции спроса. Действительно:

$$E_N(p_0) = \lim_{\Delta p \to 0}\left(\frac{p_0}{N_0} \cdot \frac{\Delta N}{\Delta p}\right) =$$

$$= \frac{p_0}{N_0} \cdot \lim_{\Delta p \to 0}\left[\frac{N(p_0 + \Delta p) - N(p_0)}{\Delta p}\right] =$$

$$= \frac{p_0}{N_0} N'(p_0).$$

Таким образом, если функция спроса по цене $N(p)$ на промежутке (α, β) дифференцируема, то для нее можно вычислить в произвольной точке $p \in (\alpha, \beta)$ эластичность

$$E_N(p) = \frac{p}{N} N'(p).$$

Для линейной функции спроса $N = a + bp$ ее эластичность

$$E_N(p) = (a + bp)' \frac{p}{a + bp} = \frac{bp}{a + bp}$$

является функцией от цены. Следует особо обратить внимание на коэффициент эластичности функции спроса билетов по цене в виде степенной функции.

Для степенной функции спроса $y = ax^\alpha$ эластичность

$$E_N(p) = (ap^\alpha)' \frac{p}{ap^\alpha} = a\alpha p^{\alpha - 1} \cdot \frac{p}{ap^\alpha} = \alpha,$$

то есть для степенной функции спроса коэффициент эластичности по цене представляет собой постоянную величину, равную показателю степени α.

Другими словами, если спрос на билеты изменяется по степенному закону от цены с показателем α, то при любой стоимости билетов изменение цены на один процент приведет к изменению числа желающих приобрести билеты на α процентов. Так как знак α всегда отрицательный для функции спроса в соответствие с экономическими законами, то число желающих приобрести билеты будет всегда уменьшаться при увеличении стоимости. Как частный случай степенной функции обратно пропорциональная функция $(\alpha = -1)$ имеет $E_N(p) = -1$. Следовательно, при таком реальном спросе, которому соответствует обратно пропорциональная функция спроса, любое изменение цены выручку от продажи билетов не изменяет. Тогда график функции спроса с $\alpha = -1$ (рис. 1) будет делить всю первую четверть декартовой системы координат (p, N) на две области, в одной из которых функция спроса будет эластична, а в другой – неэластична.

Для всех остальных функций коэффициент эластичности зависит от цены.

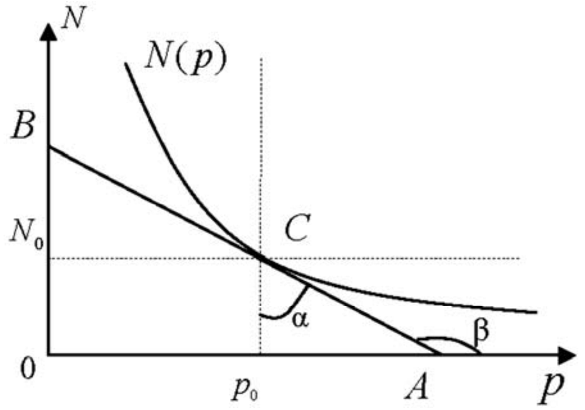

Рис. 1. Типовой график функции спроса

Так как

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$$

и

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha\,,$$

а

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha\,,$$

то эластичность функции спроса можно преобразовать:

$$E_N(p_0)=\frac{p_0}{N_0}N'(p_0)=\frac{p_0}{N_0}\,,$$

$$\mathrm{tg}\beta=\frac{p_0}{N_0}\frac{\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}=-\frac{p_0}{N_0}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=$$

$$=-\frac{p_0}{\sin\alpha}\frac{1}{\frac{N_0}{\cos\alpha}}=-\frac{BC}{AC}\,.$$

Таким образом, с учетом геометрического смысла производной геометрический смысл эластичности функции спроса по цене – это отношение длины касательной ВС, т. е. от точки касания до точки пересечения касательной с осью ординат к длине касательной АС, т. е. от точки касания до точки пересечения с осью абсцисс, взятый со знаком минус.

Из геометрического смысла эластичности следует, что коэффициент эластичности функции спроса находится в пределах $-\infty < E_N \le 0$, поскольку перед отношением длин стоит знак минус. Очевидно, знак эластичности спроса будет определяться знаком производной, поскольку графики функций располагаются в первой четверти декартовой системы координат, то есть значение функции и аргумента величины положительные ($N > 0$, $p > 0$).

В экономической практике различают виды эластичности, которые целесообразно сохранить при оценке эластичности функции спроса на билеты по цене: эластичность единичная, эластичный спрос, неэластичный спрос, совершенно эластичный спрос, совершенно неэластичный спрос. Под единичной эластичностью понимают случай, когда $E_N = -1$, то есть когда на каждый процент изменения цены спрос на билеты количественно изменяется на один процент. При эластичном спросе ($E_N < -1$) величина спроса изменяется в большей мере, чем цена, и, наоборот, при неэластичном спросе ($-1 < E_N < 0$).

Совершенно эластичный спрос определяет ситуацию, при которой величина спроса бесконечно изменяется при малом изменении цены ($E_N = -\infty$). Совершенно неэластичный спрос ($E_N = 0$) обусловливается ситуацией, когда величина спроса не изменяется при любом изменении цены. Необходимо заметить, что величина выручки за проданные билеты будет определяться видом эластичности и характером изменения цены. В табл. 1 представлены изменения выручки в зависимости от знака изменения цены и вида эластичности спроса.

В табл. 1 $\Delta p\uparrow;\Delta N\downarrow\downarrow$ означает, что увеличение цены происходит в меньшей степени, чем снижение спроса.

Из анализа табл. 1 следует, что для единичной эластичности функции спроса уменьшение цены приведет к уменьшению выручки ровно на столько, на сколько выручка увеличится за счет большего спроса (увеличение продаж билетов). Увеличение же выручки, обусловленное повышением цены на билеты, будет полностью компенсироваться сокращением выручки, вызванной уменьшением спроса на билеты..

Таблица 1

Изменение цены	Вид эластичности спроса		
	Эластичный спрос $E_N < -1$	Единичный спрос $E_N = -1$	Неэластичный спрос $-1 < E_N < 0$
Повышение цены $\Delta p > 0$	Уменьшение выручки $\Delta p \uparrow; \Delta N \downarrow\downarrow$	Выручка не изменяется $\Delta p \uparrow; \Delta N \downarrow$	Увеличение выручки $\Delta p \uparrow\uparrow; \Delta N \downarrow$
Снижение цены $\Delta p < 0$	Увеличение выручки $\Delta p \downarrow; \Delta N \uparrow\uparrow$	Выручка не изменяется $\Delta p \downarrow; \Delta N \uparrow$	Уменьшение выручки $\Delta p \downarrow\downarrow; \Delta N \uparrow$

Если спрос эластичен, то понижение цены приведет к возрастанию общей выручки, поскольку снижение цены на один билет обеспечит прирост продаж, более чем достаточный для компенсации потерь от снижения цены. Другими словами, при эластичном спросе изменение цены вызывает изменение общей выручки в противоположном направлении.

Если же спрос неэластичен, то понижение цены вызовет сокращение общей выручки, поскольку увеличение продаж окажется недостаточным, чтобы компенсировать уменьшение выручки, возникшей в результате снижения цены на один билет. Иначе говоря, при неэластичном спросе изменение цены вызывает изменение общей выручки в том же направлении.

Очевидно, в области изменения цены и спроса на билеты при разных законах спроса существует своя граница, которая делит все множество пар чисел «цена - спрос» на два подмножества: множество с эластичным спросом и множество с неэластичным спросом.

Пары чисел, формирующие границу раздела двух подмножеств соответствуют единичной эластичности. На плоскости в декартовой системе координат «цена–спрос» единичная эластичность будет представлена в виде кривой, разделяющей первую четверть на две области, соответственно с увеличивающейся и уменьшающейся выручкой.

Рассмотрим методику построения эластичных и неэластичных областей для случая, когда функция спроса от цены имеет линейную зависимость. С этой целью введем относительные величины. Под относительной ценой будем понимать отношение текущей цены p к цене соответствующей на границе удовлетворенного спроса p_0. Ее будем обозначать $\bar{p} = \dfrac{p}{p_0}$.

Аналогично водится понятие для относительного текущего спроса на билеты $\bar{N} = \dfrac{N}{N_0}$, как отношение текущего спроса к спросу на границе удовлетворенного спроса. В качестве второй характерной точки на прямой будем рассматривать точку, которая соответствует реальной цене $\bar{p}_1$ и реальному спросу $\bar{N}_1$ в данный момент. Очевидно, точка, соответствующая границе удовлетворенного спроса, имеет координаты (1,1), т. е. относительный спрос и относительная цена равны единице ($\bar{N}_0 = 1$, $\bar{P}_0 = 1$).

Как известно, уравнение прямой линии, проходящей через две точки с координатами (1,1) и (p_1, N_1), имеет следующий вид:

$$\bar{N} = 1 - \frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{p}_1 - 1} + \frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{p}_1 - 1}\bar{p}\ .$$

Если обозначить:

$$\bar{b} = \frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{p}_1 - 1}$$

и

$$\bar{a} = 1 - \frac{\bar{N}_1 - 1}{\bar{p}_1 - 1} = 1 - \bar{b}\ ,$$

то уравнение прямой примет вид $\bar{N} = \bar{a} + \bar{b}\bar{p}$.

На рис. 2 представлены графики линейных функций $\bar{N} = \bar{a}_i + \bar{b}_i\bar{p}$. В табл. 2 приведены основные параметры этих линейных функций спроса при значении функции спроса $\bar{N}_1 = 0{,}6$ и различных значения $\bar{p}_1$. На каждой из приведенных прямых существует точка, в которой коэффициент эластичности функции $\bar{N} = \bar{a} + \bar{b}\bar{p}$ равен минус единице.

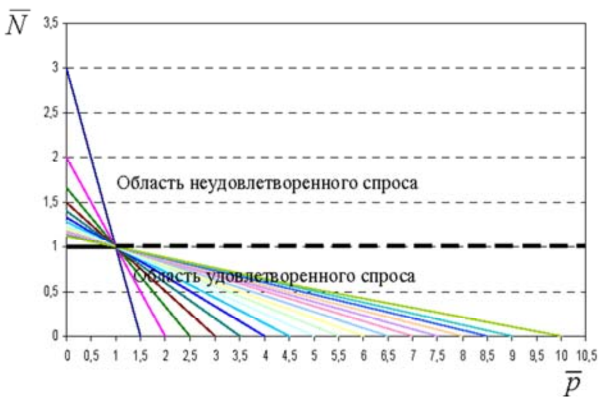

Рис. 2. Графики линейных функций спроса

Обозначим в этой точке цену и спрос на билеты соответственно через $\overline{p}^*$ и $\overline{N}^*$. Тогда из

$$E_{\overline{N}}\left(\overline{p}^*\right) = \frac{\overline{b}\overline{p}^*}{\overline{a} + \overline{b}\overline{p}^*} = -1$$

следует, что

$$\overline{p}^* = -\frac{\overline{a}}{2\overline{b}}.$$

В табл. 2 для каждой из прямых приведены значения $\overline{p}^*$ и значения функции спроса $\overline{N}^* = \overline{a} + \overline{b}\overline{p}^*$, а на рис. 3 соответствующие им точки на прямых, в которых коэффициент эластичности функции спроса равен минус единице ($E_{\overline{N}} = -1$).

Кривая, проходящая через точки, в которых эластичность равна минус единице, делит область удовлетворенного спроса на две подобласти.

Таблица 2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{a}_i$	3,00	2,0	1,67	1,50	1,40	1,33	1,29	1,25	1,22	1,2
$\overline{b}_i$	–2,00	–1,0	–0,67	–0,50	–0,40	–0,33	–0,29	–0,25	–0,22	–0,2
$\overline{p}_1$	1,20	1,4	1,60	1,80	2,00	2,20	2,40	2,60	2,80	3,0
$\overline{p}_0^*$	0,75	1,0	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,0
$\overline{N}_0^*$	1,50	1,0	0,83	0,75	0,70	0,67	0,64	0,63	0,61	0,6

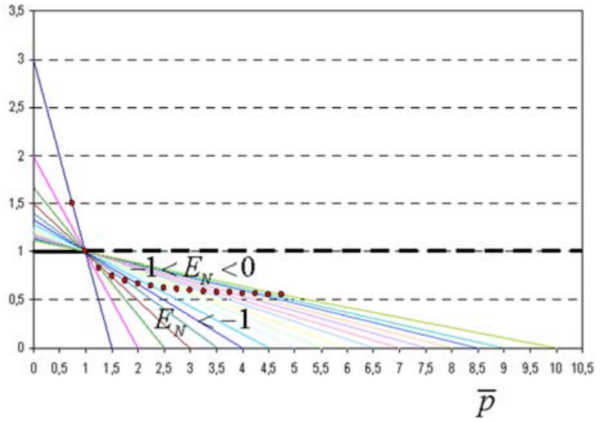

Рис. 3. Подобласти эластичности линейных функций спроса

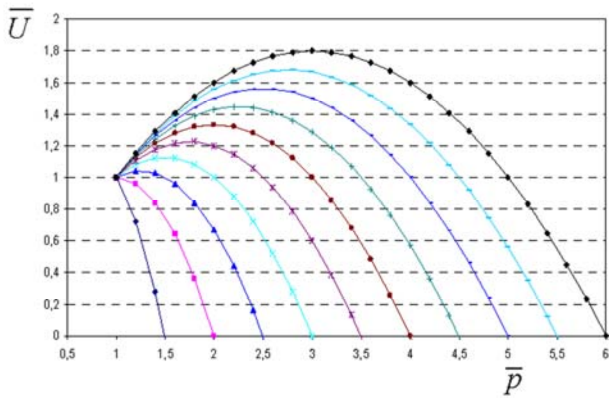

Рис. 4. Кривые дохода при разных функциях спроса

В первой подобласти, где эластичность изменяется в пределах $-1 < E_N < 0$, увеличение цены на билеты приводит к уменьшению спроса, но при этом происходит увеличение дохода. Во второй подобласти, где эластичность $E_N < -1$, увеличение цены снижает доход.

Следует заметить, что при подходе к границе раздела области удовлетворенного спроса темп роста дохода снижается, а на границе раздела равен нулю.

На рис. 4 приведены графики функции относительного дохода $\overline{U} = \overline{N} \cdot \overline{p}$. Предполагается, что на границе, разделяющей первую четверть декартовой системы координат на области удовлетворенного и неудовлетворенного спроса доход равен единице.

На основании построенных графиков можно устанавливать величину изменения дохода в зависимости от параметров линейной функции спроса. Они также позволяют вычислить абсолютную величину дохода при знании его на границе удовлетворенного спроса. Приведенные кривые дают возможность обосновано показать степень необходимости маркетинга при известной функции спроса и заданном значении цены.

БИБЛИОГРАФИЧЕКСКИЙ СПИСОК

1. Венедиктов Г. Л. Алгоритм обоснования стоимости билетов в вагонах разного класса скоростных поездов постоянного состава. / Г. Л. Венедиктов, П. В. Герасименко // Вестник гражданских инженеров, – 2006, – №1(6), – С. 91–93.

Поступила в редколлегию 29.05.2006.