ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2014, № 2 (50)

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТУ ТА ЕКОНОМІКИ

УДК 005.8:519.863

И. А. КОРХИНА[1*]

[1*]Каф. «Управление проектами», Национальная металлургическая академия Украины, пр. Гагарина, 4, Днепропетровск, 49600, Украина, тел. +38 (063) 421 54 71, эл. почта kor_inna@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ПРОЕКТОВ С УЧЕТОМ СЛУЧАЙНЫХ ФАКТОРОВ

Цель. Для определения путей перспективного развития железнодорожного транспорта необходимо решать задачу формирования портфеля инвестиционных проектов. При этом приходится сталкиваться с неопределенностью в исходных данных (цены на услуги, материалы, энергоносители). Чтобы учесть указанную неопределенность предлагается использовать разработанную модель стохастического программирования. **Методика.** Для учета неопределенных данных вводятся вероятностные ограничения на величины ресурсов, используемых в портфеле проектов. В качестве функции цели предлагается максимизировать порог, который с заданной вероятностью может превысить чистый доход за интервал планирования. **Результаты.** Получена модель стохастического программирования с построчными вероятностными ограничениями. Коэффициентами этой модели были нормально распределены случайные величины. Выведены соотношения, позволяющие рассчитать математические ожидания и ковариационные матрицы этих коэффициентов. **Научная новизна.** Известные методы формирования оптимального портфеля проектов исходят из того, что все исходные данные известны точно. Исходя из этого соображения, авторы работ по созданию оптимального портфеля проектов приходят к схеме детерминированного математического программирования. В настоящей статье предлагается учесть неопределенность в исходных данных, что повысит надежность оценки эффективности портфеля проектов путем использования схемы стохастического математического программирования. **Практическая значимость.** Разработанная модель может быть использована для решения задач планирования развития железнодорожного транспорта.

Ключевые слова: портфель проектов; чистый доход; инвестиции; стохастическая оптимизация; случайные коэффициенты; вероятность

Введение

Для определения путей перспективного развития железнодорожного транспорта приходится решать задачу формирования портфеля инвестиционных проектов, направленных на модернизацию транспортной системы [6, 7, 8]. Этот портфель должен быть таким, чтобы в случае его реализации он обеспечивал наилучшие показатели работы железнодорожного транспорта. Следовательно, портфель проектов должен быть оптимальным по какому-либо критерию (прибыль, доход и т.п.) [9]. Задача формирования оптимального портфеля проектов таким образом является актуальной для железнодорожной отрасли как и других отраслей национальной экономики. Имеется ряд работ, в которых рассмотрены различные подходы к решению задачи формированию оптимального портфеля проектов [1, 4, 5, 13]. Указанная задача сводится к моделям математического программирования линейного и нелинейного. Однако в этих моделях предполагается, что все ее параметры известны

© И. А. Корхина, 2014

точно, в частности цены на продукты проекта и сырье на их производство.

Часто для оценки эффективности такого портфеля необходимо рассматривать процесс реализации проектов, входящих в его состав на достаточно длинном интервале времени. Разумеется, ряд показателей, которые используются при расчете эффективности портфеля, при этом не будут точно известны. Неопределенность в определении этих показателей возникает из-за того, что точно не известны цены на услуги, материалы и энергоносители, используемые в железнодорожном транспорте. Кроме того, может возникнуть необходимость привлечения кредитов для реализации портфеля проектов. Будущие процентные ставки по кредитам также являются неопределенными величинами. Для реализации портфеля проектов могут привлекаться средства железнодорожного транспорта. Ее будущая прибыль – также неопределенная величина. Таким образом, мы приходим к необходимости решения задачи формирования оптимального портфеля проектов, которая формализуется в виде модели математического программирования с неопределенными коэффициентами, представляющие собой случайные величины. Такой подход обосновывается тем, что будущие цены на услуги, материалы и энергоносители, а также кредитные средства и средства от нераспределенной прибыли определяются в результате прогноза, который представляет собой случайную величину, см. например [11]. Задача математического программирования, коэффициенты которой – случайные величины, называется задачей стохастического математического программирования.

Цель

Целью работы – разработка модели формирования оптимального портфеля проектов с учетом неопределенности в виде модели стохастического программирования.

Методика

Пусть имеется J проектов, из которых необходимо отобрать такие, которые обеспечат максимум чистого дохода за T периодов времени. Известно: $u_j(t)$ – затраты на j-й проект ($j=\overline{1,J}$) в t-м периоде времени ($t=\overline{1,T}$); $d_j(t)$ – доход от j- го инвестиционного проекта в t-м периода времени. Финансирование портфеля проектов предполагается осуществлять за счет кредитов $k(t)$ и доли δ собственной прибыли организации в t-м периоде времени $Q(t)$.

Прибыль от портфеля проектов в периоде времени τ ($\tau=1,\ldots,T$):

$$\sum_{j=1}^{J} d_j(\tau)x_j + k(\tau) + \delta Q(\tau) - \sum_{j=1}^{J} u_j(\tau)x_j - \\ - s(\tau) - l(\tau-1)k(\tau-1), \quad (1)$$

где булева переменная $x_j=1$, если j-й проект включается в портфель проектов, $x_j=0$ в противном случае; $l(t)$ – процентная ставка за кредит ($l(0)=0$); $s(\tau)$ – долг, выплачиваемый в периоде времени τ.

Будем исходить из того, что кредиты берутся в начале t-го года и возвращаются в следующем $t+1$-м году. В последнем году периода планирования T они не берутся. Проценты по кредитам, взятым в t-м году, выплачиваются в $t+1$-м году ($t=1,\ldots,T-1$). Выплата кредитов описывается следующими выражениями:

$$s(1)=0;\ s(t)=k(t-1);\ t=2,3,\ldots,T. \quad (2)$$

Суммарный чистый доход за t периодов времени $t=1,\ldots,T-1$, получим из (1) с учетом (2), просуммировав выражения (1) по $\tau=1,\ldots,T$. Имеем

$$B(t)=\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{j=1}^{J} d_j(\tau)x_j + k(t) + \\ + \delta\sum_{\tau=1}^{t} Q(\tau) - \sum_{\tau=1}^{t}\sum_{j=1}^{J} u_j(\tau)x_j - \\ - \sum_{\tau=1}^{t-1} l(\tau)k(\tau), \quad t=1,\ldots,T-1, \quad (3)$$

$$B(T)=\sum_{\tau=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} d_j(\tau)x_j - \\ - \sum_{\tau=1}^{t}\sum_{j=1}^{J} u_j(\tau)x_j - \sum_{\tau=1}^{t-1} l(\tau)k(\tau), \quad t=T. \quad (4)$$

Выражение в формуле (4) учитывает, что в T-м периоде времени кредитование отсутст-

© И. А. Корхина, 2014

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2014, № 2 (50)

вует, а чистый доход определяется за вычетом самофинансирования в предыдущие периоды времени.

Пусть в портфеле проектов предусмотрено предоставление *n* видов услуг, для реализации которых необходимо *m* видов материалов и энергоносителей, причем $n+m=N$. Обозначим $c_k(t)$, $k=1,\dots,n$ – цена *k*-го вида услуги в t-м периоде времени (случайная величина) [3]; $V_{jk}(t)$, $k=1,\dots,n$ – планируемая реализация услуги *k*-го вида по j-му проекту в t-м году, $V_{jk}(t)\ge 0$; $c_k(t)$, $k=n+1,\dots,N$ – цены *k*-го вида материалов в t-м периоде времени; $V_{jk}(t)$, $k=n+1,\dots,N$ – необходимое количество материалов *k*-го вида в t-м периоде времени по j-му проекту, $V_{jk}(t)\ge 0$; μ – доля дохода, уплачиваемая в качестве налога на добавленную стоимость.

Величины $c_k(t)$, $k=1,\dots,N$ представляют собой прогноз соответствующей цены на t-й период времени. Эта величина случайная, ее первые два момента могут быть определены методами однофакторного или многофакторного прогноза. В первом случае предполагается, что цена зависит только от времени, а во втором – прогноз рассчитывается по регрессионной модели, связывающей цену с факторами, влияющими на нее. С методами обоих видов прогнозирования можно ознакомиться в достаточно обширной литературе, см. например [2]. Собственная прибыль организации $Q(t)$ также определяется прогнозным путем и потому является случайной величиной.

Объемы $V_{jk}(t)$, $k=1,\dots,N$ определяются разработчиками проектов и поэтому рассматриваются далее как детерминированные величины.

Имеем:

$$d_j(t)=\sum_{k=1}^{n} c_k(t)(1-\mu)V_{jk}(t),$$

$$j=1,\dots,J,\ t=1,\dots,T, \tag{5}$$

$$u_j(t)=\sum_{k=n+1}^{N} c_k(t)V_{jk}(t),$$

$$j=1,\dots,J,\ t=1,\dots,T. \tag{6}$$

Так как $c_k(t)$, $k=1,\dots,N$ – случайные величины, то $d_j(t)$ и $u_j(t)$, $j=1,\dots,J$, $t=1,\dots,T$, согласно (4), (5) тоже случайные величины. Отсюда следует, что оба выражения в формуле (3) – чистые доходы за интервал планирования – случайные величины.

В связи с неопределенностью величин процентных ставок по кредитам будем рассматривать их также как случайные величины. Таким образом, величины $B(t)$, $t=0,1,\dots,T$ в (3), (4) зависят от случайных величин $d_j(t)$, $u_j(t)$, $j=1,\dots,J$, $t=1,\dots,T$; $l(t)$, $Q(t)$, $t=1,\dots,T-1$ и поэтому также являются случайными величинами.

Естественно потребовать, чтобы во все периоды времени в интервале планирования, кроме последнего, портфель проектов был неубыточным, т.е. суммарный чистый доход в t-м периоде и предшествующие ему периоды времени был неотрицательным ($t=1,\dots,T$). В силу его случайности это требование может быть реализовано только в вероятностном смысле, а именно: суммарный чистый доход в t-м периоде времени должен быть неотрицательным с высокой вероятностью. Тогда из (3) получаем вероятностные ограничения на чистые доходы

$$P\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{\tau=1}^{t}\sum\limits_{j=1}^{J}[d_j(\tau)-\\ -u_j(\tau)]x_j\\ +\sum\limits_{\tau=1}^{t}k(\tau)+\\ +\delta\sum\limits_{\tau=1}^{t}Q(\tau)-\\ -\sum\limits_{\tau=1}^{t-1}l(\tau)k(\tau)\ge 0\end{array}\right\}\ge\beta(t),\ t=1,\dots,T-1, \tag{7}$$

где $P\{A\}$ – вероятность появления события A, вероятность $\beta(t)\ge 0{,}9$, $t=1,\dots,T-1$.

Событие A состоит в том, что суммарный чистый доход за t периодов времени неотрицательный. Согласно (7) с вероятностью не меньшей $\beta(t)$, т.е. с высокой вероятностью, должно произойти это событие.

Функцию цели запишем, используя формулу (4), в виде двух выражений:

© И. А. Корхина, 2014

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2014, № 2 (50)

$$S \to \max, \tag{8}$$

$$P\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{\tau=1}^{T}\sum\limits_{j=1}^{J}[d_j(\tau)-u_j(\tau)]x_j - \\ -\sum\limits_{\tau=1}^{T-1} l(\tau)k(\tau) \ge S\end{array}\right\} = \beta(T). \tag{9}$$

Смысл формул (8), (9): порог S, который может превысить с вероятностью $\beta(T)$ чистый доход в конечном периоде времени T, должен быть максимальным. Причем, выбирается $\beta(T) \ge 0,9$.

Предприятие, реализовывающее портфель проектов, к моменту начала его реализации может не иметь свободных денежных средств, например, для приобретения оборудования. Тогда, потребуется ввести ограничение:

$$B(0) = \sum_{j=1}^{J} g_j x_j \le k(1) + \delta Q(1), \tag{10}$$

где g_j – стоимость оборудования, предусмотренного j-м проектом.

В связи с тем, что $Q(1)$ – случайная величина, предыдущее неравенство может выполняться только в вероятностном смысле, что формализуется вероятностным ограничением

$$P\left\{\sum_{j=1}^{J} g_j x_j \le k(1) + \delta Q(1)\right\} \ge \beta(0), \tag{11}$$

где $\beta(0) \ge 0,9$.

Рассмотрим смысл формулы (11). Оборудование должно быть куплено в начале первого периода времени. Однако в это время нет дохода от портфеля проектов, поэтому необходимо приобретать оборудование за счет кредитов или самофинансирования. Доход предприятия от собственной деятельности в первом периоде времени $Q(1)$ будет известен в его конце, поэтому в начале этого периода величина $Q(1)$ является неопределенной, т.е. случайной.

На непрерывные искомые переменные накладываются очевидные ограничения:

$$k(t) \ge 0,\ t = 1,\ldots,T-1,\ 0 < \delta \le 1. \tag{12}$$

Сформулированная задача оптимизации (7)–(11) является задачей стохастического программирования с вероятностными построчными ограничениями. Искомыми переменными в ней являются булевы переменные x_j, $j = 1,\ldots,J$ и непрерывные переменные $k(t)$, $t = 1,\ldots,T-1$ и δ.

Результаты

Для решения задачи стохастического программирования (7)–(12) необходимо перейти к некоторой детерминированной задаче оптимизации, которая называется детерминированным эквивалентом задачи (7)–(12).

Обозначим:

$$\mathbf{a}_j(t) = \begin{bmatrix} a_{j1}(t) \\ \vdots \\ a_{jn}(t) \\ a_{j,n+1}(t) \\ \vdots \\ a_N(t) \end{bmatrix},\ \mathbf{c}(t) = \begin{bmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \\ c_{n+1}(t) \\ \vdots \\ c_N(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_j(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j(1) \\ \mathbf{a}_j(2) \\ \vdots \\ \mathbf{a}_j(t) \end{bmatrix},\ \mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{c}(1) \\ \mathbf{c}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{c}(t) \end{bmatrix} \in \Re^{Nt},$$

$$t = 1,\ldots,T, \tag{13}$$

где $a_{jk}(t) = (1-\mu)V_{jk}(t)$, $k = 1,\ldots,n$; $a_{jk}(t) = -V_{jk}(t)$, $k = n+1,\ldots,N$.

Преобразуем выражения (3), (4):

$$B(t) = \sum_{\tau=1}^{t}\sum_{j=1}^{J}[d_j(\tau)-u_j(\tau)]x_j + \sum_{\tau=1}^{t} k(\tau) +$$

$$+\delta\sum_{\tau=1}^{t} Q(\tau) - \sum_{\tau=1}^{t-1} l(\tau)k(\tau),\ t = 1,\ldots,T. \tag{14}$$

С учетом обозначений (13) имеем выражение для первого слагаемого в (14):

$$\sum_{\tau=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}[d_j(\tau)-u_j(\tau)]x_j = \sum_{j=1}^{J} b_j(t)x_j,$$

$$t = 1,\ldots,T, \tag{15}$$

где:

$$b_j(t) = \mathbf{A}'_j(t)\mathbf{C}(t),\ t = 1,\ldots,T. \tag{16}$$

© И. А. Корхина, 2014

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2014, № 2 (50)

Введем векторы коэффициентов $\mathbf{W}(t) \in R^{j+t+1}$ и искомых переменных $\mathbf{X}(t) \in R^{j+t+1}$, фигурирующих в (14):

$$\mathbf{W}(0) = \begin{bmatrix} -g_1 \\ -g_2 \\ \vdots \\ -g_J \\ \dots \\ 1 \\ \mathbf{O}_{T-2} \\ \dots \\ Q(1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}(1) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_J(t)) \\ \dots \\ e_1(1) \\ \mathbf{O}_{T-2} \\ \dots \\ Q(1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W}(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_J(t) \\ \dots \\ e_t(1) \\ e_t(2) \\ \vdots \\ e_t(t-1) \\ e_t(t) \\ \mathbf{O}_{T-t-1} \\ \dots \\ \sum\limits_{\tau=1}^{t} Q(\tau) \end{bmatrix}, \; t = 2,\dots,T-1,$$

$$\mathbf{W}(T) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_J(t) \\ \dots \\ e_T(1) \\ e_T(2) \\ \vdots \\ e_T(T-1) \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (17)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_J \\ \dots \\ k(1) \\ k(2) \\ \vdots \\ k(T-1) \\ \dots \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \end{bmatrix} \in \Re^{J+T}, \; \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_J \end{bmatrix} \in \Re^{J},$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} k_1(1) \\ k_2(2) \\ \vdots \\ k(T-1) \end{bmatrix} \in \Re^{T-1}, \; \mathbf{X}_3 = \delta \in \Re^1, \qquad (18)$$

где $\mathbf{X}_1$ – вектор булевых переменных, компонентами $\mathbf{X}_2$ являются величины кредитов, $\mathbf{X}_3$ – прибыль предприятия.

В выражениях (17)

$$e_1(1) = 1; \; e_t(\tau) = \begin{cases} 1, \; \tau = t, \\ -l(\tau), \; \tau = 1,\dots,t-1, \end{cases}$$

$$t = 2,\dots,T-1; \qquad (19)$$

$$e_T(\tau) = -l(\tau), \; \tau = 1,\dots,T-1, \qquad (20)$$

$\mathbf{O}_s$ – s-мерный нулевой вектор.

Тогда формулы (7)–(11) примут вид:

$$S \to \max, \qquad (21)$$

$$P\{\mathbf{W}'(T)\mathbf{X} \geq S\} = \beta(T), \qquad (22)$$

$$P\{\mathbf{W}'(t)\mathbf{X} \geq 0\} \geq \beta(t), \; t = 1,\dots,T-1, \qquad (23)$$

$$P\{\mathbf{W}'(0)\mathbf{X} \geq 0\} \geq \beta(0). \qquad (24)$$

Будем считать, что распределение случайных величин $d_j(t)$, $u_j(t)$, $j = 1,\dots,J$, $t = 1,\dots,T$; $l(t)$, $Q(t)$, $t = 1,\dots,T-1$ нормальное. Можно показать, что поэтому из формул (16), (17), (19), (20) следует, что распределение векторов $\mathbf{W}(t)$, $t = 0,\dots,T$ – нормальное, $\mathbf{W}(t) \sim N(\overline{\mathbf{W}}(t), K_{\mathbf{W}}(t))$, где $\overline{\mathbf{W}}(t)$ – математи-

© И. А. Корхина, 2014

ISSN 2307–3489 (Print), ISSN 2307–6666 (Online)

Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2014, № 2 (50)

ческое ожидание вектора $\mathbf{W}(t)$, $K_{\mathbf{W}}(t)$ – его ковариационная матрица. Из этого факта следует, что скалярные величины $B(t)=\mathbf{W}'(t)\mathbf{X}$ распределены нормально, $t=0,1,\ldots,T$. Тогда, используя результаты [10], получим детерминированный эквивалент задачи (7)–(12):

$$\left.\begin{array}{l} u(1-\beta(T))\sqrt{\mathbf{X}'\mathbf{K}_{\mathbf{W}}(T)\mathbf{X}}+\bar{\mathbf{W}}'(T)\mathbf{X}\to\max, \\ u(1-\beta(t))\sqrt{\mathbf{X}'\mathbf{K}_{\mathbf{W}}(t)\mathbf{X}}+\bar{\mathbf{W}}'(t)\mathbf{X}\geq 0, t=0,1,\ldots,T-1, \end{array}\right\} \quad (25)$$

где $u(\nu)$ – квантиль стандартного нормального распределения, ν – вероятность (значение функции распределения стандартной нормальной случайной величины).

На векторы $\mathbf{X}_1$, $\mathbf{X}_2$ и скаляр $\mathbf{X}_3$ – компоненты $\mathbf{X}$ наложены ограничения:

компоненты $\mathbf{X}_1$ – булевы переменные;

компоненты $\mathbf{X}_2$ – неотрицательные непрерывные переменные; (26)

скаляр $\mathbf{X}_3$ – неотрицательная непрерывная величина.

Задача (25), (26) представляет собой задачу нелинейной оптимизации со смешанными переменными и может быть решена с помощью функции «Поиск решения» табличного процессора MS Excel, методы решения подобных задач рассматривается в [12].

Научная новизна и практическая значимость

Известные методы формирования оптимального портфеля проектов исходят из того, что все исходные данные известны точно. Исходя из этого соображения авторы работ по созданию оптимального портфеля проектов приходят к схеме детерминированного математического программирования. В статье предлагается учесть неопределенность в исходных данных, что повысит надежность оценки эффективности портфеля проектов путем использования схемы стохастического математического программирования.

Выводы

В статье предложена модель стохастического математического программирования для решения задачи создания оптимального портфеля проектов в условиях неопределенности в исходных данных. Она может быть использована для решения задач планирования развития железнодорожного транспорта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бушуєв, С. Д. Часова оптимізація портфеля реальних інвестиційних проектів / С. Д. Бушуєв, М. І. Гиба // Упр. проектами та розв. вир-ва : зб. наук. пр. СНУ ім. Даля. – Луганськ, 2007. – № 2 (22). – С. 36–47.
2. Корхин, А. С. Компьютерная статистика : учеб. пособие. Ч. 2 / А. С. Корхин, О. П. Минакова. – Днепропетровск : Нац. горн. ун-т, 2009. – 239 с.
3. Корхина, И. А. О прогнозировании цен для оценки эффективности проектов / И. А. Корхина, В. В. Малый // Теорія та практика металургії. – 2011. – № 5–6 (ч. II). – С. 125–131.
4. Корхина, И. А. Метод формирования оптимального портфеля инвестиционных проектов предприятия на основе динамической модели / И. А. Корхина // Наук. вісн. Нац. гірн. ун-ту. – 2013. – № 5. – С. 104–111.
5. Корхина, И. А. Один метод формирования оптимального портфеля проектов развития предприятия / И. А. Корхина // Східно-Європ. журн. передових технологій. – 2012. – № 2/2 (56). – С. 34–37.
6. Михайлова, Т. М. Разработка модели планирования эффективного расширения производства / Т. М. Михайлова, М. С. Караваева // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. – Д., 2010. – Вип. 34. – С. 189–192.
7. Мямлин, С. В. Оценка экономической эффективности инвестиционного проекта для железнодорожного транспорта с использованием различных методов / С. В. Мямлин, А. С. Блохина, З. Х. Цечоева // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д., 2010. – Вип. 32. – С. 268–273.
8. Садловська, І. П. Тенденції розвитку залізничного транспорту України / І. П. Садловська // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В Лазаряна. – Д., 2011. – Вип. 37. – С. 295–297.
9. Управление проектом. Основы проектного управления : учебник / под ред. М. Л. Разу. – М. : КНОРУС, 2010. – 768 с.
10. Юдин, Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации / Д. Б. Юдин. – М. : Советское радио, 1974. – 400 с.

© И. А. Корхина, 2014

11. Knopov, P. S. Regression Analysis Under a Priori Parameter Restrictions / P. S. Knopov, A. S. Korkhin. − New York : Springer, 2011. − 250 p.
12. Lee, J. Mixed Integer Nonlinear Programming / Jon Lee, Sven Leyffer. − New York : Springer, 2012. − 690 p.
13. Radulescu, C. Z. Project Portfolio Selection Models and Decision Support [Электронный ресурс] / C. Z. Radulescu, M. Radulescu. – Режим доступа: http://sic.ici.ro/sic2001_4/art03.html. − Загл. с экрана.

І. А. КОРХІНА[1*]

[1*]Каф. «Управління проектами», Національна металургійна академія України, пр. Гагаріна, 4, Дніпропетровськ, Україна, 49600, тел. +38 (063) 421 54 71, ел. пошта kor_inna@mail.ru

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ПРОЕКТІВ ІЗ УРАХУВАННЯМ ВИПАДКОВИХ ФАКТОРІВ

Мета. Для визначення шляхів перспективного розвитку залізничного транспорту необхідно вирішувати завдання формування портфеля інвестиційних проектів. При цьому доводиться стикатися із невизначеністю у вихідних даних (ціни на послуги, матеріали, енергоносії). Щоб врахувати зазначену невизначеність пропонується використовувати розроблену модель стохастичного програмування. **Методика.** Для обліку невизначених даних вводяться ймовірнісні обмеження на величини ресурсів, що використовуються в портфелі проектів. Функції мети пропонується максимізувати поріг, який із заданою ймовірністю може перевищити чистий дохід за інтервал планування. **Результати.** Отримано модель стохастичного програмування з порядковими ймовірнісними обмеженнями. Коефіцієнтами цієї моделі були нормально розподілені випадкові величини. Виведені співвідношення дозволяють розрахувати математичні очікування та коваріаційні матриці цих коефіцієнтів. **Наукова новизна.** Відомі методи формування оптимального портфеля проектів виходять із того, що всі вихідні дані відомі точно. Виходячи з цього міркування, автори робіт зі створення оптимального портфеля проектів приходять до схеми детермінованого математичного програмування. У цій статті пропонується врахувати невизначеність у вихідних даних, що підвищить надійність оцінки ефективності портфеля проектів шляхом використання схеми стохастичного математичного програмування. **Практична значимість.** Розроблена модель може бути використана для вирішення завдань планування розвитку залізничного транспорту.

Ключові слова: портфель проектів; чистий дохід; інвестиції; стохастична оптимізація; випадкові коефіцієнти; ймовірність

I. A. KORKHINA[1*]

[1*]Dep. «Management of Projects», National Metallurgical Academy of Ukraine, Gagarin Av., 4, Dnipropetrovsk, Ukraine, 49600, tel. +38 (063) 421 54 71, e-mail kor_inna@mail.ru

MATHEMATICAL MODEL OF OPTIMAL PROJECT PORTFOLIO FORMING BASED ON RANDOM FACTORS

Purpose. To identify the ways of perspective development for railway transport one should solve the problem of forming the investment project portfolio. Thus, it is necessary to deal with uncertainty in the input data (prices of services, materials, energy products). To take into account this uncertainty it is proposed to use the developed model of stochastic programming. **Methodology.** For accounting of uncertain data the probabilistic limits on the quantities of resources, which are used in the project portfolio are imposed. As the objective function it is proposed to maximize the threshold, which with a given probability may exceed the planning interval of the net income. **Findings.** Stochastic programming model with line-by-line probabilistic constraints was obtained. Coefficients of this model are normally distributed random variables. Ratios, which allow calculating mathematical expectations and covariance matrices of these coefficients, were concluded. **Originality.** Known methods of forming the optimal project portfolio are based on the fact that all inputs are known exactly. On the basis of this consideration, the authors of works on the creating an optimal project portfolio have come to a scheme of deterministic mathematical programming. In this article we propose

© И. А. Корхина, 2014

to take into account the uncertainty in the input data, which will increase the reliability of the portfolio effectiveness estimation through the use of stochastic mathematical programming scheme. **Practical value.** The developed model can be used in order to solve the planning problems of railway transport development.

Keywords: project portfolio; net income; investments; stochastic optimization; random factors; probability

REFERENCES

1. Bushuiev, S.D. Chasova optymizatsiia portfelia realnykh investytsiinykh proektiv [Time optimization of real investment portfolio projects]. *Zbirnyk naukovykh prats Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni V. Dalia*: *«Upravlinnia proektamy ta rozvytok vyrobnytstva»* [Proc. of Volodymyr Dahl East Ukrainian National University «Project management and development of production»], 2007, no. 2 (22), pp. 36-47.
2. Korkhin A.S., Minakova O.P. *Kompyuternaya statistika. Chast 2* [Computer statistics. Part 2]. Dnipropetrovsk, NGU Publ., 2009. 239 p.
3. Korkhina I.A., Malyy V.V. O prognozirovanii tsen dlya otsenki effektivnosti proyektov [Predicting the prices to assess the effectiveness of projects]. *Teoriia ta praktyka metalurhii −Theory and Practice of Metallurgy*, 2011, no. 5-6 (part II), pp. 125-131.
4. Korkhina I.A. Metod formirovaniya optimalnogo portfelya investitsionnykh proyektov predpriyatiya na osnove dinamicheskoy modeli [The method of forming the optimal investment project portfolio for the enterprise on the basis of dynamic model]. *Naukovyi visnyk natsionalnoho hirnychoho universytetu* [Bulletin of the National Mining University], 2013, no. 5, pp. 104-111.
5. Korkhina I.A. Odin metod formirovaniya optimalnogo portfelya proyektov razvitiya predpriyatiya [One method of forming the optimal portfolio of enterprise development]. *Skhidno-Yevropeiskyi zhurnal peredovykh tekhnolohii − Eastern and European Journal of Advanced Technologies*, 2012, no. 2/2 (56), pp. 34-37.
6. Mikhaylova T.M., Karavayeva M.S. Razrabotka modeli planirovaniya effektivnogo rasshireniya proizvodstva [Planning model development of effective production expansion]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropterovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2010, issue 34, pp.189-192.
7. Myamlin S.V., Blokhina A.S., Tsechoyeva Z.Kh. Otsenka ekonomicheskoy effektivnosti investitsionnogo proyekta dlya zheleznodorozhnogo transporta s ispolzovaniyem razlichnykh metodov [Assessment of the economic efficiency of the investment project for railway transport using different methods]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2010, issue 32, pp. 268-273.
8. Sadlovska I.P. Tendentsii rozvytku zaliznychnoho transportu Ukrainy [Development trends of Railway Transport in Ukraine]. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan], 2011, issue 37, pp. 295-297.
9. Razu M.L. *Upravleniye proyektom. Osnovy proyektnogo upravleniya* [Project management. Fundamentals of Project Management]. Moscow, KNORUS Publ., 2010. 768 p.
10. Yudin D.B. *Matematicheskiye metody upravleniya v usloviyakh nepolnoy informatsii* [Mathematical methods of control under incomplete information conditions]. Moscow, Sovetskoye radio Publ., 1974. 400 p.
11. Knopov P.S., Korkhin A.S. Regression Analysis Under a Priori Parameter Restrictions. New York, Springer Publ., 2011. 250 p.
12. Lee J., Leyffe S. Mixed Integer Nonlinear Programming. New York, Springer Publ., 2012. 690 p.
13. Radulescu C.Z., Radulescu M. Project Portfolio Selection Models and Decision Support. Available at: http://sic.ici.ro/sic2001_4/art03.html (Accessed 17 December 2013).

Статья рекомендована к публикации д.т.н, проф. Т. М. Кадильниковой (Украина); д.т.н, проф. А. А. Босовым (Украина)

Поступила в редколлегию 03.02.2014
Принята к печати 14.03.2014

© И. А. Корхина, 2014