УДК 629.439

В. А. ПОЛЯКОВ, Н. М. ХАЧАПУРИДЗЕ (Институт транспортных систем и технологий НАН Украины)

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОЕЗДА С ЛИНЕЙНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Розглядається високошвидкісний поїзд. Його екіпажі мають електродинамічне підвішування і шляхове напрямлення, а також лінійну синхронну тягу. Побудовані моделі природного і бажаних керованих рухів такого поїзда. Визначені необхідні керівні дії на його підсистеми.

Рассматривается высокоскоростной поезд. Его экипажи имеют электродинамическое подвешивание и путевое направление, а также линейную синхронную тягу. Построены модели естественного и желательных управляемых движений такого поезда. Определены требуемые управляющие воздействия на его подсистемы.

A high-speed train has been examined. Its vehicles have electrodynamic suspension and track direction and also a synchronous linear traction. Models of natural and desirable controlled movements of such train have been constructed. The required controlling influence upon its subsystems has been determined.

Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией, линейным синхронным двигателем и путевой структурой имеет, по сравнению с традиционным железнодорожным, существенные отличия основных подсистем (подвеса, направления, движителя, торможения, управления и путевой структуры) [1]. В то же время, оба эти вида транспорта, должны обеспечивать, высококачественное механическое движение транспортируемых пассажиров и грузов. Поэтому, несмотря на электромагнитную природу многих подсистем магнитолевитирующего транспорта, именно упомянутое качество механического движения должно являться определяющим критерием при глобальной оценке, в частности, технических средств рассматриваемой транспортной технологии.

Поезд, экипажи которого имеют электродинамическое подвешивание и путевое направление, а также приводятся в движение линейным синхронным двигателем, является сложной электромеханической системой, движения которой определяются множеством внутренних и внешних по отношению к ней факторов. Внутренние факторы могут быть учтены совокупностью параметров элементов системы и структуры, в которую они соединены. Многообразие же внешних факторов сводимо к совокупности возмущающих (имеющих естественную физическую природу) и управляющих (искусственно создаваемых для придания движениям поезда нужных свойств) воздействий. Поэтому исследование проводится в следующей последовательности. Прежде всего, анализируются внутренние свойства системы. Для этого выбирается ее расчетная схема – в виде совокупности элементов, соединенных в структуру, определяемую конструкцией поезда. При этом физическая природа упомянутых элементов считается механической и электромагнитной. В качестве таких элементов приняты опорные твердые тела и индуктивности. В структуру же расчетной схемы они соединяются через податливые элементы. Связи расчетных схем механической и электромагнитной подсистем поезда считаются голономными, идеальными, удерживающими. Расчетные же схемы этих подсистем имеют между собой управляющую (в смысле И. В. Мещерского) связь [2]. Управляющая связь, в общем случае, является, склерономной не голономной, реономна и не идеальна.

Результаты анализа кинематической схемы механической подсистемы (МП) экипажа электродинамического поезда (ЭЭП) свидетельствуют о том, что в состоянии электродинамической левитации (ЭДЛ) в качестве расчетной схемы подсистемы может быть принят агрегат трех твердых тел. Одно из них (массой m_1) имитирует кузов экипажа; два других (массами m_2 и m_3) – его неамортизированные части. При этом в состав двух последних тел включаются как неамортизированные части рам тележек, так и колесные пары, на которых осуществляется разгон до состояния левитации. Будем считать, что тела m_2 и m_3 с телом m_1. взаимодействуют каждое через четыре податливых элемента (соответствующие амортизаторам подвешивания кузова ЭЭП).

Описание движения МП ЭЭП проведено с привлечением инерциальной ортогональной неподвижной системы координат $OXYZ$, а также декартовых систем $iCxyz \forall i \in [\overline{1,3}]$. Каждый из последних триэдров неизменно связан с одним из тел рассматриваемого агрегата. Оси такого триэдра являются для упомянутого тела главными центральными. Относительно этих осей тела агрегата обладают моментами инерции $I_{xi}, I_{yi}, I_{zi} \ \forall \ i \in [\overline{1,\ 3}]$ Расположение связанных осей $iCxyz \ \forall \ i \in [\overline{1,3}]$ относительно триэдра $OXYZ$ определим самолетными углами $\theta_\lambda, \varphi_\lambda, \psi_\lambda \ \ \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$. Кроме этих углов, положение каждого i-го тела расчетной схемы определяется также декартовыми координатами x_i, y_i, z_i его центра масс. В таком случае, конфигурация рассматриваемой системы может быть описана с помощью следующей системы опорных координат:

$$\left.\begin{array}{l} \xi^1 = x_1; \xi^2 = y_1; \xi^3 = z_1; \xi^4 = \theta_1; \xi^5 = \varphi_1; \\ \xi^6 = \psi_1; \xi^7 = x_2; \xi^8 = y_2; \xi^9 = z_2; \xi^{10} = \theta_2; \\ \xi^{11} = \varphi_2; \xi^{12} = \psi_2; \xi^{13} = x_3; \xi^{14} = y_3; \\ \xi^{15} = z_3; \xi^{18} = \psi_3; \xi^{16} = \theta_3; \xi^{17} = \varphi_3. \end{array}\right\} \quad (1)$$

Будем считать, что точки $2C$ и $3C$ удалены (вдоль прямой, параллельной оси $1Cx$) от точки $1C$ на расстояния l_1. Тогда аналитические связи, наложенные на агрегат, являющийся расчетной схемой МП ЭЭП в состоянии ЭДЛ, могут быть формализованы выражениями

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = x_1 + l_1; \\ x_3 = x_1 - l_1. \end{array}\right\} \quad (2)$$

Таким образом, на рассматриваемую систему трех твердых тел наложены две аналитические связи. В таком случае, указанная система имеет шестнадцать степеней свободы и ее конфигурация может быть описана следующей системой обобщенных координат

$$\left.\begin{array}{l} \eta^1 = x_1; \eta^2 = y_1; \eta^3 = z_1; \eta^4 = \theta_1; \\ \eta^5 = \varphi_1; \eta^6 = \psi_1; \eta^7 = y_2; \eta^8 = z_2; \\ \eta^9 = \theta_2; \eta^{10} = \varphi_2; \eta^{11} = \psi_2; \eta^{12} = y_3; \\ \eta^{13} = z_3; \eta^{14} = \theta_3; \eta^{15} = \varphi_3; \eta^{16} = \psi_3. \end{array}\right\} \quad (3)$$

Как известно, структурная матрица агрегата определяется соотношением [3]

$$S = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial \eta^\lambda} \quad \forall \quad \beta \in \left[\overline{1,\ \ N}\right], \ \ \lambda \in \left[\overline{1,\ \ \Lambda}\right], \quad (4)$$

где N, Λ – число опорных и обобщенных координат такого агрегата.

Выражения (1), (3) и (4), будучи реализованы в составе программы для СКМ Mathematica 5, базирующейся на разработанном алгоритме, позволяют получить структурную матрицу агрегата в виде[4]

$$S = \begin{Vmatrix} \sigma \\ \zeta \end{Vmatrix};$$

$$\sigma = \begin{Vmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{Vmatrix};$$

$$\zeta = \begin{Vmatrix}
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1
\end{Vmatrix};$$

$$S_{\beta\lambda} = \frac{\partial \xi^\beta}{\partial \eta^\lambda} \forall \beta \in \left[\overline{1,\ \ 18}\right], \lambda \in \left[\overline{1,\ \ 16}\right]. \quad (5)$$

Движение i-го тела расчетной схемы МП экипажа, как известно, может быть моделировано уравнениями [5]

$$f_{i\alpha\beta} \cdot \overset{\bullet\bullet}{\varepsilon}{}_i^{\beta} + \mathrm{E}_{i\alpha,\beta\gamma} \cdot \overset{\bullet}{\varepsilon}{}_i^{\beta} \cdot \overset{\bullet}{\varepsilon}{}_i^{\gamma} = \mathrm{K}_{i\alpha} \quad \forall \alpha, \beta, \gamma \in [\overline{1,6}], \quad (6)$$

где $f_{i\alpha\beta}, \mathrm{E}_{i\alpha,\beta\gamma} \forall \alpha,\beta,\gamma \in [\overline{1,6}]$ – его ковариантный метрический тензор и трехиндексный символ Кристоффеля первого рода [3];

$\varepsilon_i^\beta \forall \beta \in [\overline{1,6}], \mathrm{K}_{i\alpha} \ \forall \ \alpha \in [\overline{1,6}]$ – его же опорные координаты и соответствующие обобщенные силы.

Вводя далее $\varepsilon_i^\beta \forall\beta\in[\overline{1,6}]$, например, следующим образом

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon_i^1 = x_{iC1};\ \varepsilon_i^2 = x_{iC2};\ \varepsilon_i^3 = x_{iC3};\\ &\varepsilon_i^4 = \tilde{\phi}_i;\ \varepsilon_i^5 = \tilde{\vartheta}_i;\ \varepsilon_i^6 = \tilde{\gamma}_i,\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

нетрудно показать, что [4]

$$\left.\begin{aligned}&f_{i\alpha\beta} = \begin{Vmatrix} f_{it} & 0\\ 0 & f_{ir}\end{Vmatrix} \forall\alpha,\beta\in[\overline{1,6}];\\ &f_{it} = diag\ \{m_i,\ m_i,\ m_i\};\\ &f_{ir} = \begin{Vmatrix} f_{i44} & f_{i45} & f_{i46}\\ f_{i54} & f_{i55} & 0\\ f_{i64} & 0 & f_{i66}\end{Vmatrix}.\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned}&f_{i44} = (I_{i11}\cdot\cos^{(2)}\tilde{\gamma}_i + I_{i22}\cdot\sin^{(2)}\tilde{\gamma}_i)\cdot\cos^{(2)}\tilde{\vartheta}_i +\\ &I_{i33}\cdot\sin^{(2)}\tilde{\vartheta}_i;\\ &f_{i45} = f_{i54} = (I_{i11} - I_{i22})\cdot\cos\tilde{\vartheta}_i\cdot\sin\tilde{\gamma}_i\cdot\cos\tilde{\gamma}_i;\\ &f_{i46} = f_{i64} = I_{i33}\cdot\sin\tilde{\vartheta}_i;\\ &f_{i55} = I_{i11}\cdot\sin^{(2)}\tilde{\gamma}_i + I_{i22}\cdot\cos^{(2)}\tilde{\gamma}_i;\ f_{i66} = I_{i33}.\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

В выражениях (7), (8) и (9) введены обозначения $x_{iC\alpha}$, m_i, $I_{i\alpha\beta}$ $\forall\alpha,\beta\in[\overline{1,3}];\tilde{\phi}_i,\tilde{\vartheta}_i,\tilde{\gamma}_i$ – декартовы координаты центра масс тела в инерциальной системе отсчета $OX_p \forall p\in[\overline{1,3}]$, его масса, главные центральные моменты инерции, а также эйлеровы углы относительно той же системы отсчета.

Исходя из (6), движение агрегата, являющегося расчетной схемой МП ЭЭП в состоянии ЭДЛ, может быть описано тензорным уравнением

$$b_{\alpha\beta}\cdot\ddot{\xi}^\beta + B_{\alpha,\beta\gamma}\cdot\dot{\xi}^\beta\cdot\dot{\xi}^\gamma = Q_\alpha \forall\alpha,\beta,\gamma\in[\overline{1,N}], \quad (10)$$

$$b_{\alpha\beta} = diag\{\|f_{1\varepsilon\nu}\|,\|f_{2\varepsilon\nu}\|,\ldots,\|f_{\Phi\varepsilon\nu}\|\}\ \forall\alpha,\beta\in[\overline{1,N}];$$
$$\varepsilon,\nu\in[\overline{1,6}]; \quad (11)$$

$$B_{\alpha,\beta\gamma} = diag\{[\mathrm{E}_{1\varepsilon,\nu\chi}],[\mathrm{E}_{2\varepsilon,\nu\chi}],\ldots,[\mathrm{E}_{\Phi\varepsilon,\nu\chi}]\},$$
$$\forall\alpha,\beta,\gamma\in[\overline{1,N}];\varepsilon,\nu,\chi\in[\overline{1,6}]; \quad (12)$$

$$Q_\alpha = \|\mathrm{K}_{1\varepsilon}\mathrm{K}_{2\varepsilon}\ldots\mathrm{K}_{\Phi\varepsilon}\|^T \quad \forall\alpha\in[\overline{1,N}];\ \varepsilon\in[\overline{1,6}], \quad (13)$$

где $b_{\alpha\beta}, B_{\alpha,\beta\gamma}\ \forall\alpha,\beta,\gamma\in[\overline{1,N}]$ – ковариантный метрический тензор агрегата и его трехиндексный символ Кристоффеля первого рода в координатах $\xi^\beta\ \forall\beta\in[\overline{1,N}]$; $Q_\alpha\ \forall\alpha\in[\overline{1,N}]$ – обобщенные силы, сопряженные с этими координатами; Ф – число инерционных элементов в расчетной схеме подсистемы.

В таком случае, модель естественной динамики МП ЭЭП в обобщенных координатах $\eta^\lambda \forall\lambda\in\left[\overline{1,\Lambda}\right]$ может быть записана в виде

$$c_{\lambda\mu}\cdot\ddot{\eta}^\mu + C_{\lambda,\mu\nu}\cdot\dot{\eta}^\mu\cdot\dot{\eta}^\nu = Y_\lambda\ \ \forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,\Lambda}], \quad (14)$$

где $c_{\lambda\mu}, C_{\lambda,\mu\nu}, Y_\lambda \forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,\Lambda}]$ – ковариантный метрический тензор агрегата, являющегося расчетной схемой подсистемы, его трехиндексный символ Кристоффеля первого рода в координатах $\eta^\lambda \forall\lambda\in[\overline{1,\Lambda}]$, а также обобщенные силы, сопряженные с этими координатами.

Может быть показано, что [3]

$$c_{\lambda\mu} =$$
$$= b_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial\xi^\alpha}{\partial\eta^\lambda}\cdot\frac{\partial\xi^\beta}{\partial\eta^\mu}\ \forall\alpha,\beta\in[\overline{1,N}];\lambda,\mu\in[\overline{1,\Lambda}]; \quad (15)$$

$$C_{\lambda,\mu\nu} =$$
$$= 0{,}5\cdot\left(\frac{\partial c_{\lambda\mu}}{\partial\eta^\nu} + \frac{\partial c_{\lambda\nu}}{\partial\eta^\mu} - \frac{\partial c_{\mu\nu}}{\partial\eta^\lambda}\right)\quad \forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,\Lambda}]; \quad (16)$$

$$Y_\lambda = \frac{\partial\xi^\alpha}{\partial\eta^\lambda}\cdot Q_\alpha(W_\varepsilon)\ \ \forall\alpha\in[\overline{1,N}];$$
$$\lambda\in[\overline{1,\Lambda}];\varepsilon\in[\overline{1,\tilde{V}}], \quad (17)$$

где $W_\varepsilon \forall\varepsilon\in[\overline{1,\tilde{V}}]$, $Q_\alpha \forall\alpha\in[\overline{1,N}]$ – векторные воздействия на тела расчетной схемы экипажа, а также опорные возмущения, сопряженные с координатами $\xi^\alpha \forall\alpha\in[\overline{1,N}]$; $\tilde{V}$ – число «каналов» воздействия внешней среды на тела расчетной схемы.

В составе упомянутой программы компьютерного построения модели естественного движения МП ЭЭП реализуются также соотношения (5), (8), (9), (11) и (15). Это позволяет ковариантный метрический тензор агрегата получить в виде

$$c_{\lambda\mu} = diag\left\{c_{\nu\nu}\right\}\forall\lambda,\mu,\nu\in\left[\overline{1,16}\right]. \quad (18)$$

После введения дополнительных обозначений

$$\left.\begin{aligned}&cmt[\lambda,\mu]=c_{\lambda\mu}\forall\lambda,\mu\in[\overline{1,16}];\\&bm[\lambda]=m_{\lambda}\forall\lambda\in[\overline{1,3}]\\&ix[\lambda]=I_{x\lambda}\forall\lambda\in[\overline{1,3}];\\&iy[\lambda]=I_{y\lambda}\forall\lambda\in[\overline{1,3}];\\&iz[\lambda]=I_{z\lambda}\forall\lambda\in[\overline{1,3}],\end{aligned}\right\}\qquad(19)$$

соотношения для компонентов выражения (18) принимают вид [4]

$$\left.\begin{aligned}&cmt[1,1]=bm[1]+bm[2]+bm[3];\\&cmt[2,2]=bm[1];cmt[3,3]=bm[1];\\&cmt[4,4]=ix[1];cmt[5,5]=iy[1];\\&cmt[6,6]=iz[1];cmt[7,7]=bm[2];\\&cmt[8,8]=bm[2];cmt[9,9]=ix[2];\\&cmt[10,10]=iy[2];cmt[11,11]=iz[2];\\&cmt[12,12]=bm[3];cmt[13,13]=bm[3];\\&cmt[14,14]=ix[3];cmt[15,15]=iy[3];\\&cmt[16,16]=iz[3].\end{aligned}\right\}\qquad(20)$$

Реализация (в составе той же компьютерной программы для СКМ Mathematica 5) выражений (16), совместно с (20), позволяет, после введения дополнительных обозначений

$$cs1[\lambda,\mu,\nu]=C_{\lambda,\mu\nu}\forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,16}],\qquad(21)$$

записать трехиндексный символ Кристоффеля первого рода для рассматриваемого агрегата в координатах $\eta^{\lambda}\ \forall\lambda\in\left[\overline{1,16}\right]$ в виде [4]

$$cs1[\lambda,\mu,\nu]=0\ \forall\lambda,\mu,\nu\in[\overline{1,16}].\qquad(22)$$

Опорным координатам (1) соответствуют опорные возмущения

$$Q_{\lambda}=\left\|F_{\lambda X}\,F_{\lambda Y}\,F_{\lambda Z}\,\tilde{M}^{*}_{\lambda x}\,\tilde{M}^{*}_{\lambda y}\,\tilde{M}^{*}_{\lambda z}\right\|^{T}\ \forall\lambda\in[\overline{1,7}].\,(23)$$

Из связей (2), наложенных на агрегат, заключаем, что

$$\left.\begin{aligned}&\tilde{M}^{*}_{\mu x}=M^{*}_{\mu x};\\&\tilde{M}^{*}_{\mu y}=M^{*}_{\mu y};\\&\tilde{M}^{*}_{\mu z}=M^{*}_{\mu z}.\end{aligned}\right\}\qquad(24)$$

В выражениях (23) и (24): $F_{\mu X}, F_{\mu Y}, F_{\mu Z}$; $M^{*}_{\mu x}, M^{*}_{\mu y}, M^{*}_{\mu z}$ – заданный проекциями на оси триэдра $OXYZ$, приведенный к центру инерции μ-го тела главный вектор действующих на него возмущений, а также линейные комбинации проекций на оси триэдра $\mu Cxyz$ приведенного к тому же центру главного момента упомянутых возмущений.

В состоянии левитации на тела расчетной схемы МП ЭЭП воздействуют: $P_{\lambda}\forall\lambda\in[\overline{1,3}]$ – силы весов этих тел (приложенные в их центрах масс); $F_{Tk}, F_{Dk}, F_{Gk}, F_{Lk}\forall k\in[\overline{2,3}]$ – тяговые, тормозные (касательные к оси пути), направляющие (нормальные к этой оси) и левитационные (бинормальные к той же оси) усилия, действующие на каждое k-ое тело со стороны приводного ЛСД, а также стабилизационного и левитационного элементов электромагнитной подсистемы; $E_{Ak}\ \forall k\in[\overline{1,3}]$ – аэродинамические усилия, действующие на тела расчетной схемы экипажа со стороны окружающей атмосферы; $R_{\mu ij}\forall\mu\in\left[\overline{1,3}\right], i\in\left[\overline{2,3}\right], j\in\left[\overline{1,2}\right]$ – внутренние силы воздействия в агрегате на μ-ое тело со стороны i-го через j-ое податливое сопряжение.

Таким образом, по отношению к состоянию разгона, в состоянии ЭДЛ на рассматриваемые тела воздействуют те же возмущения, за исключением сил $\Sigma_{\kappa\chi}\forall\kappa\in\left[\overline{2,3}\right],\chi\in\left[\overline{1,4}\right]$ взаимодействия пути с колесами.

Реализация выражений (5), а также (17) и (23) в составе снова той же компьютерной программы построения модели естественной динамики рассматриваемой МП ЭЭП, после введения дополнительных обозначений:

$$\left.\begin{aligned}&gds[\lambda]=Y_{\lambda}\forall\lambda\in\left[\overline{1,16}\right];vbdx[\lambda]=F_{\lambda X};\\&vbdz[\lambda]=F_{\lambda Z};vbdy[\lambda]=F_{\lambda Y};\\&mbdx[\lambda]=\tilde{M}^{*}_{\lambda x};mbdy[\lambda]=\tilde{M}^{*}_{\lambda y};\\&mbdz[\lambda]=\tilde{M}^{*}_{\lambda z}\ \forall\lambda\in\left[\overline{1,3}\right],\end{aligned}\right\}\qquad(25)$$

позволяют получить выражения для обобщенных возмущений в виде [4]

$$\left.\begin{aligned}&gds[1]=vbdx[1]+vbdx[2]+vbdx[3];\\&gds[2]=vbdy[1];gds[3]=vbdz[1];\\&gds[4]=mbdx[1];gds[5]=mbdy[1];\\&gds[6]=mbdz[1];gds[7]=vbdy[2];\\&gds[8]=vbdz[2];gds[9]=mbdx[2];\\&gds[10]=mbdy[2];gds[11]=mbdz[2];\\&gds[12]=vbdy[3];gds[13]=vbdz[3];\\&gds[14]=mbdx[3];gds[15]=mbdy[3];\\&gds[16]=mbdz[3].\end{aligned}\right\}\qquad(26)$$

Таким образом, с применением разработанного компьютерного алгоритма, получены выражения для всех компонентов модели (14) естественной динамики МП ЭЭП в состоянии ЭДЛ.

Электромагнитная подсистема (ЭМП) ЭЭП, во взаимодействии с его МП, должна обеспечивать выполнение требуемых движений экипажа вцелом. Основными функциональными элементами упомянутой ЭМП, как известно, являются тяговый, левитационный, а также боковой стабилизации [1]. В зависимости от принятой конструктивной реализации (предполагая путевую структуру с дискретным полотном), эти функции могут реализовываться различными конструкционными модулями либо возлагаться, в различных сочетаниях, на агрегаты таких модулей той или иной степени интеграции. Однако в любом случае, смыслом функционирования ЭМП является дозированный отбор энергии из питающей электрической сети, а также ее преобразование в энергию парциальных движений МП экипажа. В полной мере и с требуемым качеством указанные функции (дозированный отбор и электромеханическое преобразование энергии) ЭМП должны осуществляться в режимах управляемых движений ЭЭП. Построение же любого из таких движений, как известно, невозможно без описания естественного движения рассматриваемой электромеханической системы. Поэтому, в дополнение к построенной модели естественного движения МП, должно быть описано естественное функционирование ЭМП ЭЭП.

Для реализации различных требуемых движений МП ЭЭП к ней со стороны ЭМП должны быть приложены изменяющиеся (в общем случае, как во времени, так и в пространстве) по определенным законам тяговое F_T, левитационное F_L, а также, стабилизирующее поперечные колебания экипажей, направляющее F_G усилия. Как наиболее рациональное [1], принято сочетание автономной тяговой подсистемы ЭЭП (с помощью трехфазной обмотки линейного синхронного двигателя) и его интегрированной левитационно-направляющей (с использованием короткозамкнутых путевых контуров) подсистемы. При этом, благодаря принятым конструкционным мерам, якорные обмотки линейного синхронного двигателя (ЛСД) и короткозамкнутые путевые контуры (КПК) электромагнитно полностью разобщены [1]. В таком случае, усилия F_T, F_L и F_G возникают в процессе электромеханического преобразования энергии при взаимодействии электромагнитных полей сверхпроводящих экипажных контуров (СЭК) с полями соответственно якорной обмотки ЛСД, а также КПК. Кроме того, взаимодействие упомянутых полей СЭК с полями КПК приводит к возникновению силы электродинамического торможения экипажа F_D.

При взаимодействии полей СЭК с бегущим синусоидальным полем якорных обмоток ЛСД электромагнитная энергия частично (за исключением потерь) преобразуется в энергию механического движения ЭЭП. При этом между индукторными и якорными обмотками ЛСД возникают усилия, мгновенное значение продольного (направленного вдоль касательной к осевой линии пути) компонента результирующей которых может быть описано выражением [1]

$$f_T = \sum_{\nu=1}^{K} i_s^{\nu} \cdot \sum_{\kappa=1}^{N_{ac}} i_{ac}^{\kappa} \cdot \frac{\partial \mu_{\nu\kappa}}{\partial \xi}. \tag{27}$$

В процессе же взаимодействия полей токов СЭК и КПК возникают усилия F_L, F_G, а также F_D. Их мгновенные значения могут быть найдены согласно равенствам [1]

$$f_L = \sum_{\nu=1}^{\mathrm{K}} i_s^{\nu} \cdot \sum_{\lambda=\chi_\nu-\mathrm{E}}^{\chi_\nu+\mathrm{E}} i_{wc}^{\lambda} \cdot \frac{\partial m_{\nu\lambda}}{\partial \zeta}; \tag{28}$$

$$f_G = \sum_{\nu=1}^{\mathrm{K}} i_s^{\nu} \cdot \sum_{\lambda=\chi_\nu-\mathrm{E}}^{\chi_\nu+\mathrm{E}} i_{wc}^{\lambda} \cdot \frac{\partial m_{\nu\lambda}}{\partial \eta}; \tag{29}$$

$$f_D = \sum_{\nu=1}^{\mathrm{K}} i_s^{\nu} \cdot \sum_{\lambda=\chi_\nu-\mathrm{E}}^{\chi_\nu+\mathrm{E}} i_{wc}^{\lambda} \cdot \frac{\partial m_{\nu\lambda}}{\partial \xi}. \tag{30}$$

В этих выражениях введены обозначения: i_s^{ν}, K – мгновенное значение тока цепи в ν-ого СЭК, а также число таких контуров установленных на экипаже; $i_{ac}^{\kappa}, i_{wc}^{\lambda}$ – текущие значения токов в цепях κ-ой якорной катушки ЛСД и λ-го КПК; N_{ac} – число катушек якорной обмотки ЛСД, взаимодействие с которыми ежемоментно учитывается для каждого СЭК; χ_ν – порядковый номер (считая от начала участка трассы, вдоль которого происходит движение ЭЭП, с учетом направления этого движения) последнего КПК, поперечную осевую линию которого миновала поперечная осевая линия ν-го СЭК; Е – половина числа КПК, с которыми, при любом текущем положении СЭК, учитывается его электромагнитное взаимодействие; $\mu_{\nu\kappa}, m_{\nu\lambda}$ – взаимные индуктивности между магнитной цепью ν-го СЭК, а также соответственно цепями κ-ой якорной катушки ЛСД и λ-го КПК; $Q\xi\eta\zeta$ – путевой триэдр ЭЭП.

Значения величин K, а также N_{ac} в процессе движения ЭЭП не изменяются. Значения же $i_s^{\nu} \forall \nu \in [\overline{1,\mathrm{K}}]$ изменяются (благодаря принятым конструкционным мерам) достаточно медленно и на интервалах, соизмеримых со временем наблюдения движения экипажа, могут считаться равными между собой и постоянными

$$i_s^{\nu} = i_s \forall \nu \in [\overline{1,\mathrm{K}}]. \quad (31)$$

Значения $\chi_{\nu} \forall \nu \in [\overline{1,\mathrm{K}}]$ непрерывно меняются в процессе движения экипажа и определяются этим движением. Значение Е целесообразно выбирать так, чтобы по обеим сторонам от каждого СЭК в КПК, предшествующих (а также следующих за) учитываемым, токи i_{wc}^{λ} были бы пренебрежимо малы.

Каждый из токов $i_{ac}^{\kappa} \forall \kappa \in [\overline{1,N_{ac}}]$ протекает в цепи якорной катушки, последовательно включенной в одну из фаз статора ЛСД. Поэтому совокупность этих токов объединяет в себе три равные по количеству элементов, но различные, в общем случае, по их мгновенным значениям группы. Каждая же из таких групп, в свою очередь, состоит из равных по мгновенным значениям токов, протекающих в цепях якорных катушек, включенных в одноименную фазу статорной обмотки. Поэтому

$$i_{ac}^{\zeta} = i_{ac}^{\xi}, \zeta = \xi + 3 \cdot \sigma \ \forall \xi \in [\overline{1,3}], \sigma \in [\overline{1,(K_s-1)}], \quad (32)$$

где K_s – число триад якорных катушек, включенных в секцию статора ЛСД и отысканию из совокупности $i_{ac}^{\kappa} \forall \kappa \in [\overline{1,N_{ac}}]$ подлежат лишь токи $i_{ac}^{\xi} \forall \xi \in [\overline{1,3}]$. Все иные компоненты этой совокупности могут быть найдены согласно выражениям (32).

Результирующие потокосцепления фазовых обмоток якоря ЛСД могут быть определены выражениями [6]

$$\left.\begin{aligned} \psi_{\xi} &= i_{ac}^{\xi} \cdot L_{\xi} + i_s \cdot \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} M_{\xi\lambda}; \\ L_{\xi} &= L_{\xi\sigma} - M_{\xi\xi} \forall \xi \in [\overline{1,3}], \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

где $L_{\xi\sigma}$, $M_{\xi\xi}$ $\forall \xi \in [\overline{1,3}]$ – собственные индуктивности этих обмоток от полей рассеяния, а также их попарные взаимные индуктивности; $\Xi = 0{,}5 \cdot K$ – число СЭК на одном из бортов ЭЭП; $M_{\xi\lambda} \forall \xi \in [\overline{1,3}], \lambda \in [\overline{1,\Xi}]$ – взаимные индуктивности якорных и индукторных контуров ЛСД.

Согласно (33), мгновенные значения токов, протекающих в цепях фазовых обмоток якорной обмотки, определяются соотношениями

$$i_{ac}^{\xi} = (\psi_{\xi} - i_s \cdot \sum_{\lambda=1}^{\Xi} M_{\xi\lambda}) \cdot L_{\xi}^{(-1)} \forall \xi \in [\overline{1,3}]. \quad (34)$$

Исходя из второго закона Кирхгофа, для тех же якорных фазных обмоток могут быть записаны уравнения напряжений [6]

$$u_{\kappa} = \frac{d}{dt}\psi_{\kappa} + r_{\kappa} \cdot i_{\kappa} \forall \kappa \in [\overline{1,3}], \quad (35)$$

где $u_{\kappa}, r_{\kappa} \forall \kappa \in [\overline{1,3}]$ – напряжения, приложенные к этим обмоткам, а также активные (омические) сопротивления их цепей.

Фазные обмотки якоря ЛСД по обоим бортам ЭЭП соединены каждая со своим независимым источником трехфазного синусоидального напряжения, частота которого системой управления поддерживается пропорциональной мгновенной скорости ЭЭП и обратно пропорциональной шагу установки катушек одноименной фазы ЛСД $\lambda_0 = 2 \cdot \tau$ [1]. Поэтому

$$u_{\kappa} = U_a \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \dot{x} \cdot \lambda_0^{(-1)} \cdot t + \sigma_{\kappa} + \theta_u);$$

$$\sigma_{\kappa} = \begin{cases} 0 - \quad \text{для } \kappa = 1; \\ -\frac{2}{3} \cdot \pi - \text{для } \kappa = 2; \\ +\frac{2}{3} \cdot \pi - \text{для } \kappa = 3 \end{cases} \forall \kappa \in [\overline{1,3}], \quad (36)$$

где U_a – амплитудное значение подводимого напряжения; $\dot{x}$ – усредненная мгновенная скорость движения ЭЭП; θ_u – дополнительный угол сдвига напряжения.

Если фазные обмотки якоря симметричны и идентичны между собой, то

$$r_{\kappa} = r_{af} \forall \kappa \in [\overline{1,3}], \quad (37)$$

где r_{af} – омическое сопротивление такой обмотки.

В таком случае, после подстановки соотношений (34), а также (36) и (37) в уравнения (35) и элементарных преобразований, последние выражения принимают окончательный вид:

$$\dot{\psi}_{\kappa} = U_a \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \dot{x} \cdot \lambda_0^{(-1)} \cdot t + \sigma_{\kappa} + \theta_u) - \\ - r_{af} \cdot L_{\kappa}^{(-1)} \cdot (\psi_{\kappa} - i_s \cdot \sum_{\lambda=1}^{\Xi} M_{\kappa\lambda});$$

$$\sigma_\kappa = \begin{cases} 0 - \quad \text{для } \kappa = 1; \\ -\dfrac{2}{3}\cdot\pi - \text{для } \kappa = 2; \\ +\dfrac{2}{3}\cdot\pi - \text{для } \kappa = 3 \end{cases} \quad \forall\kappa \in [\overline{1,3}]. \quad (38)$$

Итак, токи $i_{ac}^{\kappa}\ \forall\kappa \in [\overline{1,\ N_{ac}}]$ могут быть определены из соотношений (32) и (34) после интегрирования, совместно с уравнениями динамики МП ЭЭП (14), уравнений (38), описывающих электромагнитные процессы в ЛСД.

Токи $i_{wc}^{\lambda} \forall\lambda \in [\overline{(\chi_\nu - \mathrm{E}), (\chi_\nu + \mathrm{E})}]$ $\nu \in [\overline{1, K}]$ носят вихревой характер и являются результатом возникновения электродвижущих сил в КПК (по закону электромагнитной индукции) вследствие изменения потокосцеплений между ними и СЭК. В общем случае, все СЭК и все КПК являются элементами единой электродинамической системы. Однако значимость связей между упомянутыми элементами для результирующих процессов в системе весьма неравнозначна. Поэтому, с приемлемой для инженерных расчетов точностью, указанный интегральный процесс электродинамических взаимодействий может быть разъят на компоненты, каждый из которых представляет собой электромагнитное взаимодействие между одним из СЭК и учитываемым (по принципу пренебрежимой малости иных взаимодействий) числом КПК. Каждый же из упомянутых компонентов, согласно второму закону Кирхгофа (учитывая вырожденность КПК – пренебрежимую малость их емкостей), может быть описан матричным уравнением вида [6; 7]

$$l_{\lambda\mu}\cdot\frac{d}{dt}i_{wc}^{\mu} = \Big(r_{\lambda\mu}\cdot i_{wc}^{\mu} +$$

$$= -+\frac{d}{dt}m_{\nu\lambda}\cdot i_s^{\nu}\Big)\ \forall\lambda,\mu \in [\overline{(\chi_\nu - \mathrm{E}), (\chi_\nu + \mathrm{E})}], \quad (39)$$

где $l_{\lambda\mu}\forall\lambda,\mu \in [\overline{(\chi_\nu - \mathrm{E}), (\chi_\nu + \mathrm{E})}]$ – матрица индуктивностей (при $\lambda = \mu$ – это собственные индуктивности КПК; при $\lambda \neq \mu$ – это их взаимные индуктивности); $r_{\lambda\mu}\forall\lambda,\mu \in [\overline{(\chi_\nu - \mathrm{E}), (\chi_\nu + \mathrm{E})}]$ – матрица омических (активных) сопротивлений цепей КПК; $m_{\nu\lambda}\forall\lambda \in [\overline{(\chi_\nu - \mathrm{E}), (\chi_\nu + \mathrm{E})}]$ – матрица взаимных индуктивностей между ν-ым СЭК и учитываемыми (во взаимодействии с ним) КПК.

Таким образом, токи i_{wc}^{λ} $\forall\lambda \in [\overline{(\chi_\nu - \mathrm{E}), (\chi_\nu + \mathrm{E})}]$, $\nu \in [\overline{1, \mathrm{K}}]$ могут быть найдены интегрированием, совместно с уравнениями (14) динамики МП ЭЭП, $\nu \in [\overline{1,\ \mathrm{K}}]$ уравнений вида (39).

Определяющим критерием при глобальной оценке рассматриваемой транспортной технологии является качество механического движения ЭЭП. Это качество может быть оценено по степени совпадения реальных результирующих их движений с желаемыми. Последние же представимы в виде программ таких движений [3]:

$$\varphi_\vartheta(\eta^\lambda, t) = 0 \forall\vartheta \in [\overline{1,\Theta}], \lambda \in [\overline{1,\Lambda}]. \quad (40)$$

При этом если $\Theta = \Lambda$, то программа полна, однозначно определяет желаемое движение и из нее могут быть получены его законы

$$\eta^\lambda(t) \forall\lambda \in [\overline{1,\Lambda}], t \in [0, \mathrm{T}], \quad (41)$$

где T – интервал наблюдения движения поезда.

Если же $\Theta < \Lambda$, то, путем придания желаемому движению некоторых дополнительных качеств, формализуемых дополняющими программами

$$\left.\begin{aligned} &\rho_\delta(\eta^\lambda, t) = 0 \forall\delta \in [\overline{1,\Delta}], \\ &\lambda \in [\overline{1,\Lambda}]; \Delta = \Lambda - \Theta, \end{aligned}\right\} \quad (42)$$

программа (40) и в этом случае может быть сделана полной.

Чтобы ЭЭП совершали желаемое движение, описывающая его модель должна, с одной стороны, не противоречить законам механики, и поэтому базироваться на уравнениях (14). С другой же стороны, такая модель должна быть совместна с программой вида (40).Одним из путей получения этой результирующей модели является введение в упомянутые уравнения естественного движения (14) программных управляющих сил $\Pi_\lambda \forall\lambda \in [\overline{1,\Lambda}]$, делающих возможным исполнение системой программы (40). При этом модель такого запрограммированного движения приобретает вид:

$$c_{\lambda\mu}\cdot\ddot{\eta}^{\mu} + C_{\lambda,\mu\nu}\cdot\dot{\eta}^{\mu}\cdot\dot{\eta}^{\nu} =$$

$$= Y_\lambda + \Pi_\lambda\ \forall\lambda,\mu,\nu \in [\overline{1,\Lambda}] \quad (43)$$

и из нее, после подстановки законов (41), могут быть получены законы изменения

$$\Pi_\lambda(t) \forall\lambda \in [\overline{1,\Lambda}], \quad (44)$$

требуемые для исполнения ЭЭП такого желаемого движения.

Соотношения (40) формализуют управляющие связи, накладываемые на расчетную схему

МП исследуемой системы для выполнения ею движений (41). Конструктивной реализацией реакций таких связей должны явиться векторные управляющие силы взаимодействия упомянутой МП системы с ее ЭМП. Полная управляемость этой МП требует натурной реализации законов

$$\Phi_\beta(t) \forall \beta \in [\overline{1, N}], t \in [0, \mathrm{T}], \quad (45)$$

которые могут быть получены, с использованием соотношений (4) и (44), в виде

$$\Phi_\beta(t) = \\ = \left(\frac{\partial \xi^\beta}{\partial \eta^\lambda} \right)^{(-1)} \cdot \Pi_\lambda(t) \ \forall \beta \in [\overline{1,\ N}],\ \lambda \in [\overline{1,\ \Lambda}]. \quad (46)$$

Фактически же в системе реализуется лишь трехкомпонентное векторное управление $\Psi\{F_T(t), F_L(t), F_G(t)\} \ \forall \ t \in [0, \mathrm{T}]$, которое поэтому существенно не полно. При этом выражения (27)–(39), описывающие функционирование ЭМП ЭЭП, позволяют определять рациональные диапазоны параметров подсистемы и их соотношений, а также находить требуемые (для получения результирующих механических движений) законы первичных воздействий на ту же подсистему. В частности, для линейного синхронного двигателя это – требуемые законы (совместного, взаимоувязанного) изменения характеристик (амплитуды, частоты и фазы) питающего его фазную якорную обмотку напряжения

$$\Omega \underleftrightarrow{\ } \{U_a(t), f_u(t), \theta_u(t)\} = 0 \forall t \in [0, \mathrm{T}]. \quad (47)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дзензерский В. А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / В. А. Дзензерский, В. И. Омельяненко, С. В. Васильев та ин. – К.: Наук. думка, 2001. – 479 с.
2. Березкин Е. Н. Курс теоретической механики. – М.: МГУ, 1974. – 647 с.
3. Коренев Г. В. Очерки механики целенаправленного движения. – М.: Наука, 1980. – 192 с.
4. Исследование собственных и вынужденных колебаний и нагруженности электродинамических транспортных средств: Отчет о НИР (промежуточный) / Институт транспортных систем и технологий (ИТСТ НАН Украины) «Трансмаг» – Д., 2003. – 80 с.
5. Лурье А. И. Аналитическая механика. – М.: Гостехиз дат, 1961. – 824 с.
6. Львович А. Ю. Электромеханические системы. – Л.: Из-во Ленингр. ун-та. 1989. – 296 с.
7. Арменский Е. В. Единая теория электрических машин / Е. В. Арменский, И. В. Кузина. – М.: Из-во Московск. ин-та электрон. машиностроен. 1975. – 256 с.

Поступила в редколлегию 29.05.04.