УДК 9 -55:681.515

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ВЫХОДЕ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ ИДЕНТИЧНЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ ФУНКЦИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ С УВЕЛИЧЕННЫМ НАКЛОНОМ И ТРЕМЯ ТЕРМАМИ

В.И. Гостев, В.А. Неволько, В.И. Кащук
Государственный университет
информационно-комуникационных технологий
03110, Киев, ул. Соломенская, 7

Получены аналитические выражения для управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при идентичных треугольных функциях принадлежности с увеличенным наклоном и тремя термами

В данной работе рассмотрим нечеткий регулятор, структурная схема которого подробно описана в [1]. На вход регулятора поступают ошибка системы θ, скорость изменения (первая производная) ошибки $\dot{\theta}$, ускорение (вторая производная) ошибки $\ddot{\theta}$.

На универсальном множестве $U=[0,1]$ заданы три нечетких подмножества, функции принадлежностей (ФП) которых для каждой лингвистической величины определяются по формулам:

$$\mu_1(u)=\begin{cases}\dfrac{1-a-u}{1-a}, & 0\le u\le 1-a;\\ 0, & 1-a\le u\le 1;\end{cases}\qquad \mu_2(u)=\begin{cases}0, & 0\le u\le a;\\ \dfrac{u-a}{1-a}, & a\le u\le 1;\end{cases}$$

$$\mu_3(u)=\begin{cases}\dfrac{2(u-a)}{1-2a}, & a\le u\le 1/2;\\ \dfrac{2(1-a-u)}{1-2a}, & 1/2\le u\le 1-a;\\ 0, & 0\le u\le a \text{ и } 1-a\le u\le 1.\end{cases}\qquad(1)$$

При поступлении на нечеткий регулятор в какой-то момент времени значений входных переменных θ^*, $\dot{\theta}^*$ и $\ddot{\theta}^*$ с шагом квантования h осуществляется пересчет входных переменных в переменные u_1^*, u_2^*, u_3^* на универсальном множестве $U=[0,1]$ и расчет значений ФП для этих переменных (см. рис.1). Точками на универсальном множестве отмечены возможные для какого-то момента времени значения переменных u_1^*, u_2^*, u_3^*

Для упрощения нормировки (пересчета значений сигналов в значения элементов единого универсального множества) диапазоны изменения входных и выходного сигналов (параметров нечеткого регулятора) принимаем симметричными:

$$\theta_{\max}=-\theta_{\min};\ \dot{\theta}_{\max}=-\dot{\theta}_{\min};\ \ddot{\theta}_{\max}=-\ddot{\theta}_{\min};\ m_{\max}=-m_{\min}.$$

Тогда формулы для нормировки (пересчета) принимают вид

$$\left.\begin{aligned} u_1^*&=-(\theta^*-\theta_{\min})/(2\theta_{\min});\\ u_2^*&=-(\dot{\theta}^*-\dot{\theta}_{\min})/(2\dot{\theta}_{\min});\\ u_3^*&=-(\ddot{\theta}^*-\ddot{\theta}_{\min})/(2\ddot{\theta}_{\min}).\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Лингвистическое правило управления нечеткого регулятора формулируется в виде:

Если $(\theta^* = a_1^j)$ ***и*** $(\dot\theta^* = a_2^j)$ ***и*** $(\ddot\theta^* = a_3^j)$, ***то*** $(m^* = a_c^j)$, $j=\overline{1,2}$, ***(3)***

где a_1^j, a_2^j и a_3^j - лингвистические оценки ошибки, первой производной ошибки и второй производной ошибки, рассматриваемые как нечеткие терм-множества, определенные на универсальном множестве, $j=\overline{1,2}$; a_c^j - лингвистические оценки управляющего воздействия на объект, выбираемые из терм-множества переменной ***m.*** Лингвистические оценки выбираются из терм-множеств лингвистических переменных θ^*, $\dot\theta^*$, $\ddot\theta^*$ и m^*:

$a_i^j \in \{$*отрицательная* (1), *положительная* (2), *близкая к нулю – нулевая* (3)

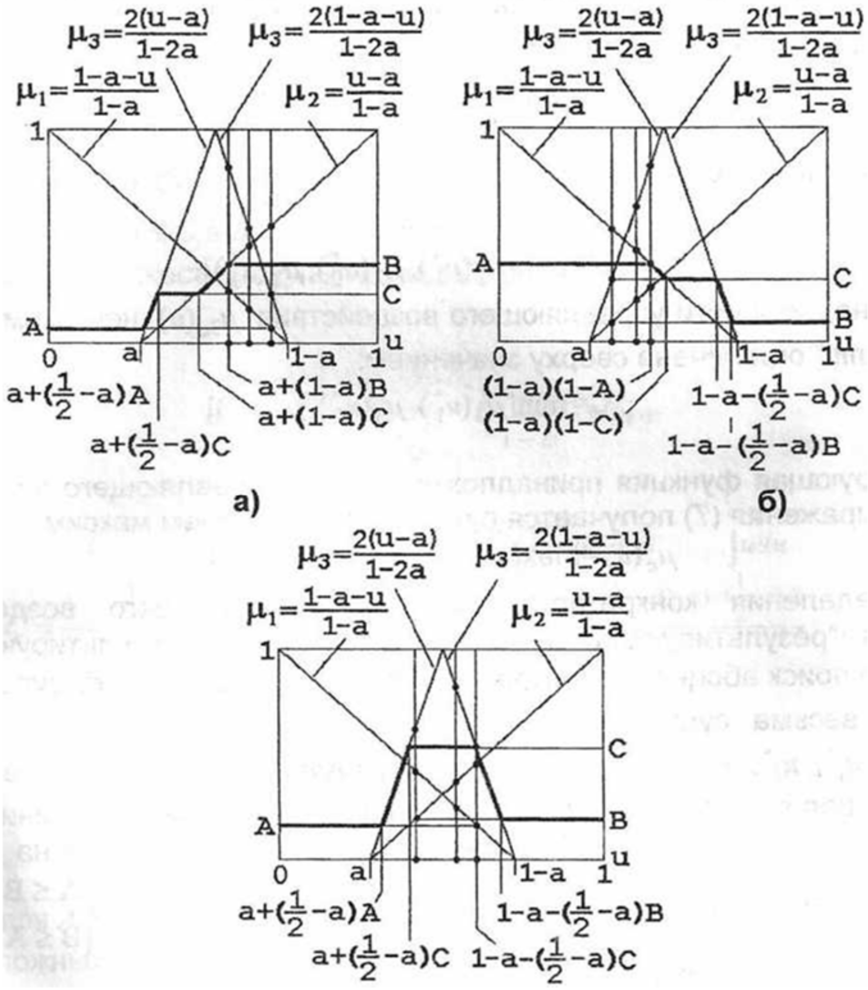

Рис. 1

Другими словами, все сигналы (определенные выше лингвистические переменные) характеризуются как отрицательные (j=1), положительные (j=2) или близкие к нулю (j=**3**).

Функция принадлежности управляющего воздействия нечеткому множеству “отрицательная” определяется из системы нечетких логических уравнений (алгоритм Мамдани):

$$\mu_{1c}(u) = \mu_1(u_1) \wedge \mu_1(u_2) \wedge \mu_1(u_3) \,. \qquad (4)$$

Функция принадлежности управляющего воздействия нечеткому множеству “положительная” определяется из системы нечетких логических уравнений:

$$\mu_{2c}(u) = \mu_2(u_1) \wedge \mu_2(u_2) \wedge \mu_2(u_3). \tag{5}$$

Функция принадлежности управляющего воздействия нечеткому множеству “близкая к нулю” определяется из системы нечетких логических уравнений:

$$\mu_{3c}(u) = \mu_3(u_1) \wedge \mu_3(u_2) \wedge \mu_3(u_3). \tag{6}$$

Результирующая функция принадлежности для управляющего воздействия в соответствии с рабочим правилом НР записывается в виде

$$\mu_c(u) = \mu_{1c}(u) \vee \mu_{2c}(u) \vee \mu_{3c}(u) \tag{7}$$

В выражениях (4)-(7) $\wedge$ - логическое ***и***, $\vee$ - логическое ***или.***

В соответствии с лингвистическими правилами управления функция принадлежности управляющего воздействия $\mu_{1c}(u)$ нечеткому множеству “отрицательная” ограничена сверху значением:

$$\text{A} = \min[\mu_1(u_1^*), \mu_1(u_2^*), \mu_1(u_3^*)], \tag{8}$$

функция принадлежности управляющего воздействия $\mu_{2c}(u)$ нечеткому множеству “положительная” ограничена сверху значением:

$$\text{B} = \min[\mu_2(u_1^*), \mu_2(u_2^*), \mu_2(u_3^*)]. \tag{9}$$

функция принадлежности управляющего воздействия $\mu_{3c}(u)$ нечеткому множеству “близкая к нулю” ограничена сверху значением:

$$\text{C} = \min[\mu_3(u_1^*), \mu_3(u_2^*), \mu_3(u_3^*)] \tag{10}$$

Результирующая функция принадлежности для управляющего воздействия на основании выражения (7) получается путем формированием максимума

$$\mu_c(u) = \max[\mu_{1c}(u), \mu_{2c}(u), \mu_{3c}(u)]. \tag{11}$$

Для определения конкретного значения управляющего воздействия m^* формируется “результирующая фигура”, ограниченная результирующей ФП и производится поиск абсциссы “центра тяжести результирующей фигуры“ u_c.

Отметим весьма существенный факт. Какие бы значения не принимали переменные u_1^*, u_2^*, u_3^* на универсальном множестве $U = [0,1]$ в зависимости от соотношений величин A, B и C “результирующая фигура” может принимать только три конфигурации: при $\text{A} \le C \le \text{B}$ первая конфигурация показана на рис.1,а; при $\text{A} \ge C \ge \text{B}$

A > C > B вторая конфигурация показана на рис. 1,6,б; при $\begin{cases} \text{A} \le \text{B} \le \text{C} \\ \text{B} \le \text{A} \le \text{C} \end{cases}$ третья конфигурация показана на рис.1,в.

Общая формула для определения абсциссы “центра тяжести результирующей фигуры“ записывается в виде:

$$u_c = \frac{\int_0^1 u\mu(u)du}{\int_0^1 \mu(u)du}. \tag{12}$$

Абсцисса "центра тяжести результирующей фигуры" при $A \le C \le B$ определяется по формуле

$$u_c = \frac{A\int\limits_0^{a+(\frac{1}{2}-a)A} u\,du + 2\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)A}^{a+(\frac{1}{2}-a)C} \frac{(u-a)}{1-2a}u\,du + C\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)C}^{a+(1-a)C} u\,du + \int\limits_{a+(1-a)C}^{a+(1-a)B} \frac{u-a}{1-a}u\,du + B\int\limits_{a+(1-a)B}^{1} u\,du}{A\int\limits_0^{a+(\frac{1}{2}-a)A} du + 2\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)A}^{a+(\frac{1}{2}-a)C} \frac{(u-a)}{1-2a}du + C\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)C}^{a+(1-a)C} du + \int\limits_{a+(1-a)C}^{a+(1-a)B} \frac{u-a}{1-a}du + B\int\limits_{a+(1-a)B}^{1} du} \qquad (13)$$

їдѐ $A \le C \le B$.

После несложных вычислений находим:

$$u_c = \frac{\frac{B}{2} + \frac{a^2}{2}(A-B) + (\frac{a}{4} - \frac{a^2}{2})A^2 - (\frac{a}{2} - \frac{a^2}{2})B^2 + \frac{a}{4}C^2 + \frac{1}{6}[(\frac{1}{2}-a)^2A^3 - (1-a)^2B^3 + (\frac{3}{4}-a)C^3]}{B + a(A-B) + (\frac{1}{4} - \frac{a}{2})A^2 + (\frac{a}{2} - \frac{1}{2})B^2 + \frac{1}{4}C^2} \qquad (14)$$

при $A \le C \le B$.

Абсцисса "центра тяжести результирующей фигуры" при $A \ge C \ge B$ определяется по

формуле

$$u_c = \frac{A\int\limits_0^{(1-a)(1-A)} u\,du + \int\limits_{(1-a)(1-A)}^{(1-a)(1-C)} \frac{1-a-u}{1-a}u\,du + C\int\limits_{(1-a)(1-C)}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C} u\,du + 2\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B} \frac{1-a-u}{1-2a}u\,du + B\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B}^{1} u\,du}{A\int\limits_0^{(1-a)(1-A)} du + \int\limits_{(1-a)(1-A)}^{(1-a)(1-C)} \frac{1-a-u}{1-a}du + C\int\limits_{(1-a)(1-C)}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C} du + 2\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B} \frac{1-a-u}{1-2a}du + B\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B}^{1} du} \qquad (15)$$

при $A \ge C \ge B$.

После несложных вычислений находим:

$$u_c = \frac{\frac{A}{2} + (a - \frac{a^2}{2})(B-A) - \frac{1}{2}(1-a)^2A^2 + (\frac{1}{4} - \frac{3a}{4} + \frac{a^2}{2})B^2 + \frac{1}{4}(1-a)C^2 + \frac{1}{6}[(1-a)^2A^3 - (\frac{1}{2}-a)^2B^3 - (\frac{3}{4}-a)C^3]}{A + a(B-A) + (\frac{1}{4} - \frac{a}{2})B^2 + (\frac{a}{2} - \frac{1}{2})A^2 + \frac{1}{4}C^2} \qquad (16)$$

їдѐ $A \ge C \ge B$.

Абсцисса "центра тяжести результирующей фигуры при $\begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases}$

определяется по формуле

$$u_c = \frac{A\int\limits_0^{a+(\frac{1}{2}-a)A} udu + 2\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)A}^{a+(\frac{1}{2}-a)C} \frac{(u-a)}{1-2a}udu + C\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)C}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C} udu + \int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B} \frac{u-a}{1-a}udu + B\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B}^{1} udu}{A\int\limits_0^{a+(\frac{1}{2}-a)A} du + 2\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)A}^{a+(\frac{1}{2}-a)C} \frac{(u-a)}{1-2a}du + C\int\limits_{a+(\frac{1}{2}-a)C}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C} du + 2\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)C}^{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B} \frac{1-a-u}{1-2a}du + B\int\limits_{(1-a)-(\frac{1}{2}-a)B}^{1} du}$$

ïðè $\begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases}$.

(17)

После несложных вычислений находим:

$$u_c = \frac{\frac{a^2}{2}A + (a - \frac{a^2}{2})B + (\frac{1}{2} - a)C + (\frac{a}{4} - \frac{a^2}{2})A^2 + + (\frac{1}{4} - \frac{3a}{4} + \frac{a^2}{2})B^2 - (\frac{1}{4} - \frac{a}{2})C^2 + \frac{1}{6}(\frac{1}{2} - a)^2(A^3 - B^3)}{C + a(A + B - 2C) + (\frac{1}{4} - \frac{a}{2})(A^2 + B^2 - 2C^2)} \quad (18)$$

при $\begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases}$.

Полученное значение u_c затем преобразуется в значение управляющего воздействия на объект управления

$$m^* = m_{\min}(1 - 2u_c). \quad (19)$$

В качестве примера приведем следующие результаты расчетов.

При A=0,1, B=0,4 , a=0,25, C=0,3 получаем u_c =0,616. -

При A=0,4, B=0,1, a=0,25, C=0,3 получаем u_c =0,384.

При A=0,1, B=0,2 , a =0,25, C=0,3 получаем u_c =0,549.

При A=0,2, B=0,1, a=0,25, C=0,3 получаем u_c =0,451.

Отметим, что при фиксированных A, B и a величина C имеет строго определенное значение. Если $A \le B$, то величина C определяется из следующих соотношений:

$$\mu_1 = \frac{1-a-u^*}{1-a} = A; \; u^* = (1-a)(1-A);$$

$$\mu_3 = C = \frac{2(1-a-u^*)}{1-2a} = \frac{2(1-a)A}{1-2a}.$$

Если $A \ge B$, то величина C определяется из следующих соотношений:

$$\mu_2 = \frac{u^*-a}{1-a} = B; \; u^* = a + (1\text{-}a)B; \;\; \mu_3 = C = \frac{2(u^*-a)}{1-2a} = \frac{2(1-a)B}{1-2a}.$$

Литература

[1] Гостев В. И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. - К.: Издательство “Радіоаматор”, 2005.-708 с.