

УДК 537.86

В. Ф. Борулько, О. О. Дробахин, Д. В. Сидоров

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА БРЭГГОВСКИХ СТРУКТУР С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Стаття присвячена дослідженню впливу включення зосереджених елементів на резонансні властивості брегівських резонаторів, розрахунок власних параметрів шаруватих структур з зосередженими елементами в області дійсної частоти і еквівалентного опору для послідовного включення, а також в області дійсної частоти та еквівалентної провідності для паралельного включення. Розраховано власних значень від'ємного опору (провідності), що забезпечує незгасаючі коливання, проводився двома методами: зовнішнім і внутрішнім. Для отримання точних значень комплексних амплітуд відбитих хвиль і хвиль, що пройшли використовувався метод матриць передачі. Наведено граничні вирази для матриць передачі тонких шарів з високими значеннями діелектричної або магнітної проникності, які в теорії кін відповідають a -матрицям чотириполосника у вигляді паралельної провідності в разі високого значення діелектричної проникності або послідовного опору для великих значень магнітної проникності.

Досліджено вплив включення зосереджених елементів на резонансні властивості брегівських резонаторів. Розглянуто визначення «якості» резонатора через еквівалентний опір (провідність) як альтернативне визначення добротності. Проведено аналіз «якості» резонатора для різних положень точок включення зосередженого елемента в центральний резонансний шар структури. Існують «невдалі» точки, як для паралельного, так і для послідовного включення, коли резонансні властивості структури із зосередженим елементом слабо відрізняються від властивостей вихідної брегівської структури.

Ключові слова: брегівська структура, зосереджений елемент, матриці передачі.

Статья посвящена исследованию влияния включения сосредоточенных элементов на резонансные свойства брегговских резонаторов, расчету собственных параметров слоистых структур с сосредоточенными элементами в области действительной частоты и эквивалентного сопротивления для последовательного включения, а также в области действительной частоты и эквивалентной проводимости для параллельного включения. Расчет собственных значений отрицательного сопротивления (проводимости), обеспечивающего незатухающие колебания, проводился двумя методами: внешним и внутренним. Для получения точных значений комплексных амплитуд отраженной и прошедшей волн использовался метод матриц передачи. Приведены предельные выражения для матриц передачи тонких слоев с высокими значениями диэлектрической либо магнитной проницаемостями, которые в теории цепей соответствуют a -матрицам четырехполосника в виде параллельной проводимости в случае высокого значения диэлектрической проницаемости или последовательного сопротивления для больших значений магнитной проницаемости.

Исследовано влияние включения сосредоточенных элементов на резонансные свойства брегговских резонаторов. Рассмотрено определение «качества» резонатора через эквивалентное сопротивление (проводимость) как альтернативное определение добротности. Проведен анализ «качества» резонатора для различных положений точек включения сосредоточенного элемента в центральном резонансном слое структуры. Существуют «неудачные» точки, как для параллельного, так и для последовательного включения, когда резонансные свойства структуры с сосредоточенным элементом слабо отличаются от свойств исходной брегговской структуры.

Ключевые слова: брегговская структура, сосредоточенный элемент, матрицы передачи.

The paper is devoted to investigations of the influence of insertion of lumped elements on the resonance properties of Bragg resonators. The calculation of eigen parameters has been carried out in the domain of real frequency and equivalent resistance for layered structures with series connection of lumped elements, and in domain of real frequency and equivalent conductance for parallel connection. The calculation of the eigenvalues of the negative resistance (conductance) providing undamped oscillations has been carried out with external and internal methods. Exact solutions for complex amplitudes of reflected and transmitted waves have been determined by the method of transmission matrices. The limiting expressions for the transmission matrices of thin layers with high permittivity or permeability, which correspond to a -matrices of a two-port network in circuit theory as parallel conductivity in the case of high values of permittivity or the series resistance for large values of magnetic permeability have been obtained.

The influence of insertion of lumped elements on resonance properties of Bragg resonators has been investigated. The definition of nontraditional quality factor with equivalent resistance (conductivity) such as alternative definition of classical quality factor is considered. The analysis of nontraditional quality of the resonator for different positions of the points of lumped element insertions in the central layer of the resonance structure. There are "bad" points for both parallel and serial insertions, when the resonance properties of the structure with lumped element are slightly different from the properties the original Bragg structure.

Key words: Bragg structure, lumped element, transmission matrix.

Введение

Многослойные брэгговские структуры широко применяются в технике и физике СВЧ, включая терагерцовый диапазон. Диэлектрическая и/или магнитная проницаемость слоев, как правило, является периодической функцией пространственных координат [1 – 3]. Возмущение периодичности обеспечивает появление новых эффектов при отражении и прохождении волн [4]. Пространственное распределение амплитуды и фазы квазипериодического возмущения может быть использовано для получения желаемых зависимостей комплексных амплитуд отраженных и прошедших волн как функций угла падения и частоты.

В [3; 5; 6] резонансные свойства резонаторов, образованных брэгговскими отражателями, исследованы на основе решения нескольких типов задач на собственные значения. Эти задачи описывают качество работы резонаторов как в «холодном», так и в «горячем» режимах.

В первой задаче на собственные значения комплексных собственных частот найдены затухающие колебания «холодных» резонаторов. Остальные задачи на собственные значения соответствуют отысканию незатухающих колебаний в «горячих» структурах, содержащих усиливающие элементы. Во второй задаче на собственные значения, найдены действительные частоты и мнимые части диэлектрической или магнитной проницаемости (порог генерации) при фиксированном значении действительной части диэлектрической и магнитной проницаемости усиливающего слоя [3]. В третьем случае генерация достигается за счет введения в структуру сосредоточенных элементов с отрицательным сопротивлением. В четвертой задаче на собственные значения была определена комплексная диэлектрическая проницаемость усиливающих слоев при фиксированной частоте колебаний [6].

Целью данной статьи является рассчитать собственные параметры слоистых структур с сосредоточенными элементами в области действительной частоты и эквивалентного сопротивления для последовательного включения, а также в области действительной частоты и эквивалентной проводимости для параллельного включения сосредоточенной неоднородности; провести анализ «качества» резонатора для различных положений точек включения сосредоточенного элемента в центральный резонансный слой структуры на основе нетрадиционного определения добротности резонансных частот по величине эквивалентного сопротивления (проводимости). Приведены предельные выражения для матриц передачи тонких слоев с высокими значениями диэлектрической либо магнитной проницаемостями, которые являются (a) – матрицами параллельного и последовательного элемента соответственно.

Метод матриц передачи

В формализме метода матриц передачи при распространении электромагнитной волны в многослойных структурах [2], любой однородный слой может быть описан квадратной матрицей второго порядка, которая связывает электрические и магнитные компоненты полей на границах одного слоя. Выражение для матрицы передачи, справедливое для случая тепловых потерь и материалов с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями, имеет вид

$$\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} \cos(k_{zj} d_j) & \frac{i}{p_j} \sin(k_{zj} d_j) \\ ip_j \sin(k_{zj} d_j) & \cos(k_{zj} d_j) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где d – толщина слоя, ε_j и μ_j – диэлектрическая и магнитная проницаемости j -го слоя, θ_0 – угол падения, k_0 – волновое число свободного пространства. Параметры p_j и продольное волновое число k_z определяются следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} k_{zj} &= k_0 \sqrt{\varepsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta_0} \\ p_j^{TE} &= k_{zj} / (\mu_j k_0) = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta_0} / \mu_j \\ p_j^{TM} &= k_{zj} / (\varepsilon_j k_0) = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta_0} / \varepsilon_j \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Результирующая характеристическая матрица слоистой структуры рассчитывается как произведение характеристических матриц отдельных слоев структуры [2]. Используя компоненты матрицы \mathbf{M} , могут быть записаны выражения для коэффициентов отражения R и прохождения T структуры:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{[m_{11}(1-\Gamma) + m_{12}p_l(1+\Gamma)]p_1 - [m_{21}(1-\Gamma) + m_{22}p_l(1+\Gamma)]}{[m_{11}(1-\Gamma) + m_{12}p_l(1+\Gamma)]p_1 + [m_{21}(1-\Gamma) + m_{22}p_l(1+\Gamma)]} \\ T &= \frac{2p_1}{[m_{11}(1-\Gamma) + m_{12}p_l(1+\Gamma)]p_1 + [m_{21}(1-\Gamma) + m_{22}p_l(1+\Gamma)]} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где Γ – коэффициент отражения нагрузки структуры; p_l – параметр для материала последнего слоя структуры (или полупространства в случае $\Gamma = 0$). Если слоистая структура заканчивается металлической плоскостью, то $|\Gamma| = 1$.

Если толщина диэлектрического слоя мала по сравнению с длиной волны, а контраст диэлектрической проницаемости значительно больше единицы, характеристическая матрица такого слоя может быть записана как

$$\mathbf{M}_y \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ ik_0 \varepsilon d & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_N & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Это выражение соответствует (a) – матрице параллельной проводимости в теории длинных линий. Таким образом, тонкие слои с высокими значениями диэлектрической проницаемости можно рассматривать как параллельные сосредоточенные элементы.

Для слоя с высоким контрастом магнитной проницаемости, аналогичным образом получается матрица последовательного сопротивления

$$\mathbf{M}_z \approx \begin{bmatrix} 1 & ik_0 \mu d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_N \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Следовательно, тонкие слои с высокими значениями магнитной проницаемости можно рассматривать как последовательные сосредоточенные элементы.

Брэгговские структуры с сосредоточенными элементами

Помимо тонких слоев в качестве сосредоточенных элементов могут использоваться полупроводниковые элементы либо металлические конструкции, расположение которых в структуре можно приближенно считать плоскопараллельным. Вначале рассмотрим влияние малого усиления, вызванного введением небольшого отрицательного последовательного сопротивления или небольшой параллельной проводимости, включенных в резонатор.

Собственные параметры слоистых структур существенно зависят от выбора точки включения сосредоточенного элемента. Наибольшее влияние последовательное сопротивление оказывает в точке максимума магнитного поля, а параллельная проводимость, наоборот, в максимуме электрического. Можно подобрать пример, для которого даже при достаточно высокой добротности исходного резонатора порог генерации на основной резонансной частоте существенно выше, чем для побочных резонансных частот.

Собственные значения отрицательного сопротивления, обеспечивающего незатухающие колебания, были рассчитаны двумя методами: внешним и внутренним. Внешний метод заключается в двумерном поиске на плоскости (Z, f) полюсов коэффициента прохождения резонатора с последовательно включенными сосредоточенными элементами либо на плоскости (Y, f) в случае параллельно включенных элементов. Во внутреннем методе структура делится на две части точкой подключения сосредоточенного элемента, затем вычисляются эквивалентные комплексные сопротивления каждой части в точке подключения. Суммарное эквивалентное сопротивление находится как сопротивление последовательного контура, образованного из эквивалентных сопротивлений левой и правой частей структуры. Резонансные частоты находятся из условия равенства нулю мнимой части суммарного эквивалентного сопротивления. Качество резонатора (нетрадиционное «горячее» определение добротности) определяется действительной частью проводимости или сопротивления соответственно для случаев параллельного или последовательного включения. Если сосредоточенный элемент один, численные результаты внешнего и внутреннего методов совпадают, но внутренний метод проще. Преимущество внешнего метода заключается в возможности расчета структур с несколькими сосредоточенными элементами.

На рис. 1 представлены результаты расчета собственных значений действительных частот. Значения действительного эквивалентного сопротивления для последовательного включения в двойной центральной резонансный слой, обеспечивающие максимум «качества» приведены на рис. 1а, аналогичные результаты для параллельного включения проводимости приведены на рис. 1б. Нормированная частота введена таким образом, что на частоте $f = f_0$ оптическая толщина периода равна половине длины волны λ_0

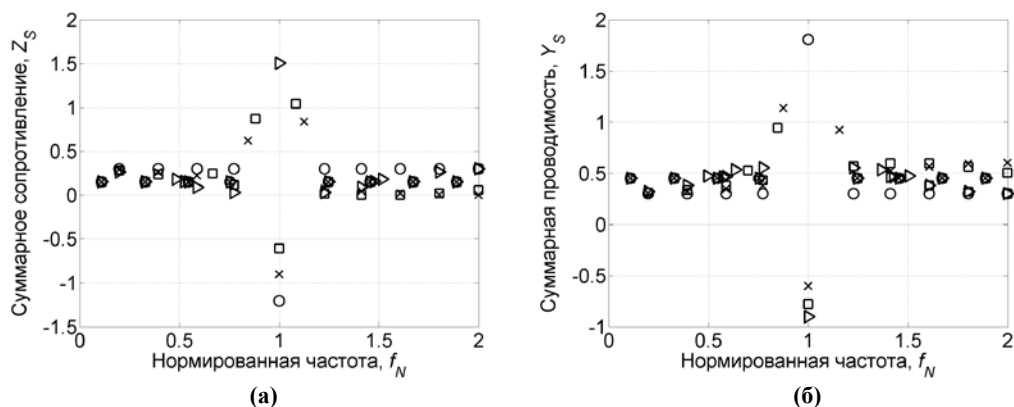


Рис. 1. Собственные значения действительной частоты и действительного эквивалентного последовательного сопротивления (а), и параллельной проводимости (б)

$$f_N = f / f_0, \quad f_0 = c / (2H), \quad (6)$$

где H – оптическая толщина периода, c – скорость света в вакууме. Для случая последовательного сопротивления эквивалентного контура, изображенного на рис. 1а, «качество» резонатора характеризуется малостью сопротивления, а для случая параллельного (рис. 1б), малостью проводимости. Значения, полученные для точного симметричного включения ($l/d_{11} = 1/2$, где d_{11} является геометрической толщиной центрального слоя, l расстояние от начала центрального слоя до точки подключения) показаны кружками. Асимметричные включения обозначены квадратами ($l/d_{11} = 2/3$), крестиками ($l/d_{11} = 5/6$), и плюсиками ($l/d_{11} = 1$). Существуют «неудачные» точки подключения сосредоточенных элементов для проявления резонанса. Основной резонанс холодной структуры на частоте f_0 брэгговского отражения имеет наибольшее значение отрицательной проводимости для симметричного параллельного включения и наибольшее значение отрицательного сопротивления для последовательного включения в конце центрального слоя. Но эти точки имеют наибольшую добротность для противоположного типа подключения. Сведение к минимуму зависимости от точки включения может быть достигнуто за счет использования комбинированных последовательно-параллельных сосредоточенных элементов.

Выводы

Выполненные исследования показали, что упрощенная модель сосредоточенных неоднородностей может быть полезна для описания резонансных явлений в брэгговских структурах.

Влияние сосредоточенного элемента на резонансные свойства исходной слоистой структуры существенно зависит от места его включения. Существуют «неудачные» точки включения, когда резонансные свойства структуры с сосредоточенным элементом слабо отличаются от свойств исходной брэгговской структуры.

Тонкий диэлектрический слой с высоким значением диэлектрической проницаемости может быть представлен как параллельная сосредоточенная проводимость. При этом собственные параметры структур с тонкими усиливающими сло-

ями совпадают с собственными параметрами структур с параллельной сосредоточенной отрицательной проводимостью.

Библиографические ссылки

1. **Elachi C.** Waves in active and passive periodic structures: A review / C. Elachi // Proceedings of the IEEE. – 1976. – V. 64, №. 12. – P. 1666 – 1698.
2. **Born M.** Principles of Optics / M. Born, E. Wolf – Oxford, Pergamon Press, 1975. – 855 p.
3. **Byelobrov V. O.** Mathematical analysis of the lasing eigenvalue problem for the optical modes in a layered dielectric cavity with a quantum well and distributed Bragg reflectors / V.O. Byelobrov and A.I. Nosich // Opt. Quant. Electron. – 2007. – V. 39. – P. 927 – 937.
4. **Barriuso A. G.** Comparing omnidirectional reflection from periodic and quasiperiodic one-dimensional photonic crystals / A.G. Barriuso, J.J. Monzon, and L.L. Sanchez-Soto, A. Felipe // Opt. Express. – 2005. – V. 13, №. 11. – P. 3913 – 3920.
5. **Borulko V. F.** Eigen modes of quasiperiodic layered resonators / V. F. Borulko, D.V. Sidorov // Proc. 7th Int. Symposium on Millimeter and Submillimeter Waves. – 2010.
6. **Agranovich M. S.** Generalized Method of Eigenoscillations in Diffraction Theory / M.S. Agranovich, B.Z. Katsenelenbaum, A.N. Sivov, N.N. Voitovich – Berlin, VCH Verlag Berlin GmbH, 1999. – 377 p.
7. **Фельдштейн А. Л.** Справочник по элементам волноводной техники / А. Л. Фельдштейн, Л. Р. Явич, В. П. Смирнов – М., 1967. – 652 с.

Надійшла до редколегії 13.06.2011