УДК 681.7.068

Скубак О.М., к.т.н. *(Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій)*

КІНЕМАТИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ТА СПІВВІДНОШЕННЯ ЗАКОНУ ГУКА ДЛЯ ОСЕРДЯ ОПТИЧНОГО КАБЕЛЮ МЕРЕЖ ДОСТУПУ

Скубак О.М. Кінематичні співвідношення та співвідношення закону Гука для осердя оптичного кабелю мереж доступу. В роботі розглянуто поведінку оптичного кабелю при зовнішніх навантаженнях. Отримано кінематичні співвідношення та співвідношення закону Гука для осердя оптичного кабелю мереж доступу.

Ключові слова: оптичний кабель, закон Гука, напруження, деформація

Скубак А.Н. Кинематические соотношения и соотношения закона Гука для сердечника оптического кабеля сетей доступа. В работе рассмотрено поведение оптического кабеля при внешних воздействиях. Получены кинематические соотношения и соотношения закона Гука для сердечника оптического кабеля сетей доступа.

Ключевые слова: оптический кабель, закон Гука, напряжения, деформация

Skubak O.M. Components of the core deformation of the optical cable access networks. In this paper the behavior of the optical cable by external actions is considered. The kinematics relations and the relations of Hooke's law for the core of access networks optical cable are obtained.

Keywords: optical cable, Hooke's law, tension, deformation

Одним з основних напрямків сучасного науково-технічного прогресу є всебічний розвиток волоконно-оптичних систем та мереж зв'язку, що забезпечують можливість доставки на значні відстані великого обсягу інформації з високою швидкістю. Серед типів мереж доступу на цей час найбільш прогресивною вважається мережа FTTH (волокно до дому), яка забезпечує підключення оптичного волокна безпосередньо до домашньої апаратури абонента. Перевагою цієї технології є високий рівень інформаційно-пропускної здатності. Особливістю даної технології є використання конструкції багатоволоконного оптичного кабелю з осердям стрічкового типу . У ОК даного типу осердя закручене [1, 2], тому для дослідження механічних характеристик кабелю скористаємось методами нелінійної теорії закручених стержнів.

Нехай $\vec{P}_n *$ – вектор напружень, прикладений в точці поперечного перерізу стержня в деформованому стані $M *$:

$$\vec{P}_n * = p_{11}^* \vec{\xi}_1 + p_{12}^* \vec{\xi}_2 + p_{13}^* \vec{\xi}_3.$$

Приведемо вказану систему напружень p_{ik}^* до статично еквівалентної системи зусиль і моментів. Маємо:

$$\vec{F}* = \int_{s^*} \vec{P}* \, ds*;$$

$$\vec{M}* = \int_{s^*} \left(\overline{C}\,^* \vec{M}* \times \vec{P}_n * \right) ds*.$$

В рамках геометрично нелінійної теорії $E_s << 1$ і $ds* \approx ds$. Тоді

$$\vec{M}* = \int_{s} \left(\overline{C}\,^* \vec{M}* \times \vec{P}_n * \right) ds*.$$

В цих формулах інтегрування ведеться по області поперечного перерізу стержня.

Нехай точка $M *$ в базисі деформованого стану $\left(\vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2 \vec{\xi}_3 \right)$ має координати $M * \left(0; \eta*; \varsigma * \right)$, а

$$\vec{F}* = N_1 * \vec{\xi}_1 + Q_2 * \vec{\xi}_2 + Q_3 * \vec{\xi}_3,$$

$$\vec{M}* = M_1 * \vec{\xi}_1 + M_2 * \vec{\xi}_2 + M_3 * \vec{\xi}_3.$$

Тоді одержимо:

розтягуюче зусилля – $N_1{*} = \int\limits_s p_{11}{*}\,d\eta ds;$

перерізуюче зусилля в напрямку орта $\vec{\xi}_2$ – $Q_2{*} = \int\limits_s p_{12}{*}\,d\eta d\varsigma;$

перерізуюче зусилля в напрямку орта $\vec{\xi}_3$ – $Q_3{*} = \int\limits_s p_{13}{*}\,d\eta d\varsigma;$

крутильний момент – $M_1{*} = \int\limits_s (\eta{*}\,p_{13}{*} - \varsigma{*}\,p_{12}{*})ds;$

згинаючий момент в площині $(\vec{\xi}_3;\vec{\xi}_1)$ – $M_2{*} = \int\limits_s p_{11}{*}\varsigma{*}\,ds;$

згинаючий момент в площині $(\vec{\xi}_2;\vec{\xi}_1)$ – $M_3{*} = \int\limits_S p_{11}{*}\eta{*}\,ds.$

Надалі для просторового викривленого стержня приймаємо лінійний закон зв'язку між деформаціями та напруженнями.

Вирази для деформацій набирають вигляду [3]:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2}\left(A^2 + B^2 + C^2 - 1\right) + [A\left(\frac{\partial a_2}{\partial s} - r_1(1+b_2) - q_1 b_3\right) + B\left(\frac{\partial b_2}{\partial s} + r_1 a_2 + p_1 b_3\right) +$$
$$+ C\left(-\frac{\partial b_3}{\partial s} - q_1 a_2 + p_1(1+b_2)\right) + r_1]\eta + [A\left(\frac{\partial a_3}{\partial s} - r_1 b_3 + q_1(1+b_2)\right) +$$
$$+ B\left(\frac{\partial b_3}{\partial s} + r_1 a_3 - p_1(1+b_2)\right) + C\left(\frac{\partial b_2}{\partial s} - q_1 a_3 + p_1 b_3\right) - q_1]\varsigma;$$

$$\varepsilon_{12} = Aa_2 + B(1+b_2) - Cb_3 + [a_2\frac{\partial a_2}{\partial s} + (1+b_2)\frac{\partial b_2}{\partial s} + b_3\frac{\partial b_3}{\partial s}]\eta +$$
$$+ [\left(\frac{\partial a_3}{\partial s} - r_1 b_3 + q_1(1+b_2)\right)a_2 + \left(\frac{\partial b_3}{\partial s} + r_1 a_3 - p_1(1+b_2)\right)(1+b_2) -$$
$$- \left(\frac{\partial b_2}{\partial s} - q_1 a_3 + p_1 b_3\right)b_3 + p_1]\varsigma;$$

$$\varepsilon_{13} = Aa_3 + Bb_3 + C(1+b_2) + [\left(\frac{\partial a_2}{\partial s} - r_1(1+b_2) - q_1 b_3\right)a_3 + \left(\frac{\partial b_2}{\partial s} + r_1 a_2 + p_1 b_3\right)b_3 +$$
$$+ \left(-\frac{\partial b_3}{\partial s} - q_1 a_2 + p_1(1+b_2)\right)(1+b_2) - p_1]\eta + [a_3\frac{\partial a_3}{\partial s} + b_3\frac{\partial b_3}{\partial s} + (1+b_2)\frac{\partial b_2}{\partial s}]\varsigma;$$

$$\varepsilon_{22} \approx \varepsilon_{33} = b_2 + \frac{1}{2}\left(b_2^2 + b_3^2\right),\ \varepsilon_{23} \approx 0.$$

При введенні ортонормованого базису $(\vec{\xi}_1;\vec{\xi}_2;\vec{\xi}_3)$ та отриманні виразів для деформацій, з геометричних міркувань [4] ми виходили з припущень:

1) деформації ε_{22}, ε_{33}, ε_{23} – величини малі порівнюючи з одиницею, тобто в рамках геометрично нелінійної теорії пружності можна вважати, що $\varepsilon_{23} << 1$.

2) закон зміни компонент вектора переміщень на довільному плоскому перерізі має вигляд:

$$U_1 = u_0 + a_2\eta + a_3\varsigma + ...;$$
$$U_2 = v_0 + b_2\eta + b_3\varsigma + ...;$$
$$U_3 = w_0 + c_2\eta + c_3\varsigma + ...$$

3) з точністю до малих деформацій та малості квадратів кутів повороту a_2^2, a_3^2, $a_2 a_3$ має місце співвідношення:

$$\varepsilon_{22} \approx \varepsilon_{33} = b_2 + \frac{1}{2}\left(b_2^2 + b_3^2\right),\ \varepsilon_{23} \approx 0.$$

4) матеріал стержня однорідний та ізотропний.

Запишемо закон Гука:

$$p_{11}* = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{12},\ p_{12}* = 2\mu\varepsilon_{12}\ \ (curl),\ \text{де}\ \ \lambda = \frac{E\upsilon}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)};\ \ \mu = \frac{E}{2(1+\upsilon)}.$$

Тут E – модуль пружності; υ – коефіцієнт Пуассона; "*curl*" – операція циклічної перестановки на упорядкованій множині чисел (1, 2, 3). Згідно наведених вище припущень $\theta \approx \varepsilon_{11} + 2\varepsilon_{22}$.

Тоді в нашому випадку закон Гука має вигляд:

$$p_{11}* = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{11} + 2\lambda\varepsilon_{22};$$
$$p_{22}* = p_{33}* = \lambda\varepsilon_{11} + 2(\lambda + \mu)\varepsilon_{22};$$
$$p_{12}* = 2\mu\varepsilon_{12};\ p_{13}* = 2\mu\varepsilon_{13}.$$

Обчислимо зусилля та моменти згідно формул:

$$N_1* = \int_S p_{11} * d\eta ds = \frac{2EF\upsilon}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}\left(\frac{1-\upsilon}{2\upsilon}\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right),$$ де F – площа поперечного перерізу стержня; $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}\left(A^2 + B^2 + C^2 - 1\right)$; $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\left[\left(1+b_2\right)^2 + b_3^2 - 1\right]$.

$$Q_2* = \int_{Ss} p_{12} * d\eta d\varsigma = FG\gamma_{12},$$ де G – модуль зсуву; γ_{12} – деформація зсуву поперечного перерізу в напрямку $\vec{\xi}_2$; $\gamma_{12} = Aa_2 + B\left(1+b_2\right) - Cb_3$.

$$Q_3* = \int_S p_{13} * d\eta d\varsigma = FG\gamma_{13},$$ де γ_{13} – деформація зсуву поперечного перерізу в напрямку $\vec{\xi}_3$; $\gamma_{13} = Aa_3 + Bb_3 + C(1+b_2)$.

$$M_1* = \int_S (\eta * p_{13} * -\varsigma * p_{12} *)ds = -GI_p\chi_{23},$$ де $I_p = \int_S \left(\eta^2 + \varsigma^2\right)ds$;

$$\chi_{23} = \left(1+b_2\right)\frac{\partial b_3}{\partial s} - b_3\frac{\partial b_2}{\partial s} - p_1\left[\left(1+b_2\right)^2 + b_3^2\right] + q_1\left[a_2\left(1+b_2\right) + a_3 b_3\right] + r_1\left[a_3\left(1+b_2\right) - a_2 b_3\right] + p_1.$$

$$M_2* = \int_{bIs} p_{11} * \varsigma * ds = EI_2\alpha\chi_2,$$ де $I_2 = \int_S \varsigma^2 ds,\ \ \alpha = \frac{1-\upsilon}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}$;

$$\chi_2 = A\left[\frac{\partial a_3}{\partial s} - r_1 b_3 + q_1\left(1+b_2\right)\right] + B\left[\frac{\partial b_3}{\partial s} + r_1 a_3 - p_1\left(1+b_2\right)\right] + C\left(\frac{\partial b_2}{\partial s} - q_1 a_3 + p_1 b_3\right) - q_1.$$

$$M_3* = \int_S p_{11} *\eta * ds = -EI_3\alpha\chi_3, \quad \text{де} \quad I_2 = \int_S \eta^2 ds, \quad \alpha = \frac{1-\upsilon}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)};$$

$$\chi_3 = A\left[\frac{\partial a2}{\partial s} - r_1(1+b_2) - q_1 b_3\right] + +B\left(\frac{\partial b_2}{\partial s} + r_1 a_2 + p_1 b_3\right) + C\left[\frac{\partial b_2}{\partial s} + q_1 a_2 - p_1(1+b_2)\right] + r_1.$$

Встановимо геометричний зміст кінематичних величин χ_1, χ_2, χ_3. Перш за все, оскільки

$$\vec{M} = M_1 * \vec{\xi}_1 + M_2 * \vec{\xi}_2 + M_3 * \vec{\xi}_3,$$

то в векторному вигляді закон зв'язку між моментами та кінематичними величинами можна представити у вигляді:

$$M_1 * \vec{\xi}_1 * + M_2 * \vec{\xi}_2 + M_3 * \vec{\xi} = -GI_p \chi_{23} \vec{\xi}_1 + EI_2 \alpha \chi_2 \vec{\xi}_2 + -EI_3 \alpha \chi_3.$$

З даного співвідношення очевидно, якщо величини $(\chi_{1,} \ \chi_{2,} \ \chi_3)$ розглядати як компоненти деякого вектора, то це буде вектор в базисі $(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$.

Зафіксуємо довільний момент часу. В даний момент часу в кожну точку осі стержня паралельно самому собі перенесемо базис початкової конфігурації $(\vec{\tau}, \vec{\upsilon}_1, \vec{\beta}_1)$. Очевидно, що до останнього, осі базису $(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3)$ від точки будуть змінювати конфігурацію – умовно говорячи "обертатись". Позначимо через $\vec{\Omega}*$ кутову швидкість вказаного обертального руху. Покладаємо:

$$\vec{\Omega}* = \Omega_1 * \vec{\xi}_1 + \Omega_2 * \vec{\xi}_2 + \Omega_3 * \vec{\xi}_3.$$

З допомогою формул Ейлера неважко знайти, що

$$\Omega_1* = -\chi_{23} + p_1;$$

$$\Omega_2* = \chi_2 + q_1;$$

$$\Omega_3* = -\chi_3 + r_1.$$

Отримані кінематичні співвідношення та співвідношення закону Гука дозволяють визначити напружено-деформаційний стан осердя оптичного кабелю при зовнішніх навантаженнях.

Література

1. Семенов Н.А. Оптические кабели связи: Теория и расчет / Н.А. Семенов. – М.: Радио и связь, 1981. – 152 с.

2. Скляров О.К. Волоконно-оптические сети и системы связи: Учебное пособие / О.К. Скляров. – СПб.: Издательство "Лань", 2010. – 272 с.

3. Скубак О.М. Компоненти деформації осердя оптичного кабеля мереж доступу / О.М. Скубак // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2013. – №2. – С.88–93.

4. Скубак О.М. Деякі аспекти механічних характеристик кабелів зв'язку, які мають осердя з природною круткою / О.М Скубак // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2011. – Т.9, №1. – С. 100–106.

5. Илюхин А.А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней / А.А. Илюхин. – К.: Наукова думка, 1979. – 216 с.