УДК 621.391+519.24

Попов А. А., канд. техн. наук, доц. (Тел.: +380 (66) 299 29 80. E-mail: andoff@rambler.ru)
(*Центральный НИИ вооружения и военной техники ВС Украины*)

АЛГОРИТМЫ И УСТРОЙСТВА ФОРМИРОВАНИЯ *L*- И *R*-ОЦЕНОК НА ОСНОВЕ ОПЕРАЦИЙ *L*-ГРУППЫ

Попов А. О. Алгоритми та пристрої формування *L*- і *R*-оцінок на основі операцій *L*-групи. Запропоновано підхід до опису *L*- і *R*-оцінок на основі операцій *L*-групи. В результаті застосування такого підходу отримані алгоритми та пристрої формування *L*- і *R*-оцінок. Наводяться значення відносної та абсолютної асимптотичної ефективності оцінювання параметра зсуву запропонованими алгоритмами та пристроями для деяких симетричних розподілень помилок вимірювань.

Ключові слова: вибірковий простір, *L*-група, *L*- оцінка, *R*- оцінка, систолічний процесор, ефективність оцінювання, розподілення помилок вимірювань

Попов А. А. Алгоритмы и устройства формирования *L*- и *R*-оценок на основе операций *L*-группы. Предлагается подход к описанию *L*- и *R*-оценок на основе операций *L*-группы. В результате применения такого подхода получены алгоритмы и устройства формирования *L*- и *R*-оценок. Приводятся значения относительной и абсолютной асимптотической эффективности оценивания параметра сдвига предложенными алгоритмами и устройствами для некоторых симметричных распределений ошибок измерения.

Ключевые слова: выборочное пространство, *L*-группа, *L*-оценка, *R*-оценка, систолический процессор, эффективность оценивания, распределение ошибок измерения

Введение. Одной из наиболее общих задач обработки сигналов на фоне помех (шумов) является оценивание сигналов и их параметров. К данной задаче могут быть сведены также и другие, например, задачи обнаружения, различения и разрешения сигналов.

В большей части работ по точечному оцениванию – от учебной до узкоспециальной наиболее употребительной моделью косвенного измерения неизвестного неслучайного скалярного параметра λ является случай его аддитивного взаимодействия со статистически независимыми ошибками измерений в линейном выборочном пространстве $\mathcal{LS}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+)$ [1...4]:

$$X_i = f(\lambda) + N_i,$$

где $f(\lambda)$ – некоторая известная взаимнооднозначная функция от измеряемого параметра;

$\{N_i\}$ – независимые ошибки измерения с распределением из класса распределений с симметричной плотностью распределения вероятностей (ПРВ) $p_N(z) = p_N(-z)$, представленные выборкой $N=(N_1,\ldots,N_n)$, $N_i \in N$, причем $N \in \mathcal{LS}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+)$;

$\{X_i\}$ – результаты измерений, представленные выборками $X=(X_1,\ldots,X_n)$, $X_i \in X$: $X \in \mathcal{LS}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+)$;

«+» – операция суммы линейного выборочного пространства $\mathcal{LS}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+)$;

$i=1,\ldots,n$ – индекс элементов статистических совокупностей $\{N_i\}$, $\{X_i\}$;

n – объем выборок $N=(N_1,\ldots,N_n)$, $X=(X_1,\ldots,X_n)$.

Предметом последующего рассмотрения будут вопросы формирования оценок неизвестного неслучайного параметра в выборочном пространстве со свойствами *L*-группы. В существующей алгебраической литературе *L*-группы известны достаточно давно и хорошо исследованы [5, 6]. Выборочное пространство $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+,\vee,\wedge)$ со свойствами *L*-группы определяется как вероятностное пространство $(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X})$, в котором одновременно выполняются аксиомы дистрибутивной решетки $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};\vee,\wedge)$ с операциями верхней и нижней граней соответственно: $a\vee b=\sup_\mathcal{L}\{a,b\}$, $a\wedge b=\inf_\mathcal{L}\{a,b\}$; $a,b\in\mathcal{L}(\mathcal{X},\vee,\wedge)$, а также аксиомы аддитивной коммутативной группы $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+)$ линейного выборочного пространства $\mathcal{LS}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+)$.

Последнее обстоятельство позволяет, с одной стороны, существенным образом расширить алгебраические свойства рассматриваемого выборочного пространства, а, с другой стороны, описывать алгоритмы и устройства обработки сигналов в терминологии не только аддитивной коммутативной группы линейного пространства, но и с привлечением операций решетки.

В практических приложениях достаточно обоснованные допущения об известности распределения генеральной совокупности встречаются крайне редко, в связи с этим ряд специалистов в области математической статистики формулируют следующие вопросы [4, 7, 8]. Во-первых, каково поведение оптимальных (по некоторому критерию) оценок, построенных для одних распределений, в случае их применения к выборкам с другими распределениями; а, во-вторых, каким образом возможно получение оценок, устойчивых к различным распределениям из заданного класса.

Целью статьи является получение алгоритмов и устройств формирования L- и R-оценок неизвестного неслучайного параметра сдвига в выборочном пространстве со свойствами L-группы, устойчивых по отношению к широкому классу симметричных распределений.

Основная часть. Всякую пару случайных выборок $X=(X_1,...,X_n)$, $Y=(Y_1,...,Y_n)$ $\subset\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_{\mathcal{X}};+,\vee,\wedge)$ можно рассматривать как частично упорядоченное множество $X\bigcup Y$, в котором между двумя парами значений выборок $X_i, X_j\in X$, $X_i, Y_k\in X\bigcup Y$ определено отношение порядка $X_i\le X_j$, $X_i\ge Y_k$ (или $X_i\ge X_j$, $X_i\le Y_k$). Тогда частично упорядоченное множество $X\bigcup Y$ является решеткой с операциями верхней и нижней граней соответственно:

$$X_i\vee X_j=\sup_{X\bigcup Y}\{X_i,X_j\},\ \ X_i\wedge X_j=\inf_{X\bigcup Y}\{X_i,X_j\};$$

$$X_i\vee Y_k=\sup_{X\bigcup Y}\{X_i,Y_k\},\ \ X_i\wedge Y_k=\inf_{X\bigcup Y}\{X_i,Y_k\},$$

и если $X_i\le X_j$, то $X_i\wedge X_j=X_i$ и $X_i\vee X_j=X_j$, а если $X_i\ge Y_k$, то $X_i\vee Y_k=X_i$ и $X_i\wedge Y_k=Y_k$ [5, 6]:

$$X_i\le X_j\Leftrightarrow\begin{cases}X_i\wedge X_j=X_i;\\ X_i\vee X_j=X_j,\end{cases}\qquad X_i\ge Y_k\Leftrightarrow\begin{cases}X_i\wedge Y_k=Y_k;\\ X_i\vee Y_k=X_i.\end{cases}$$

Естественным образом определим в выборочном пространстве $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_{\mathcal{X}};+,\vee,\wedge)$ операцию сложения X_i+X_j, X_i+Y_k между парами элементов $X_i,X_j\in X$, $X_i,Y_k\in X\bigcup Y$ выборок X, $Y\subset\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_{\mathcal{X}};+,\vee,\wedge)$. Тогда выборочное пространство $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_{\mathcal{X}};+,\vee,\wedge)$ является *решеточно-упорядоченной группой* (*L–группой*).

Во всякой L–группе справедливы следующие утверждения [5, 6]:

1) $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_{\mathcal{X}};+)$ – группа; 2) $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_{\mathcal{X}};\vee,\wedge)$ – решетка.

1. Алгоритмы и устройства формирования упорядоченной выборки на основе операций решетки. Часто бывает нужным упорядочить элементы выборки упорядочивают по возрастанию, т.е. получают новую выборку $X'=(X_{(1)},X_{(2)},...,X_{(n)})$, в которой элементы связаны отношением порядка:

$$X_{(1)}\le X_{(2)}\le...\le X_{(n-1)}\le X_{(n)}.$$

При этом выборка $X'=(X_{(1)},X_{(2)},...,X_{(n)})$ называется *вариационным рядом* [9] или *ранжированной выборкой* [10], а $X_{(i)}$, $X_{(i)}\in X'$ называется *i-й порядковой статистикой* [7].

Структурная схема устройства, называемого систолическим процессором [11], которое реализует метод упорядочения выборки последовательно-параллельным попарным объединением с попарной перестановкой для объема выборки, равного семи, и неотрицательной определенности её элементов, показана на Рис. 1а. Далее такое устройство будем называть *систолическим процессором на бинарных элементах для формирования упорядоченной выборки.*

Структурная схема систолического процессора, реализующего метод упорядочения выборки последовательно-параллельным тернарным объединением с тернарной перестановкой для объема выборки, равного девяти, показана на Рис. 1б. Далее такое устройство будем называть *систолическим процессором на тернарных элементах для формирования упорядоченной выборки*.

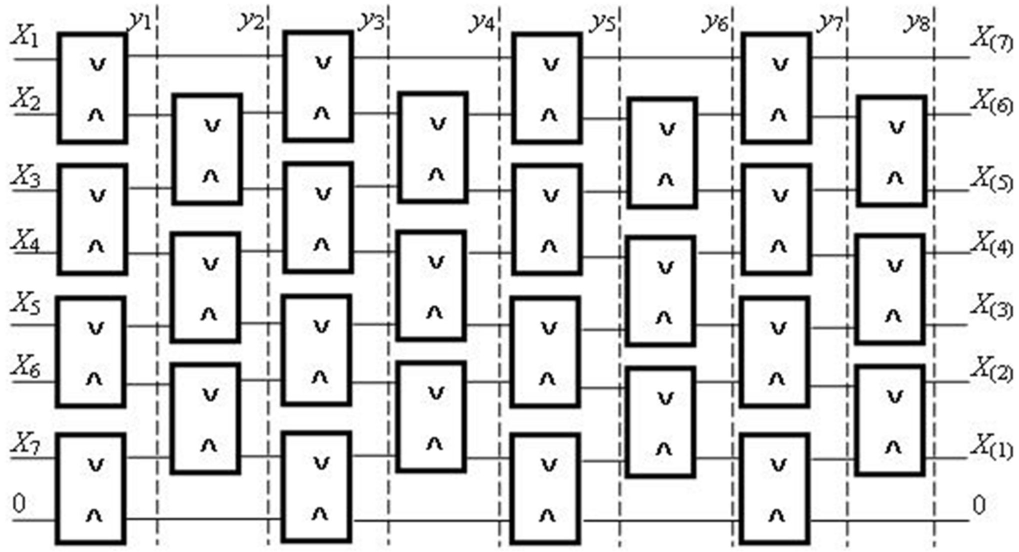

Рис. 1а. Структурная схема систолического процессора (объем выборки равен 7)

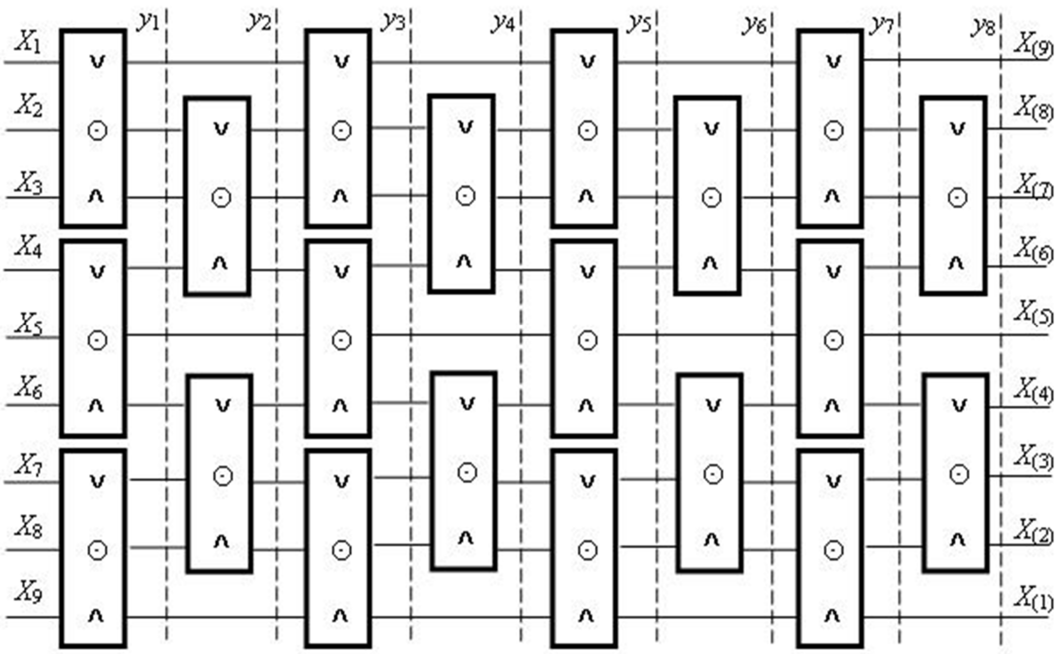

Рис. 1б. Структурная схема систолического процессора (объем выборки равен 9)

Пример работы систолических процессоров, изображенных на Рис. 1а, 1б, поясняется в Табл. 1а, 1б, соответственно, где $y_1, y_2, ..., y_8$ – векторы состояний, описывающие сигналы на выходе соответствующего каскада обработки. В соответствии с указанными выше алгоритмами обработки, количество двух- (трех-) входовых элементов, реализующих на трех своих выходах операции верхней/ нижней граней, а также вычисление медианы (показано символом $\odot$), в нечетном каскаде обработки на единицу больше числа этих элементов в четном каскаде. На входах систолических процессоров подаются значения элементов исходной выборки $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ (при необходимости и нулевой элемент 0 выборочного пространства $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_X;+,\vee,\wedge))$, а на выходе снимаются значения элементов упорядоченной выборки $X' = (X_{(1)}, X_{(2)},..., X_{(n)})$.

Табл. 1а

элементы исходной выборки X	значения элементов исходной выборки	векторы состояний							
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
X_1	17	17	17	17	17	17	22	22	24
X_2	9	9	9	9	9	22	17	24	22
X_3	1	1	5	5	22	9	24	17	17
X_4	5	5	1	22	5	24	9	12	12
X_5	12	12	22	1	24	5	12	9	9
X_6	22	22	12	24	1	12	5	5	5
X_7	24	24	24	12	12	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Табл. 1б

элементы исходной выборки X	значения элементов исходной выборки	вектора состояний							
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
X_1	21	47	47	69	69	89	89	89	89
X_2	17	21	69	47	89	69	81	81	81
X_3	47	17	21	21	47	47	69	69	75
X_4	54	69	17	89	21	81	47	75	69
X_5	49	54	54	54	54	54	54	54	54
X_6	69	49	89	17	81	21	75	47	49
X_7	81	89	81	81	75	75	49	49	47
X_8	75	81	49	75	17	49	21	21	21
X_9	89	75	75	49	49	17	17	17	17

2. Алгоритмы и устройства формирования *L*-оценок на основе операций *L*-группы. Несмотря на то, что *M*-оценки обладают достаточно хорошими робастными свойствами, во многих практических приложениях *L*-оценки могут оказаться более предпочтительными с точки зрения обеспечения простоты их вычислений. Анализ взаимосвязи между *M*-оценками и *L*-оценками приводится, например, в [4, 12]

Определение 1. *L*-оценками $T_{n,L}(X)$ называются оценки в виде линейной комбинации от порядковых статистик [7, 13]:

$$T_{n,L}(X) = \sum_{i=1}^{n} a_i X_{(i)}, \tag{1}$$

где $X = (X_1, X_2,..., X_n)$ – исходная выборка; $X' = (X_{(1)}, X_{(2)},..., X_{(n)})$ – упорядоченная исходная выборка; a_i – некоторые коэффициенты: $a_{n-i+1} = a_i$, $\sum_{i=1}^{n} a_i = 1$.

Общий вид структурных схем устройств формирования L-оценок на основе систолических процессоров на бинарных / тернарных элементах показаны на Рис. 2а, 2б, соответственно.

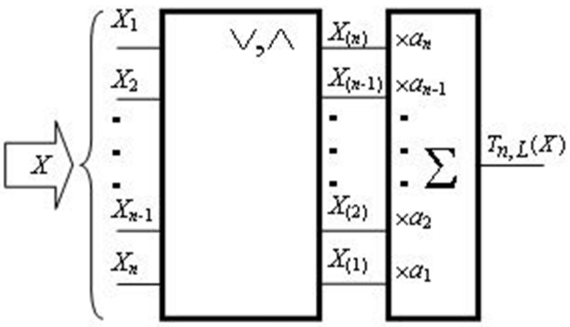

Рис. 2а

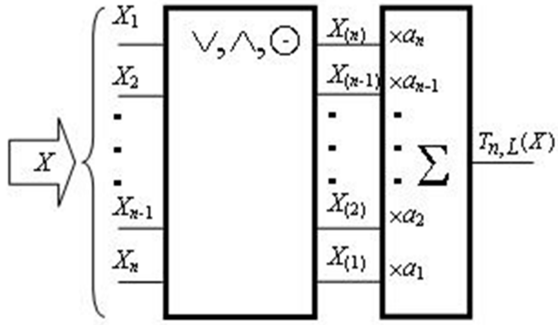

Рис. 2б

Систолические процессоры на бинарных / тернарных элементах здесь и далее обозначаются символами бинарных операций решетки $\vee, \wedge$ выборочного пространства $\mathcal{L}(\mathcal{X}, \mathcal{B}_{\mathcal{X}}; +, \vee, \wedge)$ со свойствами L-группы и взятия медианы $\odot$ соответственно. Заметим, что для обработки выборки $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ с четным числом элементов, причем $n = 2 \cdot k, k \in \mathbf{N}$, целесообразно использовать систолический процессор на бинарных элементах (см. рис. 1а), в то время как для обработки выборки с нечетным числом элементов, причем $n = 3 \cdot k, k \in \mathbf{N}$ лучше использовать систолический процессор на тернарных элементах (см. Рис. 1б).

Среди L-оценок различают винсоризированные средние оценки, оценки усеченного среднего, оценки линейно-взвешенного среднего.

Определение 2. Винсоризированными средними оценками $W_n(X, p)$ называются L-оценки вида:

$$W_n(X, p) = \frac{1}{n}\left[(r+1)(X_{(r+1)} + X_{(n-r)}) + \sum_{i=r+2}^{n-r-1} X_{(i)}\right]; \qquad (2)$$

где $p = \frac{1}{2} - \frac{r}{n}$, $0 < r < \frac{1}{2}(n-1)$,

$$W_n(X, \tfrac{1}{2n}) = X_{((n+1)/2)}, \qquad (2а)$$

где $r = \frac{1}{2}(n-1)$, n – нечетное.

Структурные схемы устройств формирования винсоризированных средних оценок $W_n(X, p)$ на основе систолических процессоров на бинарных/ тернарных элементах, которые реализуют вычисление оценок по формулам (2), (2а), показаны на Рис. 3а, 3б соответственно.

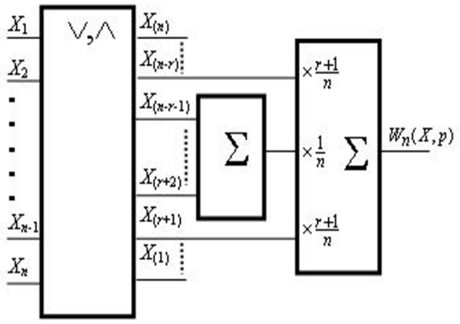

Рис. 3а

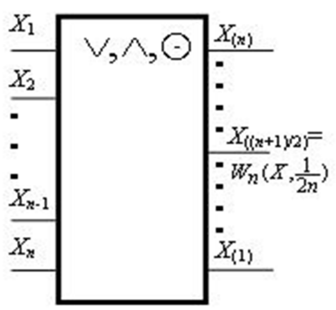

Рис. 3б

Здесь заметим, что для обработки выборки $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ в соответствии с формулой (2) можно использовать систолический процессор на бинарных или тернарных элементах в зависимости от четности (нечетности) объема выборки *n*, в то время как для обработки выборки с нечетным числом элементов, лучше использовать систолический процессор на тернарных элементах.

Определение 3. Оценками усеченного среднего $L_n(X,\alpha)$, которые также будем обозначать $\bar{X}_\alpha$, называются *L*-оценки вида:

$$\bar{X}_\alpha = L_n(X,\alpha) = \frac{1}{n-2r}\sum_{i=r+1}^{n-r} X_{(i)}, \tag{3}$$

где $\alpha = r/n < 1/2$; $r = [\alpha n]$, $[t]$ – наибольшее целое, меньшее или равное *t*.

Оценки усеченного среднего $\bar{X}_\alpha$ составляют важный сегмент в классе *L*-оценок. Кроме того, выборочное среднее $\bar{X}$ и медиана $\tilde{X}$ представляют собой два крайних варианта оценки (3), когда не отбрасывается ни один элемент выборки ($\alpha = 0$), либо отбрасываются все, за исключением элементов $X_{((n+1)/2)}$, если *n* нечетно, или пары $X_{(n/2)}$, $X_{(n/2+1)}$, если *n* четно. Структурные схемы устройств формирования оценок усеченного среднего $\bar{X}_\alpha$ на основе систолических процессоров на бинарных/ тернарных элементах показаны на Рис. 4а, 4б соответственно.

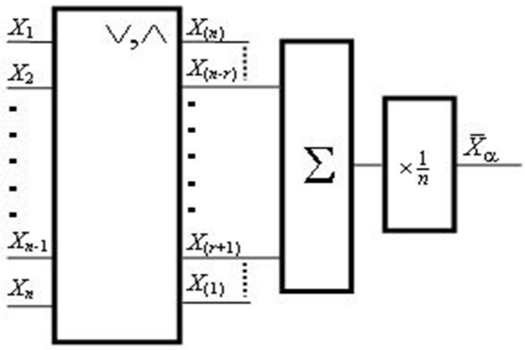

Рис. 4а

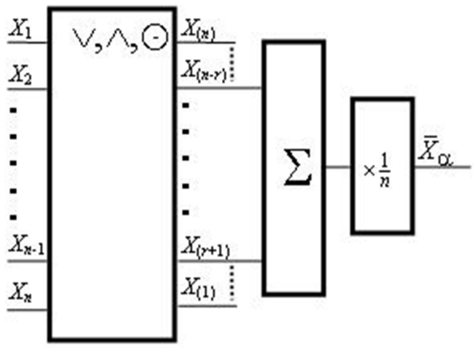

Рис. 4б

3. Алгоритмы и устройства формирования *R*-оценок на основе операций *L*- группы. Рассмотрим кратко еще один класс оценок центра симметричного распределения, а именно, *R*-оценки. *R*-оценки основаны на применении ранговых критериев для проверки гипотез о значении центра симметрии распределения [14]. Здесь приведем определение *R*-оценок из [15], которое запишем в терминологии выборочного пространства $\mathcal{L}(\mathcal{X},\mathcal{B}_\mathcal{X};+,\vee,\wedge)$ со свойствами *L*-группы.

Определение 4. *R*-оценкой называется решение уравнения относительно параметра *m*:

$$W(m) = \sum_{i=1}^{2n} e_i K\left(\frac{i}{2n+1}\right) = 0, \tag{4}$$

где $e_i = 1[(X_i - m)\wedge -(X_i - m)]$; $1(t)$ – единичная ступенчатая функция Хевисайда; $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ – исходная выборка; *K*(*t*) – неубывающая функция, определенная на интервале]0,1[, которая удовлетворяет условию: $K(1-t) = -K(t)$.

Среди *R*-оценок можно выделить оценки Ходжеса-Лемана $W_n(X)$, $W'_n(X)$, которые представляют собой медиану $n(n+1)/2$ ($n(n-1)/2$) попарных средних $m_{i,j} = \frac{1}{2}(X_{(i)} + X_{(j)})$, включающих (исключающих) сами наблюдения соответственно:

$$W_n(X) = \underset{i \le j}{\operatorname{med}}\{m_{i,j}\}; \tag{5а}$$

$$W'_n(X) = \underset{i < j}{\operatorname{med}}\{m_{i,j}\}, \tag{5б}$$

где $\operatorname{med}\{a_{i,j}\}$ – медиана элементов некоторого выборочного множества $\{a_{i,j}\}$, $i \in I, j \in J$.

Структурные схемы устройств формирования оценки Ходжеса-Лемана $W'_n(X)$ на основе систолических процессоров на бинарных/ тернарных элементах показаны на Рис. 5а, 5б, соответственно.

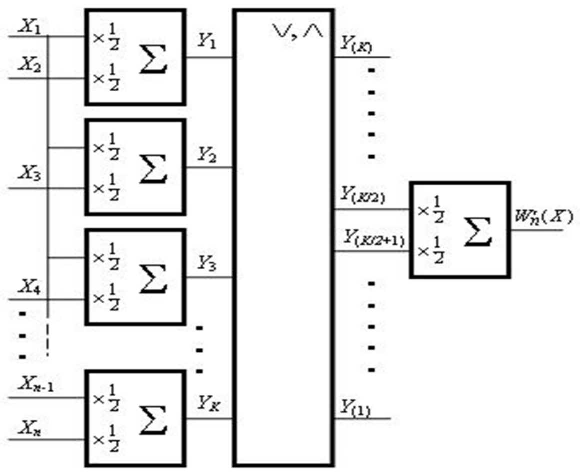

Рис. 5а

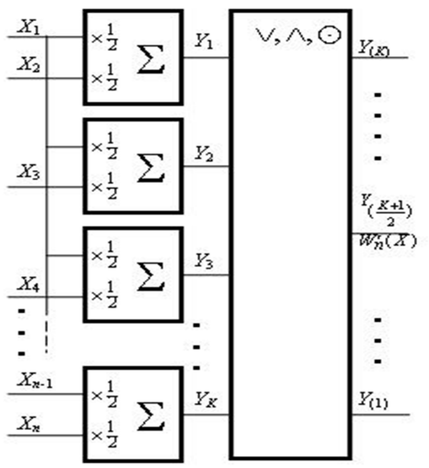

Рис. 5б

В случае четного значения количества $K = n(n-1)/2$ ($\operatorname{mod}_2 K = 0$) попарных средних $m_{i,j} = Y_k$, $k = 1,...,K$ вычисление оценки $W'_n(X)$ по формуле (5б) осуществляется с помощью систолического процессора на бинарных элементах (Рис. 5а). В случае нечетного значения количества $K = n(n-1)/2$ ($\operatorname{mod}_2 K = 1$) попарных средних $m_{i,j} = Y_k$, $k = 1,...,K$ формирование оценки $W'_n(X)$ по формуле (5б) выполняется на основе систолического процессора на тернарных элементах (Рис. 5б).

4. Сравнительная эффективность *L*- и *R*-оценок. Одной из сторон качества оценок является их асимптотическая относительная эффективность оценок относительно оценки выборочного среднего $\overline{X}$, которая показывает насколько лучше (или хуже) исследуемая оценка ведет себя по сравнению с такой широко используемой оценкой, какой является оценка $\overline{X}$. Асимптотическая относительная эффективность $e_{\overline{X}_\alpha,\overline{X}}$ оценок усеченного среднего $L_n(X,\alpha)$ относительно оценки выборочного среднего $\overline{X}$ определяется по формуле [2...4]:

$$e_{\overline{X}_\alpha,\overline{X}} = D / D_\alpha, \tag{6}$$

где D – дисперсия оценки выборочного среднего $\overline{X}$; D_α – дисперсия оценки усеченного среднего $L_n(X,\alpha) = \overline{X}_\alpha$, равная в соответствии с [4; §5.4 (2)]:

$$D_\alpha = \frac{2}{(1-2\alpha)^2}\left[\int_0^{\xi(1-\alpha)} t^2 f(t)dt + \alpha\xi^2(1-\alpha)\right]; \ F[\xi(\beta)] = \beta, \tag{6а}$$

где $f(x)$ – ПРВ элементов выборки $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ с исходным распределением *F*.

Для симметричных распределений F асимптотическая относительная эффективность оценки Ходжеса-Лемана $W_n(X)$ относительно оценки выборочного среднего $\bar{X}$ в соответствии с формулой [4; §5.6 (29)] равна:

$$e_W = 12\left(\int f^2(x)dx\right)^2 D, \tag{7}$$

где D – дисперсия распределения F.

Другой стороной качества оценки является абсолютная эффективность, т.е. асимптотическая эффективность относительно наилучшей оценки. В работе [4] показывается, что абсолютная эффективность $e_{\bar{X}_\alpha}$ оценки усеченного среднего $L_n(X,\alpha)$ равна [4; §5.4 (7)]:

$$e_{\bar{X}_\alpha} = 1/(D_\alpha I_f), \tag{8}$$

где D_α – дисперсия оценки усеченного среднего $L_n(X,\alpha) = \bar{X}_\alpha$, определяемая функцией (6a); I_f – информация по Фишеру.

Абсолютная эффективность e_W оценки Ходжеса-Лемана $W_n(X)$ определяется формулой [4; §5.6 (35)]:

$$e_W = 12\left(\int f^2(x)dx\right)^2 / I_f, \tag{9}$$

где $f(x)$ – ПРВ элементов выборки $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ с распределением F.

Значения асимптотической относительной эффективности оценок усеченного среднего $L_n(X,\alpha)$ и оценки Ходжеса-Лемана $W_n(X)$ относительно оценки выборочного среднего $\bar{X}$, вычисленные на основе формул (6) и (7) для некоторых симметричных распределений приведены в Табл. 2 в числителе. В этой же таблице в знаменателе приведены значения абсолютной асимптотической эффективности оценок усеченного среднего $L_n(X,\alpha)$ и оценки Ходжеса-Лемана $W_n(X)$, вычисленные на основе формул (8) и (9) для тех же распределений.

Табл. 2

Оценка / Распределение	$L_n(X,\alpha) = \bar{X}_\alpha$						$W_n(X)$
	α=0	1/20	1/8	1/4	3/8	1/2	
$N(a,b)$	1.00/1.00	0.99/0.99	0.94/0.94	0.84/0.84	0.74/0.74	0.64/0.64	0.95/0.95
$T(0.01,3)$	1.00/0.95	1.04/0.99	0.99/0.94	0.89/0.85	0.79/0.75	0.66/0.63	1.01/0.96
$T(0.05,3)$	1.00/0.81	1.2/0.975	1.18/0.96	1.08/0.88	0.96/0.78	0.74/0.60	1.19/0.97
$L(a,b)$	1.00/0.91	1.08/0.98	1.09/0.99	1.04/0.95	0.94/0.86	0.82/0.75	1.10/1.00
$DE(a,b)$	1.00/0.50	1.20/0.60	1.40/0.69	1.64/0.82	1.82/0.92	2.00/1.00	1.50/0.75
$St(5)$	1.00/0.80	1.20/0.96	1.24/0.99	1.20/0.96	1.10/0.88	0.96/0.77	1.24/0.99
$St(3)$	1.00/0.50	1.70/0.85	1.92/0.96	1.96/0.98	1.84/0.92	1.62/0.81	1.90/0.95
$C(a,b)$	1.00/0.00	∞/0.23	∞/0.503	∞/0.79	∞/0.88	∞/0.81	∞/0.61

В Табл. 2 приняты следующие обозначения для распределений: $N(a,b)$ – нормальное распределение; $T(\varepsilon,\tau)$ – модель Тьюки; $L(a,b)$ – логистическое распределение; $DE(a,b)$ – двухстороннее показательное распределение (распределение Лапласа); $St(\nu)$ – распределение Стьюдента с ν степенями свободы; $C(a,b)$ – распределение Коши.

Как следует из Табл. 2, абсолютная и относительная асимптотическая эффективность L-оценок (при выборе параметра α оценок $L_n(X,\alpha)$, взятым на интервале [0.125,0.25]), а также эффективность R-оценок может быть достаточно высокой на различных классах симметричных распределений.

Выводы

1. Предложенный подход к описанию L- и R-оценок на основе операций L-группы позволяет существенно расширить алгебраические свойства выборочного пространства, что обеспечивает возможность получения новых алгоритмов и устройств оценивания параметров сигнала, которые более просты в технической реализации.

2. Полученные алгоритмы и устройства формирования L- и R-оценок на основе операций L-группы характеризуются достаточно высокой абсолютной асимптотической эффективностью оценивания параметра сдвига на широком классе симметричных распределений ошибок измерений.

Литература

1. Закс Ш. Теория статистических выводов / Ш. Закс. – Москва : Мир, 1975. – 776 с.

2. Кендалл М. Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. М. Стюарт. – Москва : Наука, 1973. – 900 с.

3. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – Москва : Мир, 1975. – 632 с.

4. Леман Э. Теория точечного оценивания / Э. Леман. – Москва : Наука, 1991. – 448 с.

5. Биркгоф Г. Теория решеток / Г. Биркгоф. – Москва : Наука, 1984. – 568 с.

6. Артамонов В. А. Общая алгебра. Т. 1 / [В. А. Артамонов, В. Н. Салий, Л. А. Скорняков и др.]; под общ. ред. Л. А. Скорнякова. – Москва : Наука, 1991. – 592 с.

7. Дэйвид Г. Порядковые статистики / Г. Дэйвид. – Моква : Наука, 1979. – 336 с.

8. Huber P.J. Robust Statistics. N.Y., John Wiley & Sons, 1981. – 308 p.

9. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. – Новосибирск : Наука, 1997. – 772 с.

10. Ефимов А. Н. Порядковые статистики – их свойства и приложения / А. Н. Ефимов. – Москва : Знание, 1980. – 64 с.

11. Kung H.T. Systolic arrays (for VLSI) / H. T. Kung, C.E. Leiserson // Sparse Matrix Proc., SIAM. – 1979. – P. 256-282.

12. Jaeckel L. A. Some flexible estimates of location / L. A. Jaeckel // Ann. Math. Statist. 42. – 1971. – № 42. – P. 1540-1552.

13. Хампель Ф. Робастность в статистике / [Ф. Хампель, Э. Рончетти, П. Рауссеу, В. Штаэль]. – Москва : Мир, 1989. – 512 с.

14. Hodges J. L. Estimates of location based on rank tests / J. L. Hodges, E. L. Lehmann // Ann. Math. Statist. – 1963. – №34. – P. 598-611.

15. Jaeckel L.A. Robust estimates of location / L. A. Jaeckel // Ph. D. thesis, University of California, Berkely, 1969.

Дата надходження в редакцію: 18.02.2015 р. Рецензент: д.т.н., проф. К. С. Сундучков