

## ФІЛОСОФІЯ НАУКИ

УДК 510. 31

**В. А. Панфилов**

*Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара*

### **СТРУКТУРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПРЕДМЕТНОСТИ В ИНТЕГРАЦИИ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЙ ФИЛОСОФСКОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ**

**Рассмотрены категориальные пары: содержание – форма, смысл – образ, знак – символ и другие, реализующие структуры математической предметности во взаимном влиянии философского и математического мышления или (по)знания через философию математики.**

*Ключевые слова:* основания философии и математики, математические предметы, философия математики.

**Розглянуто категоріальні пари: зміст – форма, смисл – образ, знак – символ та інші, які реалізують структури математичної предметності у взаємному впливі філософського і математичного мислення або (пі)знання через філософію математики.**

*Ключові слова:* підвалини філософії та математики, математичні предмети, філософія математики.

**Discussed categorial couples: content – the form, the meaning – the image, the sign – a symbol, etc. that implement the structure of mathematical objectivity in mutual influence of the philosophical and mathematical thinking, or knowledge through the philosophy of mathematics.**

*Key words:* foundation of philosophy and mathematics, mathematical objects, philosophy of mathematics

Существует внутренняя (от математики) и внешняя (от метафизики) философия математики (науки). Связано это с тем, что возникновение и решение философских вопросов математики происходит в ходе собственно философских и математических исследований, некоторые аспекты которых невозможно правильно поставить и интерпретировать без философии математики как раздела метафизики науки. Так, например, проблема истины не может быть понята и решена без уяснения природы математической и научной истины. Поэтому внутринаучная, метафизическая или имманентная рефлексия предметности математического знания имеет несколько наиболее интересных с точки зрения структуры взаимодействия оснований философии и математики аспектов рассмотрения.

Начнем с роли символических и знаковых форм в надежности и достоверности математических конструкций. Представитель интуиционистской философии математики Г. Вейль полагает, что «благодаря систематическому символизму содержание математики действительно может быть изложено целиком без слов, в одних только формулах. Математическое мышление обретает тем самым наивысшую надежность и размах» [3, с. 63]. Нераздельность символического смысла и знаковой оформленности образа математического мышления выражается в един-

стве содержательной и формальной предметности математического знания. Внутритеоретическое осознание предметности математического мышления как содержательной формы (строгость) и оформленного содержания (точность) любого математического понятия и операции, абстракции и приема характеризует сущностную интеграцию оснований философии и математики как проникновение диалектики содержания и формы в саморефлексию математики как знания и познания.

Имманентный подход к формально-содержательной предметности математического знания проводит выдающийся математик А. Д. Александров. «Форм и отношений вне содержания не существует, математические формы не могут быть абсолютно безразличными к содержанию. Стало быть, математика, по самой своей сущности стремящаяся осуществить такое отделение, стремится осуществить невозможное. Это и есть коренное противоречие в самой сущности математики» [1, с. 70]. Отмеченная невозможность избавиться от содержания при формализации таит возможность интерпретации математического знания как формально-аксиоматического, символически-доказательного. Последовательное проведение такой точки зрения демонстрирует А. Пуанкаре (представитель конвенционализма в философии науки, математики, физики и механики), который предметную определенность математического мышления раскрывает через гносеологическую оппозицию содержания и формы, символизма и операциональности. «Математики изучают не предметы, а лишь отношения между ними; поэтому для них безразлично, будут ли одни предметы замещены другими, лишь бы не менялись отношения. Для них не важно материальное содержание; их интересует только форма. Кто забудет это, тот не поймет, что Дедекин под именем несоизмеримого числа разумеет простой символ, т. е. нечто, совершенно отличное от представления, которое создают себе обыкновенно относительно величины, считая ее измеряемой, почти осязаемой» [7, с. 23].

Формально-символическая отвлеченность математического знания, известная еще Аристотелю, совершенно противопоставляется содержательно-материальному статусу и генезису математических абстракций. Объяснить это можно тем, что здесь внутритеоретическая рефлексия математической предметности обращена на внешнее отношение математики с другими науками. Сравнение математической содержательности с содержательностью физического знания фиксирует статус математического мышления как большую формальную отвлеченность от содержания, почти предельную, т. е. как бы свободную от содержания.

Формальную структуру предметности математического знания Н. Бурбаки связывают с аксиоматическим методом. «В своей аксиоматической форме математика представляется скоплением абстрактных форм – математических структур» [2, с. 17]. Абстрактные формы математических предметов приобретают знаково-символический характер. Г. Вейль отмечает связь аксиоматичности и систематичности математических формализмов. В математике «можно описать, как производятся формулы, каким образом входящие в них переменные могут быть заменены на формулы, как получают аксиомы, можно, наконец, дать правила силлогизма, последовательным применением которых, начиная с аксиом, получают из одних «правильных» формул другие «правильные» формулы. При этом описание строения некоторой формулы неизбежно имеет характер совершенной индукции: новая формула возникает путем присоединения символа операции (или квантора) к одной или нескольким, смотря по обстоятельствам, уже готовым формулам. Именно в этом выражается специфическая систематика математической символики, благодаря которой и не следует пугаться столь высокой сложности математических формул» [3, с. 63]. Систематический символизм математических формул как уяснение формальной предметности математического мышления, кроме корреляции понимания правильно построенных формул и аксиомати-

ческих конструкций с абстрактными структурами, основывается еще и на конвенциональном понимании математической истинности А. Пуанкаре.

Дело в том, что концепция интуитивной истинности символизма при построении собственно математической непрерывности как непрерывности второго рода, порядка подтверждает конвенционализм. «В итоге можно сказать, что разум обладает способностью создавать символы; благодаря этой способности он построил математическую непрерывность, которая представляет собой только особую систему символов. Его могущество ограничено лишь необходимостью избегать противоречия; однако разум пользуется своей силой исключительно в том случае, когда опыт доставляет ему основание» [7, с. 27]. Как видим, систематический формализм – это одна из особенностей формально-содержательной предметности математики, в которой интегрируются основания философии и математики в диалектической рефлексии строгости и точности математического мышления. Отметим еще, что одной из черт философской рефлексии математики у Пуанкаре, при всем его конвенционализме, является понимание истинности математических положений как непротиворечивости, относительной доопытности как независимости, но не изолированности от опыта.

Непротиворечивость символизма и операциональности, формы и содержания математического понятия непрерывности можно дополнить представлениями Г. Вейля. «Рассматривая готовую комбинацию знаков, можно увидеть, является ли она формулой. Но остается непредсказуемым, какая формула окажется правильной в игре доказательства: мы не обладаем истиной, она должна получаться от случая к случаю в результате наших действий. Дело в том, что в силлогизме из двух формул выводится третья, более короткая, чем формулы посылок, в результате в процессе доказательства расширение и сжатие формул чередуются ... Противоречие возникло бы в том случае, если бы одно доказательство привело бы к формуле, а другое к ее отрицанию» [3, с. 64]. Пуанкаре и Вейль исходят из одной метафизической установки диалектической рефлексии математики, которая соединяет систематический символизм и формальную непротиворечивость математических знаний. Смысл установки относительно понимания формально-содержательной предметности математического знания в том, что систематический символизм (знаковая оформленность содержания – точность – и содержательность формы – строгость) и непротиворечивость как формальная, так и содержательная (логическое недопущение внутритеоретических противоречий выведения как формы математической истинности) раскрывают единство предмета и метода математического мышления. Проведение этой установки в саморефлексии математики представляется одной из форм взаимодействия оснований философии и математики.

\*\*\*

Другой аспект рассмотрения структуры интеграции теоретических оснований философии и математики выступает в соотнесенности формальной содержательности и общей частности структуры предметной определенности математического мышления. Саморефлексивная природа математической предметности в работе Г. Гроссмана «Чистая математика и учение о протяженности» завершается следующим положением. «Формальные науки рассматривают или *общие* законы мышления, или то *частное*, что полагается мышлением. Первым занимается диалектика (логика), вторым – чистая математика. Таким образом, противоположность между общим и частным обуславливает собою деление формальных наук на диалектику и математику. Первая – философская наука, разыскивающая единство во всяком мышлении; математика же направлена в противоположную сторону, ибо она разыскивает все то, что является объектом мышления, как частное» [4, с. 66]. Взаимодействие философии и математики неизбежно потому, что существует не только их формальное единство как однородных наук, изучающих

предметные формы мысли, но и различная предметная ориентация относительно общего содержания и частных форм.

Окончательный вывод, к которому приходит Г. Гроссман, фиксирует связь онтологической формальности и частности в осмыслении предметности математического знания. «Чистая математика есть наука о *частном* бытии, как таком бытии, которое образовалось, *стало* благодаря мышлению. Частное бытие, понимаемое в этом смысле, мы называем формой мысли или просто формой. Поэтому чистая математика есть *учение о формах*» [4, с. 66]. Представление о математике как учении о чистых, частных формах конечно же ограничено, но нас здесь интересует, как в этой односторонности понимания предметности математического мышления происходит интеграция оснований философского и математического знания. Речь идет о том, что из концептуальных инвариантов – форма и содержание, общее и частное – одни параметры приписываются диалектике, а другие математике. Саморефлексия математической предметности, таким образом, представляется проникновением метафизической установки через категориальный инвариант. Заметим, что для этого взаимодействия наук необходимы как философская установка и математический материал, так и философские вопросы математики, через которые и осуществляется либо внешнее, либо имманентное рефлексирование математического мышления.

Предложенная дефиниция математики дана в русле платонистского понимания природы математики и является предпосылкой современного формализма в основаниях математики. Нетривиальность подхода Гроссмана заключается в том, что математика и диалектика полагаются чисто формальными, относящимися исключительно к теоретическому мышлению. Различная предметная ориентация философии, направленной на общее единство форм и законов мышления, и математики, разыскивающей частные формы ставшего бытия, мысленных конструкций, идеализаций сознания, обнажает возможность их взаимодействия, необходимость которого кроется в общей формальной отвлеченности от содержания этих наук. Сходство по формальной природе и различие по степени общности предметной направленности образуют источник взаимного влияния диалектической философии и математики.

Своеобразный подход к пониманию интеграции оснований философии и математики демонстрирует Г. Вейль, который исходит из различия, с одной стороны, познания в философии математики как деятельности естественнонаучной и математической и, с другой стороны, осмысления философии математики как практики философского мышления. Взаимодействие видится в том, что познавательная деятельность математика неотделима от оценочно-осмысливающей практики философа и, кроме того, философствование неотрывно от рефлексии математики, хотя осознание этого может и отсутствовать. Здесь имеет место превращенная форма тех представлений о взаимодействии наук, которые сложились в новое время. Речь идет о том, что Ньютон и другие исследователи высказывали мысль о подчинении явлений природы законам математики. «Итак, геометрия основывается на механической практике и есть не что иное, как та часть *общей механики* (учения о природе. – В. П.), в которой излагается и доказывается искусство точного измерения. Но так как в ремеслах и производствах приходится по большей части иметь дело с движением тел, то обыкновенно все касающееся лишь величины относят к геометрии, все же касающееся движения к механике» [5, с. 194]. Концепция заданности явлений природы законами динамики и аксиомами геометрии, раскрытие которых является чтением второй боговдохновенной Книги Природы, записанной математическими письменами, в какой-то мере объясняет технократизм и возможность рационального переустройства человеческого общества, реализованную в социальных и научных революциях. Взаимодействие здесь понимается как однозначная заданность результата в предпо-

сылках. Вейлевская позиция противопоставления познания и осмысления является реакцией на ньютоновскую, но опять же односторонней, в которой взаимодействие рассматривается как непосредственное влияние философии на математику или наоборот. Более правильным является такое понимание взаимодействия метафизики и математики, которое исходит из многослойности и неоднозначности, т. е. опосредованности взаимного влияния оснований как философии, так и математики.

Переплетенность диалектики общего и частного, форм и содержания в уяснении предметности математического знания характеризует многогранную противоречивость диалектической саморефлексии математического мышления [см. и ср. 6].

\*\*\*

Неоднозначность взаимодействия основ философии и математики подчеркивает А. Пуанкаре в рассуждении о связи формализации и обоснования математики. «Математические науки, как говорят, арифметизировались. Но можно ли думать, что эти науки достигли абсолютной строгости, ничем со своей стороны не жертвуя? Ничуть, то, что они выиграли в строгости, они потеряли в объективности. Они приобрели совершенную чистоту, удаляясь от реальности. Теперь можно свободно обозреть всю область математического знания, которая раньше была усеяна преградами, но эти преграды не исчезли. Они были лишь перенесены на границу; и если мы хотим перейти эту границу, вступить в область практики, то мы должны снова преодолеть эти препятствия. Прежде мы обладали лишь неясными понятиями, составленными из несвязанных элементов, из которых одни были априорны, другие вытекали из более или менее уясненного опыта; мы думали, что главные их свойства узнаны интуитивным путем. Теперь эмпирические элементы отвергаются и сохраняются лишь элементы априорные, для определения берется одно из свойств, все другие выводятся из него путем строгого рассуждения. Это хорошо, но остается еще доказать, что свойства, ставшие определениями, принадлежат действительно тем реальным объектам, с которыми нас познакомил опыт и из которых мы вывели раньше наше ясное интуитивное понятие» [7, с. 357].

Нам предлагается схема становления математического мышления, предметность которого раскрывается в переходах двух видов. Во-первых, от опыта к чистым формам математических абстракций, и во-вторых, от определений и теорем к опыту. Причем построенная и математически обоснованная теоретическая модель реальности может оказаться совершенно неприменимой к опыту. Речь идет о том, что невозможна формализация без границ и математизация без предела. Априорные формы математических конструкций должны быть не только теоретически достоверны и логически непротиворечивы, но и содержательно корректны, эмпирически эффективны. Только в таком взаимном дополнении теории и практики возможно реальное математическое творчество. Математическое мышление двойится между чистотой форм и опытностью содержания. Математические знания приобретают знаковую осмысленность и содержательную предметность только в проекции на теоретически и практически осваиваемый и изменяемый мир.

Связь внешней знаковой формы и операциональной формализованности математического знания обусловлена тем, что внешняя отвлеченность от содержания соединяется с логической оговоренностью каждого шага в рассуждении. Причем такая формальность начала и хода математического доказательства или исследования возможна только потому, что оно относится к количественной природе математических предметов и их отношений, т. е. самому простому (сравнительно) в реальной действительности. Такая переплетенность предметности и природы математического мышления не случайна. Она обусловлена единством математических знаний.

Предметность математического знания во внутринаучной рефлексии зависит не только от того, какой объект – количество – в какой форме – знаковой и сим-

волической – оно отражает, но и от того, зачем эти количественные отношения сформированы, для решения какой задачи. Аксиоматико-дедуктивная заданность предметности математических наук является тем фактором, который определяет единство предмета и метода, генезиса и статуса математического мышления во всех его формах и способах проявления.

Структуризация внутринаучной рефлексии предмета математического мышления возможна по нескольким направлениям. Можно выделить типы предметности математических объектов в зависимости от степени общности концептуальной реконструкции действительности.

На самом общем уровне реконструкции предметной формой математического знания вообще является количество. Когда реконструкция осуществляется на особенном уровне конкретной математической науки – арифметики, предметом исследования выступает число, переменная, множество. На частном уровне теории функций комплексного переменного «заместителем» количественных объектов представляются комплексные числа, величины и т. д.

Такое внутритеоретическое уяснение предметности математического знания в ходе конкретизации объекта исследования знания, науки, теории можно дополнить сопоставлением с диалектической рефлексией числа как первоосновы бытия у пифагорейцев, эйдетически-рассудочного образа середины между истиной и мнением у Платона, формальной отвлеченности у Аристотеля. При этом оказывается, если во внутритеоретической рефлексии мы погружаемся в сущность более высокого порядка, то гносеологическая рефлексия вычленяет взаимодополнительные аспекты сущности числа. В обоих случаях имеет место интеграция теоретических оснований философии и математики.

В структуре математической предметности можно выделить несколько слоев репрезентации – онтологическую схему количества, которая отражает бытие и познание и изучается в философии. Модели количества как предмет изучения основных математических направлений, то ли исторических – элементарная и высшая математика, то ли теоретических – дискретная и континуальная, конечная и бесконечная математика. Частные предметы конкретных математических наук – число, функционал, категория, представляющие специфические черты модели количественных отношений и форм. Первый слой рефлексии фиксирует связь между математическим знанием и объектами реальности. Второй и третий слои ориентированы на идеализированное видение количества, предметность которого может быть соотнесена с реальным миром только через физическую или какую-либо иную интерпретацию.

Концептуализация предметности математического знания с помощью категорий «форма и содержание», «знак и символ», «смысл и образ» может быть либо экзистенциальной, либо конструктивной. Г. Вейль подчеркивает, что в современной математике открылись два пути: «брауэровский интуиционизм, который ограничивается наглядно очевидными высказываниями (основанными на математической праинтуиции) и не превращает открытый в бесконечность ряд натуральных чисел в замкнутую область существующих самих по себе элементов, и гильбертовский формализм, в котором высказывания заменены лишенными смысла формулами, и поэтому применение кванторов ограничивается лишь заботой о том, чтобы не возникало никаких противоречий. В результате такого переосмысления, в котором истинность отдельного математического положения не принимается во внимание, а значение придается только непротиворечивости системы, Гильберт предложил проект спасения классической математики в полном объеме» [3, с. 64]. Отвлекаясь от проблематики актуальной или потенциальной осуществимости математических абстракций бесконечности, остановимся на выразимости математических понятий.

Знаково-символическая форма предметов математического мышления определяется тем, что математические понятия и операции, функции и процедуры

имеют смысл и образ, или, иначе говоря, смысловую сущность и образное выражение. Знак математической абстракции или действия представляет собой обнаружение образного смысла объекта или приема. Знаковая сторона предметности математического мышления связана с ориентацией на внешнее выражение смысла в обозначении. Единство смысла и образа в знаке оформляется в виде чувственного выражения. Символическая сторона формы математических понятий или процедур подчеркивает направленность рефлексии на внутреннее содержание единства смысла и образа. Смысло-образ числа или фигуры, сложения или дифференцирования в рациональном уяснении сущности математической предметности выступает как символ.

Интеграция оснований философии и математики в структуре предметности математического знания осуществляется через категориальные инварианты «форма и содержание», «формализация и символизация», «образ и смысл», «знак и символ» и иные. Такие парные категории в философской рефлексии структуры математической предметности как «содержание – форма», «символ – знак», «смысл – образ» в переходе от частных экспериментов к общим теориям воспроизводят познавательную деятельность, а в переходе от общих теоретических концепций к частным эмпирическим выводам реализуют приближение к практической деятельности по преобразованию действительности. Эти циклы в развитии науки и математики могут повторяться многократно.

#### Библиографические ссылки

1. Александров А. Л. Общий взгляд на математику / А. Л. Александров // Математика, ее содержание, методы и значение. Т.1. – М., 1956.
2. Бурбаки Н. Архитектура математики / Н. Бурбаки. – М., 1972.
3. Вейль Г. Математическое мышление / Г. Вейль. – М., 1989.
4. Гроссман Г. Чистая математика и учение о протяженности / Г. Гроссман // Новые идеи в математике. Сб. I. – СПб, 1913.
5. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / И. Ньютон. – М., 1989.
6. Панфилов В. А. Взаимодействие философии и математики : генезис и структура : автореф. дис. ... д-ра. филос. наук. К., 1992.
7. Пуанкаре А. О науке / А. Пуанкаре. – М., 1985.

*Надійшла до редколегії 14.11.2012*

УДК 577.4; 130.1

**\*И. Ю. Костюков, \*\*В. А. Панфилов**

*\* Институт транспортных систем и технологий НАН Украины*

*\*\* Днепропетровский филиал ЦГО НАН Украины*

#### **РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОГЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАК ОСНОВА ФИЛОСОФСКИХ КОНЦЕПЦИЙ ПРЕОДОЛЕНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО КРИЗИСА**

**Рассматриваются экологические проблемы современного этапа развития цивилизации и анализируется степень философского осмысления и разработанности способов преодоления кризиса экологии.**

*Ключевые слова:* экологический кризис, взаимодействие общества и природы, экологический императив, модель развития.