УДК 629.4.015.001.57

В. И. ПРИХОДЬКО (ОАО «Крюковский вагоностроительный завод»)

МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕСА И РЕЛЬСА

Запропоновано опис математичної моделі ударної взаємодії колеса та рейки. При цьому удар може розглядатися як пружнім, так і в'язким.

Предлагается описание математической модели ударного взаимодействия колеса и рельса. При этом удар может рассматриваться как упругим, так и вязким.

Description of the mathematical model of wheel/rail impact interaction has been given in this paper. In this, the impact action can be regarded both as elastic and viscous.

В задачах динамики рельсовых экипажей, как правило, рассматривается непрерывное взаимодействие колеса и рельса при движении. При этом применяются различные теории для математического описания процесса контакта с учетом упругих и пластичных деформаций, а также с учетом проскальзывания [1–14]. Но при движении по железнодорожному пути возникают не только геометрические, но и динамические неровности рельсовых нитей, а с учетом дефектов поверхности катания колес и головок рельсов (ползуны, навары, локальный износ, стыки) может возникать и ударное взаимодействие колес и рельсов. Поэтому для уточнения математических моделей пространственных колебаний рельсовых экипажей следует рассмотреть процесс ударного взаимодействия колеса и рельса.

Ранее обосновано, что связь между колесом и рельсом является неудерживающей и допускает отрыв между ними при определенных условиях движения [15; 16].

Движение колеса с учетом неудерживающей связи описывается уравнением [16; 17]:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -\tilde{R}(y)H(y) + Q,$$

где m – масса колеса; y – прогиб рельса; $\widetilde{R}(y)$ – реакция рельса на прогиб y; $H(y)$ – функция Хевисайда; Q – сила, действующая на колесо со стороны тележки.

Данному уравнению можно придать вид

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -R(y)\cdot H(y) + pg - \frac{d^2\eta(x)}{dt^2}, \qquad (1)$$

где t – время отсчитываемое от момента, когда колесо находится в начале неровности; $R(y)$ – реакция рельса отнесенная к массе колеса; p – отношение массы над колесом к массе колеса; $\eta(x)$ – неровность рельса, где $x = vt$, v – скорость движения колеса в горизонтальном продольном направлении.

Уравнение (1) справедливо до тех пор, пока $y(t) > 0$, как только $y(t_x) = 0$, то в момент t_x происходит отрыв колеса от рельса и уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = pg - \frac{d^2\eta(vt)}{dt^2} \qquad (2)$$

начальными условиями для данного уравнения являются

$$y(t_x) = 0;\ \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_x} = y_1,$$

где y_1 – значение производной решения уравнения (1) в момент отрыва колеса от рельса.

На рис. 1 представлено решение уравнения (1) для $t \in [0, l/v]$, где l – длина неровности на рельсе

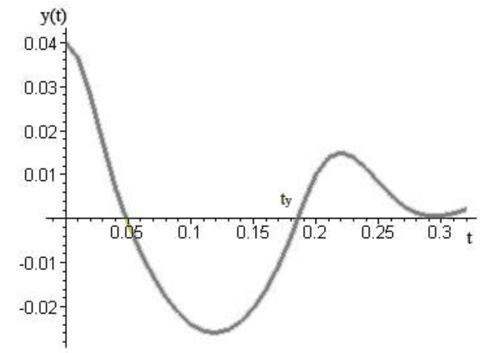

Рис. 1. Решение уравнения (1) при $t \in [0, l/v]$

Однако данное представление решения уравнения (1) справедливо до момента t_y, т. е. до момента удара колеса о рельс.

Начиная с этого момента, для уравнения (1) должны быть изменены начальные условия.

В этот момент, в нашем случае $t_y = 0{,}19$ с, $y(t_y)$ принимаем равным нулю, а скорость

$$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_y} = \alpha \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_{y-0}}, \tag{3}$$

где $\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_{y-0}}$ – скорость до удара; $\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=t_y}$ – скорость после удара; α – коэффициент, характеризующий удар колеса о рельс.

В выражение (3) введем коэффициент α, который постараемся оценить исходя из общих положений теории удара двух тел [1].

К общим положениям теории удара двух тел относятся следующие два положения:

– задачи сохранения импульса, как следствие, действие равно противодействию;

– соотношение между кинетическими энергиями до удара и после удара.

Пусть v_0 и V_0 – скорости двух тел массой m и M до удара, а v и V скорости соответствующих тел после удара, тогда следуя первому из названных положений, имеем

$$mv + mV = mv_0 + MV_0. \tag{4}$$

где v_0, V_0, v и V проекции скоростей на линию удара.

Из второго положения, которое запишем в виде

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = \gamma\left(\frac{mv_0^2}{2} + \frac{MV_0^2}{2}\right), \tag{5}$$

где γ – коэффициент пропорциональности, при $0 < \gamma \le 1$ следует, что кинетическая энергия после удара меньше кинетической энергии до удара.

Введем обозначения

$$a = mv_0 + MV_0;$$

$$P_{\text{вв}}$$

$$b = \gamma\left(mv_0^2 + MV_0^2\right),$$

тогда соотношения (4) и (5) принимают вид

$$\begin{cases} mv + MV = a; \\ mv^2 + MV^2 = b. \end{cases} \tag{6}$$

Опуская элементарные выкладки решения данной системы, запишем ее решения:

$$\left.\begin{aligned} V_{1;2} &= \frac{a \pm \sqrt{m\left(b - a^2/M + bm/M\right)}}{m+M}; \\ v_{1;2} &= \frac{a - MV_{1;2}}{m}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Заметим, что в решении (7) необходимо определиться со знаком, стоящим перед квадратным корнем в выражении для $V_{1;2}$.

Считая, что в момент удара колеса о рельс скорость рельса $V_0 = 0$, а масса рельса значительно больше массы колеса, то в соотношениях (7) необходимо взять знак «минус», если колесо не отрывается (не отскакивает) от рельса, и знак «плюс» в случае, когда колесо отрывается (отскакивает) от рельса.

Так, например, если $m = 1$, $M = 10000000$, $v_0 = 0{,}5$ м/с, $V_0 = 0$, то при $\gamma = 0{,}9$ получим (м/с)

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= 0{,}97 \cdot 10^{-7}; \\ v_1 &= -0{,}47, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

т. е. при отскоке колеса от рельса, а при движении колеса в направлении движения имеем (м/с)

$$\left.\begin{aligned} V_2 &= 0{,}26 \cdot 10^{-8}; \\ v_2 &= 0{,}47. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Тогда для коэффициента α получим

$$\alpha = v_2 / v_0 = 0{,}94.$$

Таким образом, для данного примера $\alpha \approx \gamma$.

Заметим, что при $\gamma = 1$ имеет место классический вариант абсолютно упругого удара и в этом случае $v = -v_0$. Интерпретация соотношения (8) состоит в том, что удар можно рассматривать как упругий удар, а (9) характеризует удар как вязкий. Какой вид удара имеет место в реальных условиях, ответ может дать только эксперимент, который позволит определить и коэффициент γ, а тем самым и коэффициент α.

Напомним, что абсолютно неупругими называются тела, которые остаются в соприкосновении после удара. Два тела называются абсолютно упругими, если при их соударении не происходит никакой потери кинетической энергии [18].

На рис. 2 представлено решение уравнения (1) после удара.

Сравнивая данное решение с представленным на рис. 1, отметим, что качественный характер сохранился, но имеет место различие в количественной оценке, т. е. в численных значениях. Максимальный прогиб в соответствии с графиком на рис. 2 составляет примерно 0,7 % от прогиба на рис. 1, а прогиб рельса в конце неровности в случае с ударом несколько больше, чем на рис. 1.

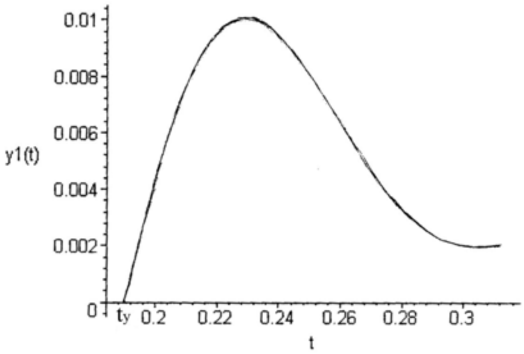

Рис. 2. Решение уравнения (1) после удара

Из всего вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

– взаимодействие колеса и рельса в динамике рельсовых экипажей следует рассматривать не только с учетом неудерживающей связи, но и с учетом возможности удара колеса о рельс при движении по локальным неровностям пути;

– для усовершенствования метода моделирования взаимодействия колеса и рельса, а также проверки адекватности математической модели удара желательна экспериментальная проверка;

– предложенное математическое описание взаимодействия колеса и рельса с учетом неудерживающей связи между ними и возможности удара может быть использовано в математических моделях пространственных колебаний рельсовых экипажей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Петров Н. П. Влияние поступательной скорости колеса на напряжения в рельсе // Записки РТО. – 1903. – №2. – С. 27–115.
2. De Pater A. D. The Approximate Determination of the outing Movement of a Railway Vehicle by Aid of the Method of Krylov and Bogoliubov // Applied Scientific Research. – Section A, vol. 10. – 1961. – P. 203–228.
3. Kalker J. J. On the Rolling of Two Elastic Bodies in the Presence of Dry Friction // Doctoral Thesis Delft Technological University. – 1967. – P. 120–122.
4. Лазарян В. А. Динамика вагонов. – М.: Транспорт, 1964. – 256 с.
5. Лазарян В. А. Устойчивость движения рельсовых экипажей / В. А. Лазарян, Л. А. Длугач, М. Л. Коротенко. – К.: Наук. думка, 1972. – 193 с.
6. Лазарян В. А. Устойчивость движения железнодорожных экипажей с двойным рессорным подвешиванием / В. А. Лазарян, М. Л. Коротенко, В. Д. Данович // Науч. тр. ДИИТ. – Д.: ДИИТ. – 1966. – Вып. 59. – С. 45–51.
7. Данович В. Д. Пространственные колебания вагонов на инерционном пути: Дис... докт. техн. наук: 05.22.07. – Д., 1981. – 465 с.
8. Блохин Е. П. Математическая модель пространственных колебаний четырехосного рельсового экипажа / Блохин Е. П., Данович В. Д., Морозов Н. И.; Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта. – Днепропетровск, 1986. – 39 с. – Рус. - Деп. в ЦНИИТЭИ МПС 29.09.86, №7252 ж.д.
9. Коротенко М. Л. Дифференциальные уравнения пространственных колебаний четырехосного вагона с учетом конечной жесткости кузова и инерционных свойств основания / М. Л. Коротенко, В. Д. Данович // Проблемы механики наземного транспорта: Межвуз. сб. науч. тр. – Д.: ДИИТ. –1973. – Вып. 199/25. – С. 3–13.
10. Вериго М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М. Ф. Вериго, А. Я. Коган. – М.: Транспорт, 1986. – 560 с.
11. Ушкалов В. Ф. Статистическая динамика рельсовых экипажей / В. Ф. Ушкалов, Л. М. Резников, С. Ф. Редько. – К.: Наук. думка, 1982. – 359 с.
12. Мямлин С. В. Моделирование динамики рельсовых экипажей. – Д.: Новая идеология, 2002. – 240 с.
13. Вершинский С. В. Динамика вагона / С. В. Вершинский, В. Н. Данилов, В. Д. Хусидов. – М.: Транспорт, 1991. – 359 с.
14. Шеффель Г. Устойчивость при вилянии с боковым относом и способность подвижного состава вписываться в кривые // Ж. д. мира. – 1974. – № 12. – С. 32–46.
15. Мямлин С. В. Математическая модель движения колеса по рельсовой нити // Транспортні системи і технології: Зб. наук. пр. КУЭТТ: – К.: КУЕТТ. – 2003. – Вип. 1, 2. – С. 154–156.
16. Мямлин С. В. Математическая модель пространственных колебаний пассажирского вагона в обычной постановке / С. В. Мямлин, В. И. Приходько // Східноукр. нац. ун-т ім. В. Даля. – Луганськ, 2006. – № 7. – С. 266–276.
17. Тимошенко С. П. Прочность и колебания элементов конструкций. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
18. Аппель П. Теоретическая механика. Т II. – М.: Физматгиз, 1960. – 487 с.

Поступила в редколлегию 14.10.2006.