

УДК 681.372.826

## ОБМЕЖЕННЯ ПРИ СТВОРЕННІ СОЛІТОННИХ ЛІНІЙ ЗВ'ЯЗКУ

**Власов О. М., Бондаренко О.В.**

*(Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій)*

У роботі обговорюється аналіз солітонного режиму поширення оптичних імпульсів, з врахуванням втрат у світловоді та існування частотної модуляції в первісному імпульсі, за допомогою модифікації нелінійного рівняння Шредінгера і його розв'язання методом оберненої задачі розсіювання.

**Вступ.** Роботу високошвидкісних ліній зв'язку, звичайно, обмежено впливом дисперсії групових швидкостей, через який імпульс уширюється, втрачаючи енергію в бітовому проміжку. Оскільки солітони можуть зберігати свою форму завдяки балансові між нелінійними й дисперсійними ефектами, їхнє використання могло б поліпшити роботу таких систем зв'язку. Хоча використовувати солітони для оптичного зв'язку було запропоновано ще в 1973 р. [1], тільки після експериментального спостереження оптичних солітонів у 1980 р. [2] ця ідея привернула широку увагу. Однак, перш ніж створювати солітонні лінії зв'язку, необхідно розглянути ефекти, здатні накласти обмеження на конструкцію подібних систем. Найбільш важливими з них є: 1) втрати у світловоді, 2) наявність частотної модуляції в початковому імпульсі.

**Втрати у світловоді.** Оскільки солітон існує завдяки балансові нелінійних і дисперсійних ефектів, для того щоб зберегти солітонні властивості імпульсу, необхідно підтримувати його пікову потужність. Тобто втрати у світловоді шкідливі, тому що через них пікова потужність експоненціально убуває по довжині світловода. У результаті тривалість фундаментального солітону також зростає при поширенні. Для аналізу солітонного режиму поширення використовують нелінійне рівняння Шредінгера [3]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 \cdot A, \quad (1)$$

де  $A(z, t)$  – амплітуда обвідний хвильового пакета;  $\beta_2$  – параметр що характеризує дисперсію групової швидкості;  $\gamma$  – нелінійний коефіцієнт  $\gamma = n_2 \omega_0 / c A_{\text{ef}}$ , пов'язаний з нелінійним показником заломлення ( $n_2$ ) і ефективною площиною моди ( $A_{\text{ef}}$ );

Рівняння (1) не враховує втрат у світловоді. Математично втрати у світловоді можна врахувати, включивши додатковий член, який буде описувати загасання, у рівняння (1), так що воно приймає форму рівняння поширення оптичних імпульсів. Крім того, якщо використати безрозмірну амплітуду  $u(\xi, \tau)$  [4], рівняння (1) прийме вид:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 u}{2 \partial \tau^2} + |u|^2 u = -i \Gamma u, \quad (2)$$

де  $\xi = Z/L_D$  та  $\tau = T/T_0$  нормовані значення довжини і часу;  $L_D$  – дисперсійна довжина ( $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ ),  $T_0$  – тривалість початкового імпульсу;

Параметр  $\Gamma$  можна визначити як:

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2} L_D = \frac{\alpha}{2} \frac{T_0^2}{|\beta_2|}. \quad (3)$$

де  $\alpha$  – оптичні втрати у світловоді.

Рівняння (2) можна вирішити, використовуючи метод оберненої задачі розсіювання (ОЗР), якщо розглядати параметр  $\Gamma$  як мале збурювання [5]. Для початкового імпульсу у формі  $u(0, \tau) = \text{sech}(\tau)$  наближене в першому порядку по  $\Gamma$  рішення має вид [6]:

$$u(\xi, \tau) = u_1 \text{sech}(u_1 \tau) \exp(i\sigma), \quad (4)$$

де 
$$u_1 = \exp(-2\Gamma\xi), \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{1}{8\Gamma} [1 - \exp(-4\Gamma\xi)]. \quad (6)$$

Як і слід очікувати, збурене розв’язання (4) зводиться до незбуреного [4] при  $\Gamma=0$ . Якщо записати  $u_1 \tau$  як  $T/T_1$  і використовувати умову  $\tau = T/T_0$ , то можна одержати вираз для залежності тривалості імпульсу  $T_1$  від довжини світловода:

$$T_1 = T_0 \exp(2\Gamma\xi) = T_0 \exp(\alpha z). \quad (7)$$

Але, не слід очікувати, що експонентне збільшення тривалості фундаментального солітону по  $z$ , має місце для довільно великих відстаней. Це можна побачити, досліджуючи рівняння, що пророкує лінійне збільшення тривалості по  $z$  в тому випадку коли нелінійними ефектами можна знехтувати. Числове рішення рівняння (2) показує, що збурене рішення (4) є досить точним тільки для тих значень  $z$ , для яких виконується умова  $\alpha z \ll 1$ . На рис. 1. зображений коефіцієнт розширення  $T_1/T_0$  як функція від  $\xi$  у випадку, коли фундаментальний солітон збуджений у світловоді з втратами  $\Gamma=0,035$ .

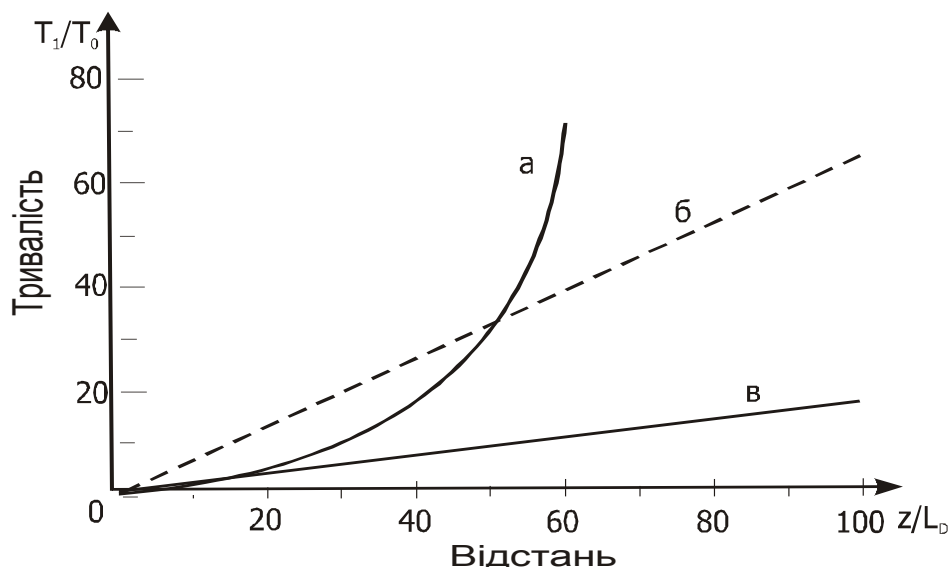


Рис.1.Зміна тривалості фундаментального солітону від відстані  
а) результат за теорією збурень; б) за відсутності нелінійності; в) числове рішення.

Результат теорії збурювань справедливий аж до  $\Gamma\xi \approx 0,7$ . В асимптотиці ( $\xi \gg 1$ ) тривалість імпульсу збільшується пропорційно більш повільно, чим у лінійному середовищі. Схоже поведіння спостерігається й у солітонів вищих порядків. Але, з їхньої тривалістю відбувається декілька коливань, перш ніж вона починає монотонно

рости. Цей факт можна зрозуміти, якщо згадати про періодичність еволюції солітонів вищих порядків.

**Частотна модуляція.** В ідеальній солітонній лінії зв'язку початковий імпульс у світловоді повинний бути без частотної модуляції, мати форму гіперболічного секанса, його пікова потужність повинна бути такою, що порядок солітону який характеризується кількістю полюсів  $N=1$ . На практиці імпульси будуть відрізнятися від ідеального випадку, необхідного для формування фундаментального солітону, тому потрібно визначити припустимий рівень відмінності. Відмінності від точної форми й точного значення енергії були розглянуті в [4] де було показано, що ці ефекти мають мінімальний вплив на формування солітону, поки  $N$  знаходиться в межах 0,5-1,5. Частотна модуляція початкового імпульсу може виявитися шкідливою хоча б тому що, накладаючи на частотну модуляцію, обумовлену фазовою самомодуляцією (ФСМ), вона може порушити точний баланс між дисперсійними й нелінійними ефектами, необхідний для існування солітонів.

Можна досліджувати, як діє початкова частотна модуляція, чисельно вирішуючи нелінійне рівняння Шредингера при початковій амплітуді:

$$u(0, \tau) = N \operatorname{sech}(\tau) \exp(-iC\tau^2 / 2). \quad (8)$$

де  $C$  – параметр частотної модуляції.

Квадратична зміна фази відповідає лінійній частотній модуляції. Для додатних значень  $C$  оптична частота наростає з часом.

На рис. 2. приведена розрахункова динаміка фундаментального солітону ( $N=1$ ) у випадку щодо невеликої частотної модуляції  $C=0,5$ . Спочатку імпульс стискується, головним чином, через додатну частотну модуляцію, початковий стиск відбувається навіть при відсутності нелінійних ефектів. Далі імпульс розширюється, але, зрештою, він стискується другий раз; при цьому за головним піком утвориться другий, менш інтенсивний і поступово віддаляється від основного. Головний пік перетвориться в солітон на відстанях  $\xi > 15$ . Схоже поведіння має місце й для від'ємних значень  $C$ . Передбачається, що солітони формуються при малих значеннях  $|C|$ , оскільки вони звичайно, стабільні до слабких збурювань. Однак солітон може зруйнуватися, якщо  $|C|$  перевищує деяку критичну величину  $C_{кр}$ . У випадку  $N=1$  солітон, зображений на рис. 2., не утвориться, якщо збільшити  $C$  від 0,5 до 2.

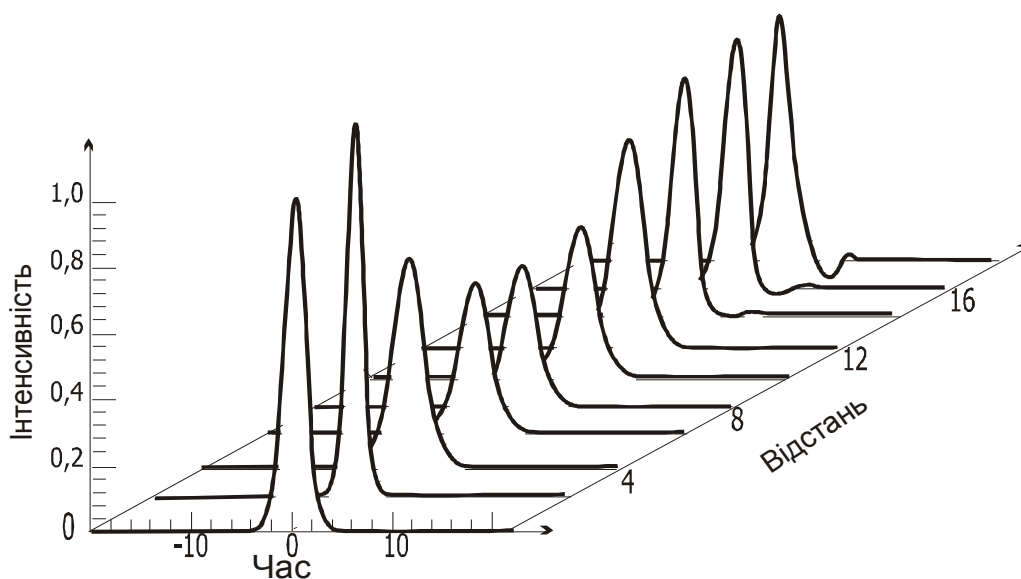


Рис.2. Формування солітону при наявності початкової частотної модуляції

Критичне значення параметра частотної модуляції може бути отримано, якщо скористатися методом ОЗР. У методі ОЗР пряма задача, розсіювання пов'язана з рівнянням Шредингера зводиться до вирішення системи із двох рівнянь і одержання власного значення  $\zeta$ , яке також як, і  $N$  характеризує порядок солітону. Солітони існують доти, поки мнима частина  $\zeta$  позитивна. Критичне значення залежить від  $N$ , виявилось, що у випадку  $N=1$   $C_{кр} \approx 1,64$ . Воно також залежить від виду фазового коефіцієнта в умові (8).

Що ж стосується систем зв'язку, то тут початкову частотну модуляцію варто зменшити, наскільки це можливо. Зробити це необхідно тому, що, хоча частотна модуляція й не приносить шкоди при  $|C| < C_{кр}$ , частина енергії губиться в дисперсійному «хвості» під час формування солітону. Наприклад, тільки 83% початкової енергії перетвориться в солітон у випадку  $C=0,5$  (рис.2.), і ця частка зменшується до 62% при  $C=0,8$ .

**Висновки.** Розглянуто поширення солітонів з урахуванням втрат у світловоді, шляхом включення додаткового члена, який буде описувати загасання, у нелінійне рівняння Шредингера, так що воно приймає форму рівняння поширення оптичних імпульсів. Числові розрахунки рівняння показують що рішення за теорією збурень є досить точним тільки для тих значень  $z$ , для яких виконується умова  $\alpha z \ll 1$ . В асимптотиці ( $\xi \gg 1$ ) тривалість імпульсу збільшується пропорційно більш повільно, чим у лінійному середовищі. У солітонів вищих порядків, з їхньої тривалістю відбувається декілька коливань, перш ніж вона починає монотонно рости, що підтверджує періодичність еволюції солітонів вищих порядків.

Досліджено що частотна модуляція початкового імпульсу може виявитися шкідливою, хоча б тому що, накладаючи на частотну модуляцію, ФСМ, вона може порушити точний баланс між дисперсійними й нелінійними ефектами, необхідний для існування солітонів. Що ж стосується систем зв'язку, то тут початкову частотну модуляцію варто зменшити, наскільки це можливо. Зробити це необхідно тому, що, хоча частотна модуляція й не приносить шкоди при  $|C| < C_{кр}$ , частина енергії губиться в дисперсійному «хвості» під час формування солітону.

### Література

1. Hasegawa A., Tappert F. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers I: anomalous dispersion // Appl. Phys. Lett. – 1973. – 23, № 3. – P. 142–144.
2. Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers // Phys. Rev. Lett. – 1980. – 45, №13. – P. 1095–1098.
3. Захаров В.Е., Шабат А.Б. Метод обратной задачи для солітонів // ЖЭТФ. – 1971. – С.118–132.
4. Власов О.М. Поширення солітонів вищих порядків по волоконних світловодах // Зв'язок. – 2006. – №6. – С. 45–48.