УДК 624.954

Д. О. БАННИКОВ (ДИИТ)

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ БУНКЕРОВ И СИЛОСОВ

В роботі представлені аналітичні рішення, що дозволяють оптимізувати зовнішню геометричну форму бункерних і силосних ємностей для сипучих матеріалів за критерієм мінімуму маси споруди. Розглянуто частковий випадок двоступеневої конструкції з вертикальною верхньою частиною. Використано метод зведення до задачі з одним невідомим. Приведене рішення співставляється із рішенням, отриманим автором методом невизначених множників Лагранжа.

В работе представлены аналитические решения, позволяющие оптимизировать внешнюю геометрическую форму бункерных и силосных емкостей для сыпучих материалов по критерию минимума массы сооружения. Рассмотрен частный случай двухступенчатой конструкции с вертикальной верхней частью. Использован метод сведения к задаче с одним неизвестным. Приведенные решения сопоставляются с решениями, полученными автором методом неопределенных множителей Лагранжа.

In the paper analytical solutions for optimization of external geometrical shape according to criteria of mass-minimum of bunker and silo capacities for granular materials are presented. The special case of two-parted construction with the vertical upper part was considered. The method of transformation to the problem with one unknown symbol was used. The given solutions are compared with solutions, which were obtained by the author according to the Lagrange method of uncertain multiplies.

1. Применяемые геометрические формы бункеров и силосов

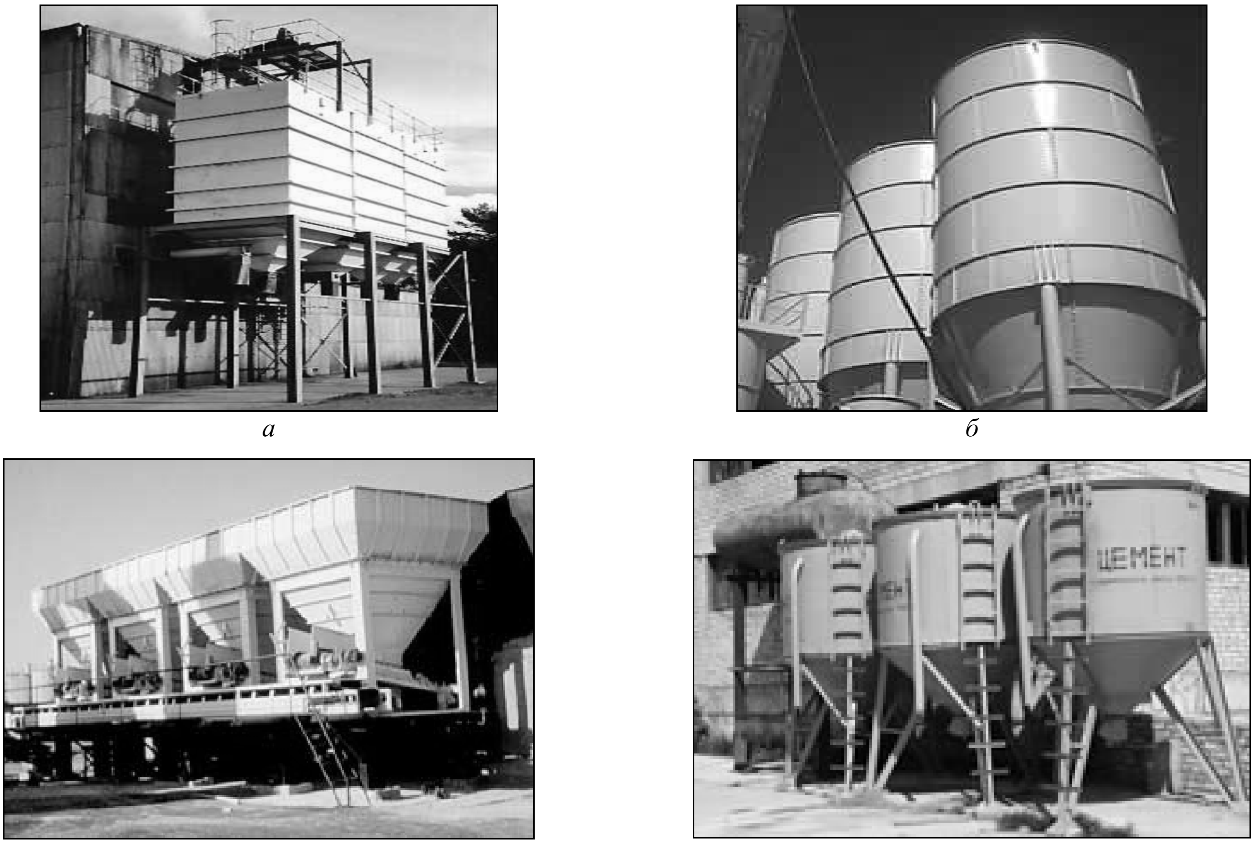
Бункерные и силосные конструкции (сокращенно – бункера и силосы, соответственно) являются в настоящее время двумя разновидностями листовых сооружений, предназначенных для выполнения технологических операций по временному или длительному хранению различных типов сыпучих веществ. Такие конструкции относятся к классу емкостных, поскольку представляют собой сосуды, заполняемые хранимым содержимым.

Номенклатура современных сыпучих материалов, применяемых в различных отраслях промышленности, сельского хозяйства и на транспорте, насчитывает сотни их типов. Несмотря на это, в конструктивном отношении бункера и силосы не отличаются большим разнообразием и внешне достаточно схожи между собой. Во многих случаях они состоят из двух частей. Верхняя часть, называемая вертикальной, поскольку геометрически представляет собой сосуд с вертикальными стенками, предназначена для накопления необходимого объема хранимого сыпучего материала. Нижняя часть, называемая воронкообразной частью (сокращенно – воронкой или течкой), поскольку образована наклонными стенками, предназначена для самотечной выгрузки этого материала из сооружения.

К настоящему времени различие между силосом и бункером, согласно стандарту [1] и укоренившейся в специальной литературе традиции [2; 3], сводится к различию в высоте вертикальной части. При этом используются несколько различных количественных критериев (подробно проанализировано в монографии [4]), приводящие, впрочем, к близким результатам. В связи с этим бункера принято проектировать с невысокой вертикальной частью, а силосы, наоборот, имеют ее достаточно развитую по высоте. При этом бункера, равно как и силосы, чаще всего проектируют либо прямоугольного в плане очертания, либо круглого. В первом случае, такие бункера называют пирамидально-призматическими, а во втором случае – конусно-цилиндрическими. Силосы же аналогичных специальных терминов не имеют.

На рис. 1 приведены четыре основных геометрических формы емкостных конструкций для сыпучих материалов, сложившихся в отечественной практике к настоящему времени. Они является достаточно стандартными независимо от материала, из которого изготавливается сооружение.

Заметим, что ситуация с геометрической формой емкостных конструкций в зарубежной проектной практике приблизительно аналогична [5; 6]. Однако применяемая терминология несколько отличается от отечественной. В частности, как бункера (англ. bunker), так и силосы.



а *б*

в *г*

Рис. 1. Современные геометрические формы бункеров и силосов:
а – прямоугольный силос; *б* – круглый силос; *в* – пирамидально-призматический бункер;
г – конусно-цилиндрический бункер

(англ. silos) называют единым англоязычным термином – bin, что в переводе на русский язык приблизительно следует понимать, как «емкость для сыпучих материалов»[1]. Каких-либо иных специальных терминов, подчеркивающих геометрические особенности внешней формы той или иной разновидности емкостных конструкций, употреблять не принято

2. Какая же форма является наиболее экономичной

Такой вопрос будет являться закономерным, если попытаться проанализировать приведенные на рис. 1 современные наиболее часто применяемые геометрические формы емкостных конструкций для сыпучих материалов с точки зрения расхода стали (или любого иного материала, из которого может быть изготовлена подобная емкость, например, железобетона).

Сформулированный вопрос, фактически, может быть разделен на два самостоятельных отдельных вопроса. Во-первых, какая форма, круглая или прямоугольная, является более предпочтительной? И, во-вторых, что более рационально, проектировать емкость меньшего размера в плане, но с высокой вертикальной частью или невысокую емкость равного объема, но занимающую бóльшую площадь?

Скажем заранее, что однозначного окончательного ответа на оба эти вопроса автор привести не может. Все дело в том, какие именно факторы включаются в оценку экономичности конструкции. В наиболее полном их списке можно указать стоимость земли, на которой предполагается эксплуатация сооружений, стоимость материалов и их доставки, трудоемкость и, соответственно, стоимость изготовления конструкции той или иной формы, массу конструкции, зависящую как от внешней геометрической формы, так и от специфики загружаемого сыпучего материала, эксплуатационные расходы, связанные как с общим уровнем надежности конструкции (частота выполнения ремонтных работ), так и опять же, с геометрической формой конструкции (например, площадью конструкции, которую необходимо подвергать антикоррозионной защите)… Автор, не берется продолжать данный список, не ставя перед собой такой задачи.

[1] Приведена авторская трактовка переводимого термина.

Отметим, что подобные экономические модели возможно найти в работах известного специалиста Я. М. Лихтарникова (см.. например, [7]). Однако все они были разработаны для иных социально-экономических условий ведения народного хозяйства и к современным рыночным отношениям вряд ли приложимы.

Исходя из вышесказанного, автором в качестве критерия для сравнения экономичности внешней геометрической формы емкостей был выбран единственный и достаточно простой критерий - масса сооружения, причем определяемая без учета влияния сыпучего материала.

Такой подход на первый взгляд может показаться чрезмерно упрощенным, однако, подобная количественная оценка вполне может быть включена как составной элемент в экономическую оценку более сложного типа, уже с учетом ряда иных факторов. Поэтому, практическая ценность рассматриваемого автором подхода все-таки достаточно значительная.

В рассмотренной постановке сформулированная задача уже рассматривалась автором ранее [8]. В этой же работе приводится и короткий исторический обзор имеющихся подходов к ее разрешению, который автор не считает целесообразным повторно приводить в настоящей публикации. В работе [8] приведено также и аналитическое решение, полученное автором на основе разработанной им общей математической модели для оптимизации внешней геометрической формы емкостных конструкций. При этом использовался метод неопределенных множителей Лагранжа, позволяющий находить требуемое решение для задачи со многими переменными (емкости со многими функциональными частями).

В рассматриваемом в данной публикации случае емкости состоят из двух частей – вертикальной верхней и наклонной нижней. Поэтому, фактически задача является достаточно несложной с математической точки зрения и представляет собой один из частных случаев, который получается из общего решения по методу Лагранжа. Однако, следуя принципу, изложенному в работе [9] и гласящему: «Важнейшим средством повышения правдоподобия какого-либо утверждения является его повторное независимое получение (рациональное доказательство)» – автор считает целесообразным получить данное решение каким-либо иным методом, что и изложено далее.

Попробуем, однако, рассматривать сформулированную задачу по порядку. В начале данного раздела были поставлены два вопроса, в ответах на которые автор видит оценку эффективности внешней геометрической формы наиболее распространенных в настоящее время емкостей для сыпучих материалов.

3. Оценка эффективности круглой формы емкости

Начнем с первого вопроса – что экономичнее, круглая или квадратная форма емкости в плане?

Фактически, ответ на данный вопрос известен еще из школьного курса элементарной математики: при равенстве площадей меньший периметр (а именно так звучит математическая формулировка рассматриваемой задачи) будет иметь круг.

Столь простые факты автор не считал бы необходимым излагать в данной публикации, если бы не его стремление к практически важной количественной оценке эффективности различных геометрических форм. Проведем для этого несложные математические преобразования.

Рассмотрим правильный многоугольник с произвольным количеством сторон n, которое в предельном случае может равняться бесконечности, т. е. многоугольник трансформируется в круг. На рис. 2 для определенности приведен восьмиугольник с радиусом вписанной окружности R.

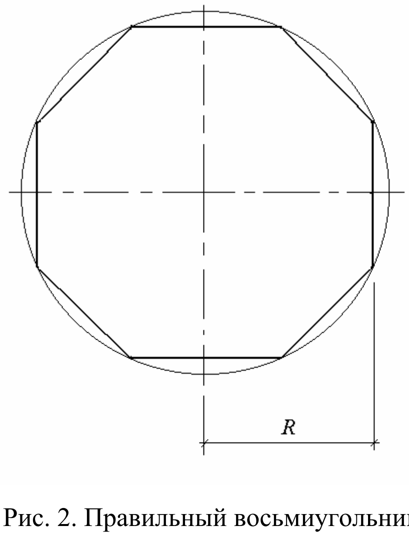


Рис. 2. Правильный восьмиугольник

Площадь A и периметр P правильного многоугольника определятся выражениями (1) и (2), соответственно:

$$A = nR^2 \operatorname{tg}\alpha , \quad (1)$$

$$P = 2nR \operatorname{tg}\alpha . \quad (2)$$

Считая площадь константой при изменении количества сторон многоугольника, выразим из выражения (1) радиус R и подставим в выражение (2). После преобразований получим функциональную зависимость $P(n)$ в виде выражения (3)

$$P(n) = 2\sqrt{An\,\mathrm{tg}(\pi / n)} . \qquad (3)$$

Для отыскания многоугольника с наименьшим периметром далее необходимо взять первую производную данной функции и приравнять ее нулю. После чего можно будет убедиться в справедливости утверждения о круге, как о фигуре с наименьшем периметром (длиной окружности) при заданной площади.

Однако нас интересует иная сторона вопроса. Найдем отношение периметра многоугольника с произвольным числом сторон P_n к периметру (длине окружности) круга ($n \to \infty$) P_∞. Оно представится соотношением (4):

$$\frac{P_n}{P_\infty} = \sqrt{\frac{n\,\mathrm{tg}(\pi / n)}{\pi}} . \qquad (4)$$

Далее несложно для различных значений n из натурального ряда (кроме $n = 2$ для физически не существующего «двухугольника») рассчитать полученное соотношение. Результаты приведены в табл. 1.

Видно, что при $n \geq 6$ различие в длине периметра лежит в пределах практической инженерной точности расчетов в 5 %. Для случая квадратной в плане емкости ($n = 4$) потребуется почти на 13 % больше материала, чем для равной по объему круглой емкости.

Таблица 1

Отношение периметра многоугольника к периметру (длине окружности) круга

Количество сторон n	Отношение P_n / P_∞
3	1,286
4	**1,128**
5	1,075
6	1,050
8	1,021
12	1,012
20	1,004

Далее постараемся количественно оценить насколько прямоугольная в плане емкость оказывается более материалоемкой по сравнению с квадратной. Для этого составим выражения для определения площади A_k и периметра P_k прямоугольника, приняв соотношение между его большей a и меньшей b сторонами равным k. Получим выражения (5) и (6), соответственно:

$$A_k = kb^2 , \qquad (5)$$

$$P_k = 2(k+1)b . \qquad (6)$$

Выражая, как и ранее, из (5) значение стороны b и подставляя в (6), после преобразований получим зависимость (7):

$$P_k(k) = 2\sqrt{A}\,\frac{1+k}{\sqrt{k}} . \qquad (7)$$

Далее, найдем отношение периметра прямоугольника с произвольным соотношением сторон $k \geq 1$ P_k к периметру квадрата P_4. Оно представится соотношением (8):

$$\frac{P_k}{P_4} = \frac{1+k}{2\sqrt{k}} . \qquad (8)$$

В табл. 2 приведены результаты количественного расчета данного соотношения при различных значениях параметра k.

Из таблицы видно, что при $k \leq 2$ различие в длине периметра практически находится в пределах инженерной точности, а при более вытянутой в плане прямоугольной форме емкости – значение монотонно возрастает, но не очень значительно.

Таблица 2

Отношение периметра прямоугольника к периметру квадрата

Параметр k	Отношение P_k/P_4
1,0	1,000
1,2	1,004
1,5	1,021
2,0	**1,061**
3,0	1,155
5,0	1,342
10,0	1,739

Если сравнить соотношение периметров (а значит и боковых площадей, и масс конструкций) для прямоугольной в плане емкости с отношением сторон 2:1 и круглой емкости, то при равном объеме оно составит, как нетрудно подсчитать, величину равную 1,197. Это означает, что практически в этом случае принимая прямоугольную форму емкости взамен круглой в плане мы тратим на 20 % больше материала. Думается, что данная цифра уже заставляет задуматься.

4. Оценка эффективности низкой емкости

Вторым интересующим нас вопросом при оценке экономичности применяемых в настоящее время геометрических форм емкостей является вопрос о целесообразности увеличения высоты их вертикальной части.

Рассмотрим емкость пирамидально-призматической формы (рис. 1,а и 1,в). Ее вертикальное поперечное сечение в одной из плоскостей симметрии представлено на рис. 3.

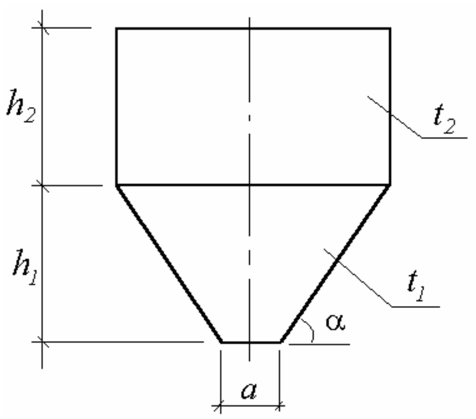


Рис. 3. Вертикальное сечение пирамидально-призматической емкости

Объем такой емкости V можно вычислить как сумму объемов нижней пирамидальной части V_1 и верхней призматической V_2. Поскольку обе фигуры прямые и правильные, то выражение с учетом обозначений приведенных на рис. 3 примет вид (9):

$$V = V_1 + V_2 = h_1\left(a^2 + \frac{2ah_1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{4h_1^2}{3\operatorname{tg}^2\alpha}\right) + h_2\left(a + \frac{2h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2. \quad (9)$$

Объем затраченного на емкость материала M будет равен произведению площади боковой поверхности каждой из частей емкости, умноженной на их толщину t_1 или t_2, и определится выражением (10):

$$M = \frac{4h_1}{\sin\alpha}\left(a + \frac{h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)t_1 + 4h_2\left(a + \frac{2h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)t_2. \quad (10)$$

Математическая формулировка задачи будет заключаться в отыскании минимума этой функции двух переменных h_1 и h_2. Для этого используем метод сведения к задаче об исследовании на экстремум функции одной переменой. В данном случае это может быть выполнено достаточно легко.

Выразим из выражения (9) величину h_2. Получим выражение для отыскания высоты вертикальной части емкости (11):

$$h_2 = \frac{V - h_1\left(a^2 + \frac{2ah_1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{4h_1^2}{3\operatorname{tg}^2\alpha}\right)}{\left(a + \frac{2h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2}. \quad (11)$$

Подставив выражение (11) в выражение (10), получим функцию одной переменной $M(h_1)$ в виде (12):

$$M(h_1) = \frac{4h_1}{\sin\alpha}\left(a + \frac{h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)t_1 + 4\frac{V - h_1\left(a^2 + \frac{2ah_1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{4h_1^2}{3\operatorname{tg}^2\alpha}\right)}{\left(a + \frac{2h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)}t_2. \quad (12)$$

Далее, взяв первую производную, выполнив промежуточные преобразования и приравняв ее нулю, получим кубичное уравнение (13).

Выполнив ряд преобразований, данное уравнение может быть приведено к классическому виду (14) с достаточно простыми коэффициентами при неизвестных, но сложным свободным членом.

$$\frac{t_1}{\sin\alpha}\left(a + \frac{2h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right) - t_2\left(a + \frac{4h_1}{\operatorname{tg}\alpha}\right) - \frac{2t_2 V\operatorname{tg}\alpha}{(a\operatorname{tg}\alpha + 2h_1)^2} + \frac{t_2\left(12ah_1^2 + 4a^2h_1\operatorname{tg}\alpha + \frac{32h_1^3}{3\operatorname{tg}\alpha}\right)}{(a\operatorname{tg}\alpha + 2h_1)^2} = 0. \quad (13)$$

$$h_1^3 + (1{,}5a\operatorname{tg}\alpha)h_1^2 + (0{,}75a\operatorname{tg}\alpha)h_1 + \frac{3a^3\operatorname{tg}^3\alpha(t_1 - t_2\sin\alpha)}{8(3t_1 - 2t_2\sin\alpha)} - \frac{6Vt_2\operatorname{tg}^2\alpha\sin\alpha}{8(3t_1 - 2t_2\sin\alpha)} = 0. \quad (14)$$

Для решения этого уравнения будем использовать формулы Кардано [10]. Коэффициенты «неполного» кубичного уравнения определятся выражениями (15) и (16):

$$p = 0\,, \tag{15}$$

$$q = -\frac{a^3 t_2 \operatorname{tg}^3 \alpha \sin\alpha + 6 t_2 V \operatorname{tg}^2 \alpha \sin\alpha}{8(3t_1 + 2t_2 \sin\alpha)}\,. \tag{16}$$

Вспомогательный параметр Q оказывается положительным, что означает наличие у уравнения одного действительного корня и двух сопряженных комплексных корней. Нас интересует только действительный корень, который для «неполного» кубичного уравнения определится выражением (17)[2]:

$$x_1 = \sqrt[3]{|q|}\,. \tag{17}$$

Окончательно, корень исходного кубичного уравнения (14) определится выражением (18):

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{a^3 t_2 \operatorname{tg}^3 \alpha \sin\alpha + 6 t_2 V \operatorname{tg}^2 \alpha \sin\alpha}{8(3t_1 + 2t_2 \sin\alpha)}} - 0{,}5 a \operatorname{tg}\alpha\,. \tag{18}$$

Данное решение абсолютно точно повторяет решение, полученное автором ранее с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа и представленное в работе [8]. Используя принятые в ней обозначения ($h_1 = y_1^{opt}$ и $a = 2a_0$), решение (18) может быть переписано в виде (19), которое в точности совпадает с решением работы [8, выражение (18)]:

$$y_1^{\text{opt}} = \sqrt[3]{\frac{4a_0{}^3 t_2 \operatorname{tg}^3 \alpha \sin\alpha + 3 t_2 V \operatorname{tg}^2 \alpha \sin\alpha}{4(3t_1 + 2t_2 \sin\alpha)}} - a_0 \operatorname{tg}\alpha\,. \tag{19}$$

Для отыскания величины h_2 возможно использовать полученное в ходе настоящих выкладок выражение (11). Однако оно является достаточно громоздким и малоудобным при проведении практических расчетов. Поэтому, автор рекомендует пользоваться выражением, полученным по методу неопределенных множителей Лагранжа в виде (20), заимствованном из работы [8, (19)]:

$$y_2^{\text{opt}} = \frac{V - 4\left[a_0^2 y_1 + a_0 y_1^2/\operatorname{tg}\alpha + y_1^3/(3\operatorname{tg}^2\alpha)\right]}{4(a_0 - y_1/\operatorname{tg}\alpha)^2}\,. \tag{20}$$

Для детального ответа на поставленный в начале данного раздела вопрос автор также отсылает к работе [8], в которой он рассматривается достаточно подробно. Здесь же отметим коротко, что, как показывают расчеты, выполненные в соответствии с выражениями (19) и (20), более рациональными емкостями следует считать емкости с невысокой вертикальной призматической частью. При этом для емкостей равных объемов с высокой и низкой вертикальными частями различие в затратах материала может составлять до нескольких раз.

5. Дополнительные замечания

Сделаем несколько дополнительных замечаний, относительно изложенного в настоящей работе материала.

Во-первых, выполнив аналогичные выкладки для случая конусно-цилиндрической емкости (рис. 1, *б*, *г*), можно получить решения, аналогичные решениям для пирамидально-призматической емкости. Они отличаются лишь одним единственным коэффициентом и имеют вид выражений (21) и (22), аналогичных выражениям (19) и (20), соответственно:

$$y_1^{\text{opt}} = \sqrt[3]{\frac{\pi a_0{}^3 t_2 \operatorname{tg}^3 \alpha \sin\alpha + 3 t_2 V \operatorname{tg}^2 \alpha \sin\alpha}{\pi(3t_1 + 2t_2 \sin\alpha)}} - a_0 \operatorname{tg}\alpha\,. \tag{21}$$

$$y_2^{\text{opt}} = \frac{V - \pi\left[a_0^2 y_1 + a_0 y_1^2/\operatorname{tg}\alpha + y_1^3/(3\operatorname{tg}^2\alpha)\right]}{\pi(a_0 - y_1/\operatorname{tg}\alpha)^2}\,. \tag{22}$$

Во-вторых, в целом изложенное решение поставленной задачи методом сведения к отысканию экстремума функции с одной переменной оказывается пригодным только для случая емкостей, состоящих из двух частей. Это связано с тем, что в общем случае возможно составить лишь два выражения (для вычисления объема емкости, подобное выражению (9) настоящей работы, и для нахождения массы затрачиваемого материала, подобное выражению (10) настоящей работы), которые будут содержать столько неизвестных, сколько частей имеет рассматриваемая емкость. Поэтому, с математической точки зрения в этом случае свести задачу к отысканию экстремума функции двух переменных просто невозможно.

[2] В выражении (17) автором для обозначения корня вместо переменной y согласно [10] использована переменная x. Это сделано во избежание путаницы с дальнейшими авторскими решениями (19)–(22), в котором также фигурирует переменная y.

В-третьих, сопоставляя трудоемкость и сложность получения конечных зависимостей по методу неопределенных множителей Лагранжа и методу сведения к отысканию экстремума функции одной переменной, автор пришел к заключению, что для рассматриваемого случая они примерно одинаковы. Для случаев более простых емкостей (когда, например, ширина выпускного отверстия условно принята $a = 0$ или верхняя часть емкости принята наклонной внутрь сосуда), метод сведения к отысканию экстремума функции одной переменной оказывается намного более предпочтительным, позволяя находить решения быстрее и проще. В случае же более сложной емкости трудоемкость его применения резко возрастает. При этом гораздо рациональнее оказывается использовать метод неопределенных множителей Лагранжа и разработанный на его основе автором подход к отысканию оптимального решения.

6. Заключительные замечания

Таким образом, подытоживая приведенные в настоящей работе рекомендации, относительно выбора наименее материалоемкой внешней геометрической формы емкости, можно констатировать следующее:

1. Емкость круглой в плане формы при равенстве объемов оказывается примерно на 13 % экономичнее квадратной емкости и примерно на 20 % экономичнее прямоугольной со сторонами, относящимися как 2:1.

2. Емкость с невысокой вертикальной частью, независимо от геометрической формы в плане, оказывается экономичнее высокой емкости с тем же полезным объемом приблизительно на величину до 2-3 раз.

3. Изложенный в настоящей работе метод решения задачи оптимизации внешней геометрической формы емкостей может быть достаточно эффективно использован для двухступенчатых сооружений. Для емкостей, состоящих из трех и более частей, а также, имеющих непрямолинейные очертания стенок рекомендуется применение разработанного автором ранее подхода на основе метода неопределенных множителей Лагранжа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ДБН В.2.2-8-98. Підприємства, будівлі та споруди по зберіганню та переробці зерна. – Введ. 01.07.98. – Вид. офіц. - К.: Держбуд України, 1988. – 41 с. – Укр. та рос. мовами.
2. Руководство по расчету и проектированию железобетонных, стальных и комбинированных бункеров / Ленпромстройпроект. – М.: Стройиздат, 1983. – 200 с.
3. Справочник проектировщика. Металлические конструкции: В 3 т. / Под ред. В. В. Кузнецова. – Т. 2: Стальные конструкции зданий и сооружений. – М.: АСВ, 1998. – 526 с.
4. Банников Д. О. Расчет пирамидально-призматических бункеров методом конечных элементов. / Д. О. Банников, М. И. Казакевич. – Д.: Наука и образование, 2003. – 150 с.
5. Structural Engineering Handbook / Edited by Edwin H. Gaylord, Jr., Charles N. Gaylord, James E. Stallmeyer. - 4th ed. - McGraw-Hill, 1997. – 624 p.
6. ESDEP WG: Vol. 15: Structural Systems. Bins: Lecture 15C.2. – 31 p.
7. Лихтарников Я. М. Металлические конструкции. Методы технико-экономического анализа при проектировании. – М.: Стройиздат, 1968. – 264 с.
8. Банников Д. О. Снижение площади коррозионного износа стальных емкостных конструкций // Вісник ДІІТу. – Д: ДІІТ, 2005. - Вип. 9.– С. 136–145.
9. Блехман И. И Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложений математики. / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1983. – 328 с.
10. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы: Пер. с англ. / Г. Корн, Т. Корн. Под общ. ред. И. Г. Абрамовича. – М.: Наука, 1970. – 720 с.

Поступила в редакцию 23.07.2007.