ISSN 9125 0912. *Вiсник Днiпропетровського унiверситету. Серiя: Математика. 2013, вип.* **18**

УДК 517.5

О продолжении функций, интегрируемых с весом на $[-1;1]$ и удовлетворяющих условию типа Липшица

С. В. Гончаров

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара,
Днепропетровск 49050. *E-mail: sergon.public@gmail.com*

Наведено спосiб продовження iнтегровних з вагою на вiдрiзку функцiй, що задовольняють умовi типу iнтегральної умови Лiпшица, на всю пряму.

Ключовi слова: **iнтегральна метрика, умова Лiпшица, функцiя ваги.**

Приведён способ продолжения интегрируемых с весом на отрезке функций, удовлетворяющих условию типа интегрального условия Липшица, на всю прямую.

Ключевые слова: **интегральная метрика, условие Липшица, функция веса.**

We show the method to expand functions being integrable with a weight on the interval, and satisfying condition of integral Lipschitz type, on the whole line.

Key words: **integral metric, Lipschitz condition, weight function.**

Пусть $\alpha \in (-1;+\infty)$, $\beta \in (-1;+\infty)$; $p \in [1;+\infty)$; $\nu \in (0;1]$.

Вес $W\colon [-1;+1] \to \mathbb{R}$: $W(t) = B(t)(1-t)^{\alpha}(1+t)^{\beta}$, где $0 < C_1 \leqslant B(t) \leqslant C_2$. Пусть $W^*\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ — «зеркально-периодическое» продолжение веса $W(\cdot)$ с $[-1;1]$ на $\mathbb{R}$, т.е. $W^*(x) = W(x)$ при $x \in [-1;1]$ и $W^*(-1-t) = W^*(-1+t)$, $W^*(1+t) = W^*(1-t)$.

Далее считаем вес W уже продолженным до W^*, $W = W^*$.

$L^p_W[a;b]$ — пространство функций $F\colon [a;b]\to\mathbb{R}$: $\|F\|_{L^p_W[a;b]} = \big(\int\limits_a^b |F(x)|^p W(x)dx\big)^{\frac{1}{p}} < \infty$.

Классы $K\mathcal{L}^p_W[a;b] = \big\{F \in L^p_W[a;b]\colon \|F\|_{L^p_W[a;b]} \leqslant K\big\}$, $M\mathcal{H}^{(\nu)}_{p;W}[a;b] =$

$$= \big\{F \in L^p_W[a;b]\colon \forall h \in (0;1)\ \Psi(F;a;b;h) = \big(\int\limits_a^{b-h} |F(x+h)-F(x)|^p \overline{W}(x;x+h)dx\big)^{\frac{1}{p}} \leqslant M h^{\nu}\big\}$$

$(b-a>1)$, где $\overline{\varphi}(a;b) = \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b \varphi(u)du$; при $a=-\infty$, $b=+\infty$ — $K\mathcal{L}^p_W(\mathbb{R})$ и $M\mathcal{H}^{(\nu)}_{p;W}(\mathbb{R})$.

Теорема 1. *Пусть* $F \in \mathcal{L}^p_W[-1;1] \cap \mathcal{H}^{(\nu)}_{p;W}[-1;1]$.

Тогда существуют константы $K^* = K^*_{\alpha;\beta;p;\nu}$, $M^* = M^*_{\alpha;\beta;p;\nu}$ *и функция* $F^*\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *такие, что* $F^*(x) = F(x)$ *при* $x \in [-1;1]$ *и* $F^* \in K^*\mathcal{L}^p_W(\mathbb{R}) \cap M^*\mathcal{H}^{(\nu)}_{p;W}(\mathbb{R})$.

Этот результат для $W(t) \equiv 1$ ($\alpha = \beta = 0$, $B(t) \equiv 1$) получен в [1]. Дальнейшие рассуждения являются частичной модификацией предложенного там метода.

Доказательство. **I.** Вначале продолжим $F(\cdot)$ с $[-1;1]$ до $F_1(\cdot)$ на $[-1;3]$ так, что $\|F_1\|_{L^p_W[-1;3]} \leqslant K_1$ и $\forall h \in (0;h_0)$ $\Psi(F_1;-1;3;h) \leqslant M_1 h^\nu$, где K_1 и M_1 — некоторые константы, а $h_0 \in (0;1)$ — достаточно малая абсолютная константа.

Сделав замену $x = 1-t$, перейдём к весу $w(t) = W(1-t)$ ($w(t) = b(t)t^\alpha(2-t)^\beta$ при $t \in (0;2)$ и $w(t) = w(-t)$; ввиду последнего равенства $\overline{w}(a;b) = \overline{w}(-b;-a)$), функции $f(t){=}F(1{-}t)$ и величинам $\|g\|_{L^p_w[a;b]} = \big(\int\limits_a^b |g(t)|^p w(t)dt\big)^{\frac{1}{p}}$, $\psi(g;a;b;h) =$

$$= \Big(\int\limits_a^{b-h} |g(t+h)-g(t)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} = \Big(\int\limits_{a+h}^{b} |g(t)-g(t-h)|^p \overline{w}(t-h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}},$$

определяющим классы $K\mathcal{L}^p_w[a;b]$ и $M\mathcal{H}^{(\nu)}_{p;w}[a;b]$. Тогда $f \in \mathcal{L}^p_w[0;2] \cap \mathcal{H}^{(\nu)}_{p;w}[0;2]$.

Положим $f_1(t) = f(|t|)$, $t \in [-2;2]$. Очевидно, $\|f_1\|^p_{L^p_w[-2;2]} = 2\|f\|^p_{L^p_w[0;2]} \leqslant 2$, поэтому $f_1 \in K_1\mathcal{L}^p_w[-2;2]$. Возьмём $\forall h \in (0;h_0)$ и оценим $\psi(f_1;-2;2;h) =$
$$= \Big(\int\limits_{-2+h}^{2} |f_1(t)-f_1(t-h)|^p \overline{w}(t-h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}} \leqslant 3^{\frac{1}{p}}\Big(\Big(\int\limits_{-2+h}^{0}(...)\Big)^{\frac{1}{p}} + \Big(\int\limits_0^h(...)\Big)^{\frac{1}{p}} + \Big(\int\limits_h^2(...)\Big)^{\frac{1}{p}}\Big);$$
при этом $\int\limits_{-2+h}^{0}(...)dt = \int\limits_h^2(...)dt = \psi^p(f;0;2;h) \leqslant h^{\nu p}$. Используя теорему Фубини, оценим $\mu_{1;2}(h) = \big(\int\limits_0^h(...)dt\big)^{\frac{1}{p}} = \big(\int\limits_0^h |f(t)-f(h-t)|^p\overline{w}(t-h;t)dt\big)^{\frac{1}{p}}$. $\forall t \in [0;h]$:
$$\int\limits_{2h}^{4h} |f(t){-}f(h{-}t{+}u)|^p du \leqslant \int\limits_{2t}^{4h+2t} |f(t){-}f(h{-}t{+}u)|^p du \overset{u=v+2t}{=} \int\limits_0^{4h} |f(t){-}f(h{+}t{+}v)|^p dv \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \int\limits_{2h}^{4h}\Big(\int\limits_0^h |f(t){-}f(h{-}t{+}u)|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt\Big)du {=} \int\limits_0^h\Big(\int\limits_{2h}^{4h} |f(t){-}f(h{-}t{+}u)|^p du\Big)\overline{w}(t{-}h;t)dt \leqslant$$
$$\leqslant \int\limits_0^h\Big(\int\limits_0^{4h} |f(t){-}f(h{+}t{+}v)|^p dv\Big)\overline{w}(t{-}h;t)dt \overset{v=2u-4h}{=} \int\limits_0^h\Big(2\int\limits_{2h}^{4h} |f(t){-}f(t{+}2(u{-}\tfrac{3}{2}h))|^p du\Big)\times$$
$$\times\overline{w}(t{-}h;t)dt {=} \int\limits_{2h}^{4h}\Big(2\int\limits_0^h |f(t){-}f(t{+}2(u{-}\tfrac{3}{2}h))|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt\Big)du.$$ Следовательно,
$$\int\limits_{2h}^{4h}\Big[\int\limits_0^h |f(t){-}f(h{-}t{+}u)|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt{-}2\int\limits_0^h |f(t){-}f(t{+}2(u{-}\tfrac{3}{2}h))|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt\Big]du \leqslant 0,$$ и
$$\exists v_0{\in}[2h;4h]\text{: } \int\limits_0^h |f(t){-}f(h{-}t{+}v_0)|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt{\leqslant}2\int\limits_0^h |f(t){-}f(t{+}2(v_0{-}\tfrac{3}{2}h))|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt$$
причём $\tilde{h} = 2(v_0 - \frac{3}{2}h) \in [h;5h]$. Тогда по неравенству Минковского $\mu_{1;2}(h){\leqslant}$
$$\leqslant \underbrace{\Big(\int\limits_0^h |f(t){-}f(h{-}t{+}v_0)|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{1;2;1}(h)} + \underbrace{\Big(\int\limits_0^h |f(h{-}t{+}v_0){-}f(h{-}t)|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{1;2;2}(h)}$$
$$\mu_{1;2;1}(h){\leqslant}\Big(2\int\limits_0^h |f(t{+}\tilde{h}){-}f(t)|^p\overline{w}(t{-}h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}}{=}\Big(2\int\limits_0^h |f(t{+}\tilde{h}){-}f(t)|^p\overline{w}(t;t{+}\tilde{h})R_1(h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}}$$
где $R_1(h;t){=}\frac{\tilde{h}}{h}\Big[\int\limits_t^{t+\tilde{h}} w(u)du\Big]^{-1}\int\limits_{t-h}^{t} w(u)du \leqslant 5\Big[\int\limits_t^{t+\tilde{h}} w(u)du\Big]^{-1}\Big\{\int\limits_0^{h-t} w(u)du{+}\int\limits_0^t w(u)du\Big\}$.

Для $h_0 \leqslant \frac{1}{2}$ $0 \leqslant t < t+h \leqslant t+\tilde{h} \leqslant 1 \Rightarrow w(u) = b(u)u^\alpha(2-u)^\beta \in [C_\beta^{(1)} u^\alpha; C_\beta^{(2)} u^\alpha]$, $C_\beta^{(1)} > 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow R_1(h;t) \leqslant C_3 \Big[\int\limits_t^{t+\tilde{h}} u^\alpha du\Big]^{-1} \cdot \Big\{\int\limits_0^t u^\alpha du + \int\limits_0^{h-t} u^\alpha du\Big\} \leqslant C_4 h^{1+\alpha} \Big[\int\limits_t^{t+\tilde{h}} u^\alpha du\Big]^{-1}$.

(a) $\alpha \leqslant 0$: $u^\alpha \geqslant (t+\tilde{h})^\alpha \geqslant (h+5h)^\alpha \Rightarrow R_1(h;t) \leqslant C_5 h^{1+\alpha} \cdot \tilde{h}^{-1} \cdot h^{-\alpha} = C_5 \frac{h}{\tilde{h}} \leqslant C_5$.

(b) $\alpha > 0$: $R_1(h;t) \leqslant C_6 h^{1+\alpha} \Big[(t+\tilde{h})^{1+\alpha} - t^{1+\alpha}\Big]^{-1}$. $g(t) = (t+\tilde{h})^{1+\alpha} - t^{1+\alpha}$ на $[0;+\infty)$ возрастает $(g'(t) > 0) \Rightarrow g(t) \geqslant g(0) = \tilde{h}^{1+\alpha} \geqslant h^{1+\alpha}$, и $R_1(h;t) \leqslant C_6$. Так что

$\forall \alpha > -1$: $R_1(h;t) \leqslant C_7 \Rightarrow \mu_{1;2;1}(h) \leqslant C_8 \psi(f;0;h+\tilde{h};\tilde{h}) \leqslant C_8 \psi(f;0;2;\tilde{h}) \leqslant C_9 h^\nu$.

$\mu_{1;2;2}(h) \overset{h-t=z}{=} \Big(\int\limits_0^h |f(z+v_0) - f(z)|^p \overline{w}(z-h;z)dz\Big)^{\frac{1}{p}} = \Big(\int\limits_0^h |...|^p \overline{w}(z;z+v_0) R_2(h;z)dz\Big)^{\frac{1}{p}}$,
где $R_2(h;z) = \frac{\overline{w}(z-h;z)}{\overline{w}(z;z+v_0)} \leqslant C_{10}$ аналогично оценкам R_1 ввиду $v_0 \in [2h;4h]$.

Значит, $\mu_{1;2;2}(h) \leqslant C_{11}\psi(f;0;2;v_0) \leqslant C_{12}h^\nu$. А $\mu_{1;2}(h) \leqslant \mu_{1;2;1}(h) + \mu_{1;2;2}(h) \leqslant C_{13}h^\nu$, откуда $\psi(f_1;-2;2;h) \leqslant C_{14}h^\nu$, т.е. $f_1 \in M_1\mathcal{H}_{p;w}^{(\nu)}[-2;2]$.

Тогда и функция $F_1(x) = f_1(1-x) \in K_1\mathcal{L}_W^p[-1;3] \cap M_1\mathcal{H}_{p;W}^{(\nu)}[-1;3]$.

II. Теперь построим $F_2\colon [-1;+\infty) \to \mathbb{R}$: $F_2(x) = F(x)$ при $x \in [-1;1]$,

$$\|F_2\|_{L_W^p[-1;+\infty)} \leqslant K_2 \text{ и } \forall h \in (0;h_0)\ \Psi(F_2;-1;+\infty;h) \leqslant M_2 h^\nu.$$

Для этого вновь перейдём к переменной $t = 1-x$ и рассмотрим функцию

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t \in (-\infty;-1], \\ \lambda(t)f_1(t), & t \in [-1;2], \end{cases} \text{ где } \lambda(t) = \begin{cases} 1+t, & t \in [-1;0], \\ 1, & t \in [0;2]. \end{cases}$$

$\|f_2\|_{L_w^p(-\infty;2]}^p = \int\limits_0^1 (1-z)^p |f(z)|^p w(z)dz + \|f\|_{L_w^p[0;2]}^p \leqslant 2\|f\|_{L_w^p[0;2]}^p \leqslant 2 \Rightarrow f_2 \in K_2\mathcal{L}_w^p(-\infty;2]$.

$\forall h \in (0;h_0)$ оценим $\psi(f_2;-\infty;2;h) = \Big(\int\limits_{-\infty}^{2-h} |f_2(t+h) - f_2(t)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} \leqslant$

$$\leqslant 5^{\frac{1}{p}} \Big[\underbrace{\Big(\int\limits_{-\infty}^{-1-h}(...)\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{2;1}(h)} + \underbrace{\Big(\int\limits_{-1-h}^{-1}(...)\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{2;2}(h)} + \underbrace{\Big(\int\limits_{-1}^{-h}(...)\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{2;3}(h)} + \underbrace{\Big(\int\limits_{-h}^{0}(...)\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{2;4}(h)} + \underbrace{\Big(\int\limits_{0}^{2-h}(...)\Big)^{\frac{1}{p}}}_{\mu_{2;5}(h)}\Big]$$

1, 5) $\mu_{2;1}(h) = 0$ $(t \leqslant t+h \leqslant -1)$, а $\mu_{2;5}(h) = \psi(f;0;2;h) \leqslant h^\nu$.

2) $\mu_{2;2}(h) = \Big(\int\limits_{-1-h}^{-1} |(1+t+h)f_1(t+h)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} \leqslant h\Big(\int\limits_{-1-h}^{-1} |f_1(t+h)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} =$
$= h\Big(\int\limits_{-1}^{-1+h} |f_1(z)|^p \overline{w}(z-h;z)dz\Big)^{\frac{1}{p}} = h\Big(\int\limits_{1-h}^{1} |f(t)|^p w(t) R_3(h;t)dt\Big)^{\frac{1}{p}}$; $R_3(h;t) = \frac{\overline{w}(t;t+h)}{w(t)} \leqslant C_{15}$,
поскольку $h_0 \leqslant \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < t < t+h < \frac{3}{2} \Rightarrow w(t) = b(t)t^\alpha(2-t)^\beta \geqslant C_{16} > 0$, а $\overline{w}(t;t+h) = \frac{1}{h}\int\limits_t^{t+h} w(u)du \leqslant C_{17}$. Значит, $\mu_{2;2}(h) \leqslant C_{18}h\|f\|_{L_w^p[1-h;1]} \leqslant C_{18}h \leqslant C_{18}h^\nu$.

3) $\mu_{2;3}(h) \leqslant \Big(\int\limits_{-1}^{-h} |(1+t)(f_1(t+h) - f_1(t))|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} + \Big(\int\limits_{-1}^{-h} |hf_1(t+h)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} \leqslant$

$$\leqslant \psi(f_1;-1;0;h) + h\Big(\int\limits_{-1+h}^{0} |f_1(z)|^p \overline{w}(z-h;z)dz\Big)^{\frac{1}{p}} \leqslant M_1 h^\nu + h\Big(\int\limits_0^{1-h} |f(t)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\Big)^{\frac{1}{p}} =$$

$= M_1 h^\nu + h\mu_{2;3;2}(h)$. При этом $\mu_{2;3;2}(h) \leqslant \big(\int\limits_0^{1-h} |f(t) - f(t+h)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\big)^{\frac{1}{p}} +$

$$+\big(\int\limits_0^{1-h} |f(t+h)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\big)^{\frac{1}{p}} = \psi(f;0;1;h) + \big(\int\limits_0^{1-h} |f(t+h)|^p w(t+h) R_4(h;t)dt\big)^{\frac{1}{p}},$$

где $R_4(h;t) = \frac{\overline{w}(t;t+h)}{w(t+h)}$. Аналогично оценкам R_1, $R_4(h;t) \leqslant C_{19}(t+h)^{-\alpha} \cdot \frac{1}{h} \int\limits_t^{t+h} u^\alpha du$.

(a) $\alpha \leqslant 0$: для $t \in [0;h]$ $R_4(h;t) \leqslant \frac{C_{20}}{h}(t+h)^{-\alpha} \cdot u^{1+\alpha}\big|_t^{t+h} \leqslant \frac{C_{20}}{h}(t+h)^{-\alpha}(t+h)^{1+\alpha} \leqslant 2C_{20}$, а для $t \in [h;1-h]$ $R_4(h;t) \leqslant C_{19}(t+h)^{-\alpha} \cdot t^\alpha = C_{19}\big(1+\frac{h}{t}\big)^{-\alpha} \leqslant 2^{-\alpha} C_{19}$.

(b) $\alpha > 0$: $R_4(h;t) \leqslant C_{19}(t+h)^{-\alpha} \cdot (t+h)^\alpha = C_{19}$.

Следовательно, $\mu_{2;3;2}(h) \leqslant h^\nu + C_{21}\|f\|_{L_w^p[h;1]} \leqslant C_{22} \Rightarrow \mu_{2;3}(h) \leqslant M_1 h^\nu + hC_{22} \leqslant C_{23} h^\nu$.

4) $\mu_{2;4}(h) \leqslant \big(\int\limits_{-h}^{0} |f_1(t+h) - f_1(t)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\big)^{\frac{1}{p}} + \big(\int\limits_{-h}^{0} |tf_1(t)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\big)^{\frac{1}{p}} \leqslant$

$$\leqslant \psi(f_1;0;2;h) + h\big(\int\limits_{-h}^{0} |f_1(t)|^p \overline{w}(t;t+h)dt\big)^{\frac{1}{p}} \leqslant M_1 h^\nu + h\big(\int\limits_0^h |f_1(t)|^p \overline{w}(t-h;t)dt\big)^{\frac{1}{p}} =$$

$$= M_1 h^\nu + h\mu_{2;4;2}(h);\ \mu_{2;4;2}(h) \leqslant 2^{\frac{1}{p}}\Big(\big(\int\limits_{\frac{h}{2}}^{h}(\ldots)\big)^{\frac{1}{p}} + \big(\int\limits_0^{\frac{h}{2}}(\ldots)\big)^{\frac{1}{p}}\Big) = 2^{\frac{1}{p}}\big(\mu_{2;4;2;1}(h) + \mu_{2;4;2;2}(h)\big).$$

i) $\mu_{2;4;2;1}(h) = \big(\int\limits_{\frac{h}{2}}^{h} |f_1(t)|^p w(t) R_5(h;t)dt\big)^{\frac{1}{p}}$, $R_5(h;t) = \frac{\overline{w}(t-h;t)}{w(t)}$. Применяя оценки R_1 для $\overline{w}(t-h;t) \leqslant C_{24} h^{-1}\big(t^{1+\alpha} + (h-t)^{1+\alpha}\big) \leqslant C_{25} h^\alpha$ и для $w(t) \geqslant C_{26} t^\alpha$:

$$R_5(h;t) \leqslant C_{27} h^\alpha t^{-\alpha} \leqslant C_{28}\ \big(\tfrac{t}{h} \in [\tfrac{1}{2};1]\big) \Rightarrow \mu_{2;4;2;1}(h) \leqslant C_{29}\|f_1\|_{L_w^p[\frac{h}{2};h]} \leqslant C_{29}$$

ii) $\mu_{2;4;2;2}(h) \leqslant \big(\int\limits_0^{\frac{h}{2}} |f_1(t) - f_1(t-h)|^p \overline{w}(t-h;t)dt\big)^{\frac{1}{p}} + \big(\int\limits_0^{\frac{h}{2}} |f_1(t-h)|^p \overline{w}(t-h;t)dt\big)^{\frac{1}{p}} =$

$$= \psi(f_1;-h;\tfrac{h}{2};h) + \big(\int\limits_{-h}^{-\frac{h}{2}} |f_1(z)|^p \overline{w}(z;z+h)dz\big)^{\frac{1}{p}} = \psi(f_1;-h;\tfrac{h}{2};h) + \mu_{2;4;2;1}(h) \leqslant C_{30}$$

Из **(i)** и **(ii)** вытекает, что $\mu_{2;4;2}(h) \leqslant C_{31}$, откуда $\mu_{2;4}(h) \leqslant C_{32} h^\nu$.

Ввиду **(1) – (5)** $\psi(f_2;-\infty;2;h) \leqslant M_2 h^\nu$, т.е. $f_2 \in M_2 \mathcal{H}_{p;w}^{(\nu)}(-\infty;2]$.

Тогда и функция $F_2(x) = f_2(1-x) \in K_2 \mathcal{L}_W^p[-1;+\infty) \cap M_2 \mathcal{H}_{p;W}^{(\nu)}[-1;+\infty)$.

III. Аналогично **(I) – (II)**, продолжаем $F_2(\cdot)$ с $[-1;+\infty)$ до $F_3(\cdot)$ на $(-\infty;+\infty)$ (можно взять $\hat{F}_2(x) = F_2(-x)$ и вес $\hat{W}(x) = W(-x)$, при этом в рассуждениях из **(I) – (II)** меняются местами α и β) так, что $F_3(x) = F_2(x) = F(x)$ при $x \in [-1;1]$, $\|F_3\|_{L_W^p(\mathbb{R})} \leqslant K_3$ и $\forall h \in (0;h_0)$ $\Psi(F_3;-\infty;+\infty;h) \leqslant M_3 h^\nu$.

Построенная функция $F_3(\cdot)$ является искомой $F^*(\cdot)$.

Библиографические ссылки

1. *Дзядык В. К.* О продолжении функций, удовлетворяющих условию Липшица в метрике L_p. / В. К. Дзядык // Математ. сбор. — 1956. — т. 40 (82). — № 2. — С. 239–242.

Надійшла до редколегії 18.04.2013