УДК 004.7.052:004.414.2

МОДИФИКАЦИЯ КРИТЕРИЯ ОБОБЩЕННОЙ РАБОТЫ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТЬЮ

Савченко А. С. *(Национальный авиационный университет)*

В работе рассмотрена возможность использования критерия обобщенной работы А.А. Красовского для оптимального управления вычислительной сетью или ее автономным сегментом. Предложена модификация данного функционала на основе информационной функции потерь, которая позволяет значительно упростить нахождение оптимального управление в реальном времени.

Введение и постановка задачи. Основная задача современных вычислительных сетей – передавать разнородный трафик со значительным разбросом параметров и, соответственно, требований к сети с заданным уровнем качества обслуживания.

Решение данной задачи может быть достигнуто двумя основными методами. Первый, наиболее простой, но, в то же время, и наиболее дорогостоящий метод – это наращивание мощностей (использование избыточной ширины полосы пропускания, увеличение количества и быстродействия коммутационного оборудования). Второй метод основан на оптимальном распределении ресурсов уже существующей телекоммуникационной структуры между потребностями всех ее пользователей. Это подразумевает постоянный мониторинг сети, прогнозирование ее состояния и предотвращение сбоев в работе.

Особенно актуальным данный вопрос является для крупных корпоративных сетей, поскольку данный вид подразумевает большое количество и значительную географическую распределенность активного сетевого оборудования и ресурсов. В таком случае постоянное наращивание телекоммуникационных мощностей обойдется значительно дороже, чем эффективное управление ними.

Таким образом, разработка эффективной системы управления вычислительной сетью является актуальной задачей.

Оптимальное по критерию обобщенной работы управление. Для выработки оптимальных управляющих воздействий в процессе функционирования вычислительной сети необходимо в реальном времени решать многомерную задачу оптимального управления.

Использование для этих целей классических функционалов сопряжено с преодолением значительных трудностей. Например, для гетерогенной вычислительной сети с частично наблюдаемым состоянием решение такой задачи с использованием принципа максимума Понтрягина практически недостижимо.

Для решения задачи оптимизации управления вычислительной сетью или ее автономным сегментом как многомерной системой в реальном времени может быть использован так называемый критерий или функционал обобщенной работы (ФОР), предложенный А.А.Красовским [1].

При выборе вида ФОР следует учитывать, что любой реальный процесс обязан удовлетворять многочисленным ограничениям, которые зависят от самой природы процесса, расхода ресурсов и т.д. [2]. Ограничения обычно выражаются в виде областей пространства состояний и пространства управлений $x \in X_э$, $u \in U_э$, где $X_э$, $U_э$ – области, условно именуются эксплуатационными. Для этих целей используют метод функций штрафа. Суть данного метода сводится к введению в функционал (в его последнюю часть) положительной функции (функции потерь), которая мала или равна нулю внутри эксплуатационных областей и быстро нарастает при выходе за их переделы.

Наиболее часто [3] используются следующие функции потерь (ФП) $C(\lambda, s)$, которые показаны на (рис. 1).

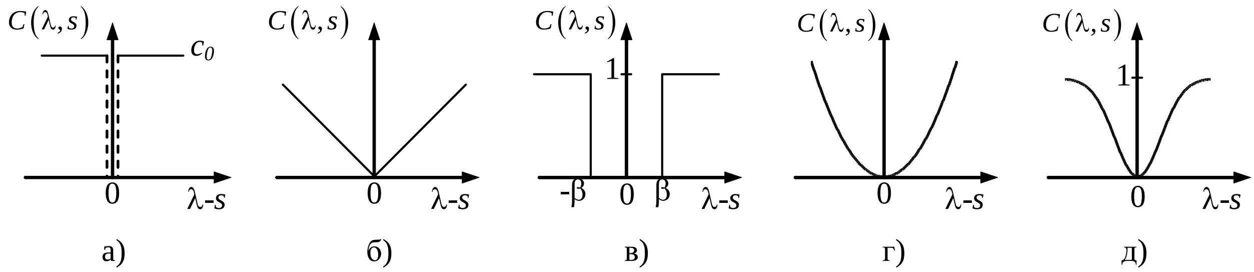

Рис. 1. Функции потерь: а) простая; б) линейная; в) прямоугольная; г) квадратичная; д) Гауссовская (функция потерь с насыщением)

Эти функции описываются следующим образом:

а) простая $c(\lambda,s) = c_0 - \delta(\lambda - s)$, $c_0 > 0$, где $\delta(y)$ – дельта-функция Дирака; (1)

б) «линейная» по модулю $c(\lambda - s) = |\lambda - s|$; (2)

в) прямоугольная $c(\lambda - s) = \begin{cases} 0 \text{ при } |\lambda - s| < \beta,\ \beta > 0, \\ 1 \text{ при } |\lambda - s| \geq \beta; \end{cases}$ (3)

г) квадратичная $C(\lambda - s) = (\lambda - s)^2$; (4)

д) Гауссовская (функция потерь с насыщением) $C(\lambda - s) = 1 - \exp\left[-\dfrac{(\lambda - s)^2}{2\sigma^2}\right]$; (5)

е) информационная функция потерь $C(\lambda,s) = -\ln w(s\,|\,\lambda)$, (6)

где $w(s\,|\,\lambda)$ – условная плотность вероятности параметра s, если принято решение с оценкой λ.

Функции потерь вида (1–5) являются симметричными функциями разности $|\lambda - s|$. При этом отклонение оценки параметра в одну и в другую стороны относительно общего значения оцениваемого параметра одинаково нежелательны.

Вычислительную сеть можно считать детерминированной системой с дискретным временем, а затраты на управление автономным сегментом (расход информационных и энергетических ресурсов) изменяются по квадратичной зависимости. Тогда в соответствии с методом А. А. Красовского, для достижения оптимального решения в каждый текущий момент времени необходимо минимизировать классический ФОР с аддитивными квадратичными функциями затрат на управление и дискретным временем вида [1, 2]

$$I = V_З\left[y[n_k], n_k\right] + \sum_{n=n_{k-1}}^{n_k - 1} Q_З\left[y[n], n\right] + 0{,}5 \sum_{n=n_{k-1}}^{n_k - 1} \left[u^T[n] D^{-1} u[n] + u_{\text{opt}}^T[n] D^{-1} u_{\text{opt}}[n]\right], \quad (7)$$

где $y = Y(y_0, a, n, n_{k-1})$ – вектор-функция оптимальных решений, дифференцируемая или кусочно-дифференцируемая (с конечным или хотя бы счетным числом разрывов первого рода частных производных);

a – вектор отказов, сбоев, отклонений параметров системы управления от стандартных;

$u[n]$ – вектор текущих управлений;

$u_{\text{opt}}[n]$ – вектор оптимальных управлений, неизвестных до начала решения задачи;

$D = diag(d_1,...,d_r)$ – заданная диагональная матрица отклонений параметров системы управления;

$y[n_{k-1}] = y_0$ – вектор начальных условий на каждом очередном этапе поиска оптимального решения.

Если функционал (7) линеен относительно управлений, то минимум ему доставляет решение вида

$$u_{opt} = -DB^T\left[V_З\left(Y\left(y,a,n_k,n\right)\right)+\sum_{n=n_{k-1}}^{n_k-1}Q_З\left(Y\left(y,a,n,n_{k-1}\right),n\right)\right], \tag{8}$$

где $V_З$, $Q_З$, B – матрицы, коэффициенты которых полностью определяются параметрами сети.

Модификация критерия обобщенной работы А. А. Красовского для оптимального управления вычислительной сетью. Однако следует заметить, что задача оптимального управления по критерию обобщенной работы слишком сложна даже для однократного решения при наличии полной априорной информации о параметрах и состоянии сложной системы, каковой является телекоммуникационная сеть или ее автономный сегмент. Поэтому вышеизложенный метод требует усовершенствования.

Последняя составляющая критерия обобщенной работы (7) трактуется как сумма работ, совершаемых управлениями и управляющими сигналами, и может выражать не энергетические, а информационные затраты, или и то, и другое вместе [4, 5]. Например, вышеуказанная составляющая может учитывать информационные затраты на расширение полосы пропускания, резервирование ресурсов, передачу дополнительной управляющей информации и т. д.

Поскольку расходы на управление ТКС являются информационным (энтропийным) критерием, то целесообразно для упрощения задачи в качестве функции потерь использовать именно информационную функцию вида (6).

Информационный критерий (6) можно интерпретировать как меру неопределенности относительно параметра s, если известна оценка λ. Неопределенность понимается в смысле, принятом в теории информации [6, 7]. Функция потерь (6) в отличие от (1 – 5) зависит не только от оценки λ и значения параметра s, но и от принятого правила выбора решения.

В силу случайного характера оценок λ и параметра s потери при любом правиле выбора решения являются случайными и не могут быть использованы для характеристики качества оценки (правила выбора решения). Для характеристики качества оценки можно принять среднее значение функции потерь, которое будет учитывать все возможные типы поведения системы оценки, все виды ошибок и относительные частоты их появления. Выбор для характеристик качества оценки среднего значения (а не другой статистической характеристики) функции потерь хотя и произволен, но рационален [8]. Известно, что чем выше момент распределения, тем ниже точность его оценки при фиксированном объеме выборки. При выравнивании статистических рядов нерационально пользоваться моментами порядка выше четвертого, так как точность вычисления моментов резко падает с увеличением порядка.

В задаче управления вычислительной сетью, вводимая информационная функция потерь $C(\lambda,s)$ должна быть минимальна или равна нулю при текущем состоянии системы равном оптимальному, и быть больше нуля в противном случае [9], т.е. подчиняться условию

$$C(\lambda,s)=C\{y,y[n_k]\}=\begin{cases}0, & \forall y[n_k]=y;\\ >0, \forall y[n_k]\neq y,\end{cases} \qquad (9)$$

где $y=Y(y_0,a,n,n_{k-1})$ – вектор-функция оптимальных решений, дифференцируемая или кусочно-дифференцируемая (с конечным или хотя бы счетным числом разрывов первого рода частных производных); $y[n_k]$ – текущее состояние системы.

Вид информационной ФП напрямую зависит от условной плотности вероятности оцениваемого параметра. Известно [3], что при неограниченном увеличении отношения сигнал/шум при приеме известного сигнала на фоне аддитивных нормальных помех апостериорное распределение оцениваемого параметра сходится к нормальному. В случае “большого параметра” (отношения сигнал/шум или отношения длительности интервала наблюдения к полученным значениям) в малой окрестности точки оптимума ошибка наблюдения может быть аппроксимирована гауссовской кривой [7]. Кроме того, чем сложнее система массового обслуживания, чем больше в ней каналов, тем точнее оказываются приближенные формулы, полученные с помощью марковской теории [10]. А использование Гауссового приближения практически может быть оправдано эффектом нормализации законов распределения в сложных системах [11]. Поэтому использование в качестве условной плотности вероятности для выражения (6) гауссовской кривой является вполне оправданным. Таким образом, получаем следующее выражение информационной ФП:

$$C(\lambda,s)=-\ln w(s\,|\,\lambda)=-\ln(e^{-\frac{(\lambda-s)^2}{2\sigma^2}})=\frac{(\lambda-s)^2}{2\sigma^2}. \qquad (10)$$

Учитывая (9) и (10) информационный критерий для задачи управления вычислительной сетью будет иметь вид

$$C(\lambda,s)=\frac{(\lambda-s)^2}{2\sigma^2}=C\{y,y[n_k]\}=\frac{(y[n]-y[n_k])^2}{2\sigma^2}, \qquad (11)$$

где $y[n]$ – оптимальное (желаемое) состояние системы; $y[n_k]$ – текущее состояние системы; σ^2 – дисперсия апостериорного распределения $y[n_k]$.

Вид информационной ФП для оптимального управления вычислительной сетью, при описании условной плотности вероятности гауссовской кривой, представлен на рис. 2.

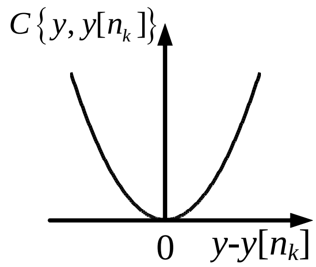

Рис. 2. Информационная функция потерь

Для упрощения задачи нахождения оптимального управления по критерию обобщенной работы в выражении (8) необходимо заменить $D=diag(d_1,...,d_r)$ – диагональную матрицу отклонений параметров системы управления на указанную информационную функцию потерь (11):

$$
\begin{aligned}
u_{opt} &= -C\{y, y[n_k]\}B^T\left[V_3\left(Y\left(y,a,n_k,n\right)\right) + \sum_{n=n_{k-1}}^{n_k-1} Q_3\left(Y\left(y,a,n,n_k\right),n\right)\right] = \\
&= -\frac{(y[n]-y[n_k])^2}{2\sigma^2}B^T\left[V_3\left(Y\left(y,a,n_k,n\right)\right) + \sum_{n=n_{k-1}}^{n_k-1} Q_3\left(Y\left(y,a,n,n_k\right),n\right)\right].
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Таким образом, получено модифицированное выражение для оптимального управления вычислительной сетью в текущий момент времени по критерию обобщенной работы.

Выводы. Для выработки оптимальных управляющих воздействий в процессе функционирования вычислительной сети необходимо в реальном времени решать многомерную задачу оптимального управления.

Поскольку вычислительную сеть можно считать детерминированной системой с дискретным временем, а затраты на управление изменяющимися по квадратичной зависимости, то для достижения оптимального решения в каждый текущий момент времени оправдано использование критерия обобщенной работы А. А. Красовского.

Однако данная задача слишком сложна даже для однократного решения при наличии полной априорной информации о параметрах и состоянии сложной системы. Поэтому указанный метод требует усовершенствования.

В работе предложен модифицированный критерий обобщенной работы А. А. Красовского для случая управления вычислительной сетью или ее автономным сегментом. Использование информационной функции потерь с гауссовской условной плотностью вероятности позволяет упростить нахождение оптимального управления в в каждый текущий момент времени. В случае совпадения оптимального (желаемого) и наблюдаемого состояний системы первый множитель выражения (12) и, соответственно, значение оптимального управления, будут равны нулю.

Литература

1. Савченко А.С. Концептуальная модель системы управления крупной корпоративной сетью // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2011. – Вип. 2(34). – С. 120-128.
2. Справочник по теории автоматического управления. Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 712 с.
3. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Сов. Радио, 1978. – 296 с.
4. Красовский А.А. Развитие принципа минимума обобщенной работы / А. А. Красовский // АиТ. – 1987. – № 1. – С. 13-23.
5. Красовский А.А. Развитие аналитического метода синтеза условно оптимальных управлений нелинейного объекта / А.А. Красовский // АиТ. – 1969. − №11. − С. 5-14.
6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Т.2. – М.: Сов. радио, 1962. – 832 с.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 146 с.
9. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Пер с англ. под ред. проф. Б.Р. Левина. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
10. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. – 239 с.
11. Казаков И.Е. Статистическая динамика систем с переменной структурой. – М.: Наука, 1977. – 341 с.