

2. **Templin R.J.** Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine / R.J. Templin // National Research Council of Canada. Rep. LTR-160. –1974. –P.185.
3. **Strickland J.H.** A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study / J.H. Strickland // Sandia laboratories report SAND79-7058. – 1980. –P. 253.
4. **Пройс Р.Д.** Аэродинамика винта в нестационарном потенциальном потоке и ее приложение к расчету крыльчатых ветряков / Р.Д.Пройс, Э.О. Сусью, Л. Морино // Ракетная техника и космонавтика. – 1980. № 5. –С.44–53.
5. **Paraschivoiu I.** Wind turbine design with emphasis on Darrieus concept / I. Paraschivoiu. – Canada: Polytechnic international press, 2002. – 438 p.
6. **Rung T.** Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation / T. Rung, U. Bunge, M. Schatz, F.Thiele // AIAA Journal. – 2003. – Vol. 4, № 7. – P.1396–1399.
7. **Rogers S.E.** An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations / S.E. Rogers, D. Kwak // AIAA Journal. –1990. –Vol.28, № 2. –P. 253–262.
8. **Приходько А.А.** Компьютерное моделирование аэродинамики подвижных роторов ветроагрегатов Дарье и Савониуса / А.А. Приходько, Д.А. Редчиц // Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы. – 2006. – Т. 2. – С. 120–142.
9. **Приходько А.А.** Численное моделирование дозвукового обтекания осциллирующего профиля на основе уравнений Навье-Стокса / А.А. Приходько, Д.А. Редчиц // Техническая механика. – 2006. – № 1. – С. 104–114.
10. **Приходько А.А.** Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса / А.А.Приходько, Д.А. Редчиц // Прикладная гидромеханика. – 2005. – Т.7, № 1. – С.56–71.
11. **Приходько А.А.** Математическое моделирование динамики и аэродинамики вертикально-осевых ветроагрегатов / А.А. Приходько, Д.А. Редчиц // Вестник Харк. нац. ун-та. – 2005. – № 703. Вып. 5. – С. 178–197.
12. **Редчиц Д. А.** Численное решение связанной задачи динамики и аэродинамики ротора ветроагрегатов / Д.А.Редчиц, А.А.Приходько // Космическая наука и технология. – 2005. – Т. 11, № 1, – С. 27–35.
13. **Редчиц Д.А.** Алгоритм численного решения двумерных течений несжимаемой жидкости на основе уравнений Навье-Стокса и его верификация / Д.А. Редчиц // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Механіка. – 2004. – Вип.8. – т. 1, № 6. – С. 67–75.
14. **Blackwell V.F.** Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius Rotors / V.F. Blackwell, R.E. Sheldahl, L.V. Feltz // Sandia National Laboratories. SAND76-0131. – 1976. –P. 105.

Надійшла до редколегії 10.11.08

УДК 532.516

В.И. Елисеев, В.В. Давидсон

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ В ДИФФУЗИОННЫХ СЛОЯХ СЛАБО КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

На основі теорії іонообміну розглянуто проходження електричних струмів у слабо концентрованих електролітах. Отримано аналітичні розв'язки і проведено аналіз характеристичного рівняння. Знайдені якісні закономірності проходження сталих і змінних струмів у даному середовищі.

Введение. Диэлектрическая спектроскопия давно вошла в число наиболее употребительных способов количественного и качественного анализа вещества. Свойства диэлектрика наиболее полно проявляются в закономерностях его взаимодействия с переменным электрическим полем. Однако, развитие диэлектрических методов исследования часто осложняется трудностями теоретической интерпретации экспериментальных данных из-за множественности механизмов поляризации.

Одним из основных пунктов теории диэлектриков является вопрос о соотношении вкладов объемной и поверхностной поляризации. Особое значение этот вопрос приобретает при изучении коллоидных и макромолекулярных систем [1], в которых дисперсионной средой, обычно, является вода, представляющая собой, как известно, полиэлектролит. Поверхностная поляризация – это целый спектр физических явлений, связанный с молекулярным взаимодействием несмешивающихся жидких и твердых сред друг с другом. Она приводит к образованию двойных электрических слоев на границах раздела двух сред, практически не поддающихся экспериментальному измерению. Методы экспериментального и теоретического исследования электрических токов в объеме жидких сред более развиты, вследствие чего из комплекса явлений возможно выделение эффектов, связанных с объемными электрическими процессами. В данной работе на основе теории ионпереноса в электрохимических системах проведено исследование процессов, сопровождающих протекание постоянного и переменного тока в объеме сильно разбавленного электролита.

Постановка задачи. В качестве электролита рассматривается чистая вода, в которой в соответствии с физико-химическими законами существуют ионы OH^- и H_3O^+ , взаимодействующие друг с другом по схеме $2\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{OH}^- + \text{H}_3\text{O}^+$. Используя теорию переноса ионов в электролитах и теорию электрического поля в диэлектриках [2,3] выпишем основные уравнения переноса в диффузионном слое

$$\frac{\partial N_{\text{H}_2\text{O}}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\text{H}_2\text{O}} \frac{\partial N_{\text{H}_2\text{O}}}{\partial x} \right) - J, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_{\text{H}_3\text{O}}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\text{H}_3\text{O}} \frac{\partial N_{\text{H}_3\text{O}}}{\partial x} + w_{\text{H}_3\text{O}} N_{\text{H}_3\text{O}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + J, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_{\text{OH}}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\text{OH}} \frac{\partial N_{\text{OH}}}{\partial x} - w_{\text{OH}} N_{\text{OH}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + J, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{F}{\varepsilon_0 \varepsilon} (N_{\text{H}_3\text{O}} - N_{\text{OH}}), \quad (4)$$

$$J = k_{pr} N_{\text{H}_2\text{O}}^2 - k_{obr} N_{\text{OH}} N_{\text{H}_3\text{O}}. \quad (5)$$

где N_j – мольная концентрация компоненты, моль/м³; D_j – коэффициент диффузии, м²/с; w_j – подвижность, м²/(В·с); ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; ε – коэффициент диэлектрической проницаемости воды; μ –

коэффициент магнитной проницаемости; F – число Фарадея, Кул/моль; c – скорость света, м/с.

Введем безразмерные величины $\zeta = x/h$; $\tau = t/T$; h – расстояние между пластинами, м; $T = h^2/D_{H_2O}$ – масштаб времени, с; а также сделаем замену $N_{H_2O} = A_{H_2O}$, $N_{H_3O} = A_{H_3O}/Z$, $N_{OH} = ZA_{OH}$, $N_M = A_M/Z^2$, $Z = \exp(\chi\phi)$, $\chi = w_j/D_j$; тогда будем иметь следующие уравнения:

$$\frac{\partial A_{H_2O}}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial A_{H_2O}}{\partial \zeta} \right) - TJ, \quad (6)$$

$$Z \frac{\partial A_{H_3O}}{\partial \tau} - A_{H_3O} \frac{\partial Z}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(Z^2 \frac{\partial A_{H_3O}}{\partial \zeta} \right) + Z^2 TJ, \quad (7)$$

$$Z \frac{\partial A_{OH}}{\partial \zeta} + A_{OH} \frac{\partial Z}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(Z \frac{\partial A_{OH}}{\partial \zeta} \right) + TJ, \quad (8)$$

$$\left[\frac{\partial^2 Z}{\partial \zeta^2} - \chi^{-1} \left(\frac{\partial Z}{Z \partial \zeta} \right)^2 - \frac{h^2}{T^2} \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \left[\frac{\partial^2 Z}{\partial \tau^2} - \chi^{-1} \left(\frac{\partial Z}{Z \partial \tau} \right)^2 \right] \right] =$$

$$= \chi \Phi (Z^2 A_{OH} - A_{H_3O}) \quad (9)$$

$$J = k_{pr} A_{H_2O}^2 - k_{obr} A_{OH} A_{H_3O}. \quad (10)$$

Построим следующую асимптотику: $Z = 1 + Z_1 + \dots$, $A_j = A_0^j + A_1^j + \dots$ и ограничимся первым приближением. Учитывая электронейтральность среды в межэлектродном слое при отсутствии напряжения, для A_0^j будем иметь:

$$A_0^{OH} = A_0^{H_3O}, \quad J = k_{pr} (A_0^{H_2O})^2 - k_{obr} A_0^{OH} A_0^{H_3O} = 0, \quad (11)$$

откуда следует, что A_0^j постоянны в слое и равны

$$A_0^{OH} = A_0^{H_3O} = \left(\frac{k_{pr}}{k_{obr}} \right)^{1/2} A_0^{H_2O} = K^{1/2} A_0^{H_2O}. \quad (12)$$

Учитывая, что молярная концентрация воды $A_0^{H_2O} = \rho c_{H_2O} / M_{H_2O}$ (ρ – плотность жидкости, M_{H_2O} – молекулярная масса) и принимая массовую концентрацию воды c_{H_2O} равной единице, получим, что $A_0^{H_2O} = 55555.56$ моль/м³. Из [4] имеем $k_{pr} = 2.6 \cdot 10^{-5} / A_0^{H_2O} = 4.68 \cdot 10^{-10}$, $k_{obr} = 1.3 \cdot 10^8$ м³/с·моль, откуда

$A_0^{OH} = 1.054 \cdot 10^{-4}$ моль/м³. Эта величина соответствует справочному значению. В первом приближении будем иметь

$$\frac{\partial A_1^{H2O}}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial A_1^{H2O}}{\partial \zeta} \right) - TJ_1, \quad (13)$$

$$\frac{\partial A_1^{H3O}}{\partial \tau} - A_0^{H3O} \frac{\partial Z_1}{\partial \tau} = \overline{D_{H3O}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial A_1^{H3O}}{Z \partial \zeta} \right) + TJ_1, \quad (14)$$

$$\frac{\partial A_1^{OH}}{\partial \tau} + A_0^{OH} \frac{\partial Z_1}{\partial \tau} = \overline{D_{OH}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial A_1^{OH}}{\partial \zeta} \right) + TJ_1, \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 Z_1}{\partial \zeta^2} - \frac{h^2}{T^2} \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 Z_1}{\partial \tau^2} = \chi \Phi \left(A_1^{OH} - A_1^{H3O} + 2A_0^{OH} Z_1 \right). \quad (16)$$

Стационарное решение. Решение для неподвижных зарядов представлено во многих изданиях, например [5; 6]. В нашем случае приводим стационарное решение с учетом движения зарядов и химической реакции. Это решение интересно для получения величины активного сопротивления в рассматриваемой среде. Отбросив члены со временем, получим простые уравнения, в результате решения которых будем иметь:

$$A_1^{H3O} = \left(a_{\pm} \exp(\pm \mu \zeta) + \frac{R + S \zeta}{\overline{D_{OH}} K_{H3O}^{st} + \overline{D_{H3O}} K_{OH}^{st}} \right),$$

$$A_1^{OH} = \frac{G \zeta + P}{\overline{D_{OH}}} + \frac{\overline{D_{H3O}}}{\overline{D_{OH}}} \left(a_{\pm} \exp(\pm \mu \zeta) + \frac{R + S \zeta}{\overline{D_{OH}} K_{H3O}^{st} + \overline{D_{H3O}} K_{OH}^{st}} \right), \quad (17)$$

где $\mu = \left(T \frac{\overline{D_{OH}} K_{H3O}^{st} + \overline{D_{H3O}} K_{OH}^{st}}{\overline{D_{OH}} \overline{D_{H3O}}} \right)^{1/2}$; $K_{OH}^{st} = k_{pr} A_0^{H2O} \overline{D_{OH}} + k_{obr} A_0^{OH}$;

$K_{H3O}^{st} = k_{pr} A_0^{H2O} \overline{D_{H3O}} + k_{obr} A_0^{OH}$; G, P, R, S, a_{\pm} – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий. Для электролитов постановка граничных условий связана с большими трудностями, поскольку как они определяются приэлектродными процессами, физико-химией поверхностных явлений с участием двойных электрических слоев. В данной работе рассматриваются процессы переноса в объеме жидкости, вследствие чего граничные условия можно не рассматривать.

Составим теперь выражение для электрического тока. Токи в электролитах осуществляются движущимися ионами, в данном случае одновалентными ионами OH^- и $H3O^+$, поэтому можно записать, что

$$i = F [(-1)g_{OH} + (+1)g_{H3O}], \quad (18)$$

где g_{OH} и g_{H_2O} — мольные потоки компонентов. Выписывая их, получим

$$g_{OH} = - \left(D_{OH} \frac{\partial N_{OH}}{\partial x} - w_{OH} N_{OH} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = - \frac{D_{H_2O}}{h} \overline{D_{OH}} Z \frac{\partial A_{OH}}{\partial \zeta},$$

$$g_{H_2O} = - \left(D_{H_2O} \frac{\partial N_{H_2O}}{\partial x} + w_{H_2O} N_{H_2O} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = - \frac{D_{H_2O}}{h} \overline{D_{H_2O}} \frac{\partial A_{OH}}{Z \partial \zeta}. \quad (19)$$

Подставляя выражения (17) в (19) и (18), получим:

$$i = \frac{D_{H_2O}}{h} F \left[G + \frac{(D_{H_2O} - D_{OH})}{D_{OH} K_{H_2O}^{st} + D_{H_2O} K_{OH}^{st}} S \right], \quad (20)$$

Интересно отметить, что в выражение (20) не входит решение вида $a_{\pm} \exp(\pm \mu \zeta)$, которое присутствует в (17), то есть оно не участвует в создании электрического тока в объеме жидкости в стационарных условиях. С помощью выражений (17) несложно получить общее решение для потенциала с точностью до постоянной

$$Z_1 = b_{\pm} \exp(\pm \nu \zeta) + c_{\pm} \exp(\pm \mu \zeta) + \frac{1}{2 D_{OH} A_0^{OH}} \left[G + \frac{(D_{H_2O} - D_{OH})}{D_{OH} K_{H_2O}^{st} + D_{H_2O} K_{OH}^{st}} S \right] \zeta, \quad (21)$$

где $\nu = (2 \chi F A_0^{OH})^{1/2}$. Из (21) видно, что еще одна составляющая поля не участвует в создании постоянного электрического тока. Если отбросить два первых слагаемых, то между током и потенциалом устанавливается простая зависимость, которая с учетом (20) приобретает классический вид закона Ома

$$\Delta \phi = \frac{h}{2 w_{OH} F A_0^{OH}} i, \quad (22)$$

где величина $\kappa = 2 w_{OH} F A_0^{OH}$ является проводимостью. При постановке сюда известных величин при температуре 18° С получим $\kappa = 3.08 \cdot 10^{-6}$, что близко к справочному значению [4] для очищенной в вакууме воде. Два первых члена в (21) указывают на то, что в чистой воде имеется отклонение от закона Ома, которое должно проявляться в непосредственной близости к поверхности и влиять на приэлектродные процессы. В первом случае оно связано с резким изменением потенциала с образованием двойного электрического слоя, во втором — прохождением химической реакции. Приближенные размеры областей можно

установить, условно положив $\nu=1$ и $\mu=1$. В первом случае будем иметь величину $\sim 0.9 \cdot 10^{-6}$ м, во втором $0.7 \cdot 10^{-6}$ м, то есть это область диффузионного двойного слоя. Вблизи поверхности два первых члена (21) должны значительно влиять на общее решение, вдали от нее они должны быть близки к нулю.

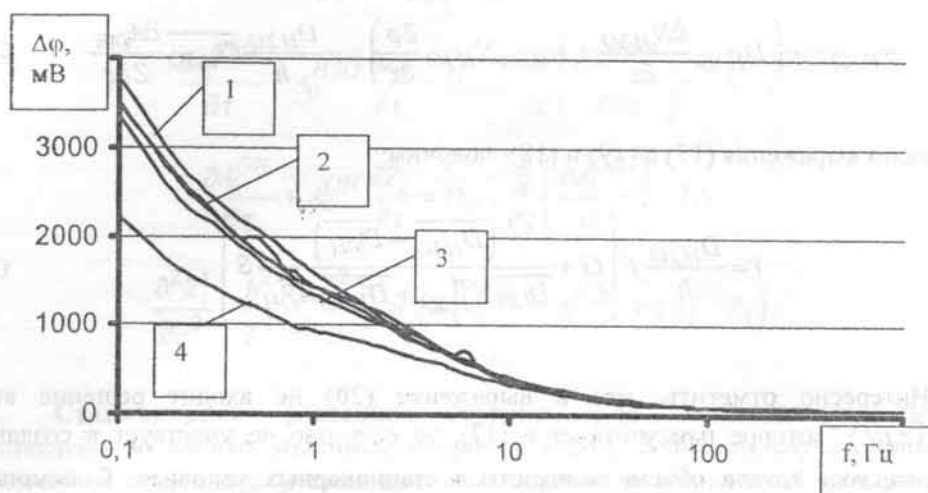


Рис.1. Изменение активного сопротивления в слое воды в переменном электрическом поле: 1 – напряжение на ячейке 60 мВ; 2 – 80 мВ; 3 – 200 мВ; 4 – 400 мВ

Одним из экспериментальных методов определения активного сопротивления в слое может служить метод измерения электрических характеристик слоя в переменном электрическом поле. Здесь важным моментом является влияние двойных электрических слоев на определение омического сопротивления. Если его определять по классической формуле $R = \Delta\phi/I$ ($\Delta\phi$ – разность потенциалов между электродами, I – электрический ток), то приходим к кривым, показанным на рис. 1. Из него видно, что с ростом частоты активное сопротивление падает и при сравнительно небольших частотах (~ 50 Гц и выше) кривые сливаются вместе и выходят на полочку, соответствующую активному сопротивлению в очищенной воде (эта величина хорошо согласуется с известными в литературе значениями для обычных перегоночных установок). Для низких частот значения сопротивления значительно превосходят указанную величину, хотя чем ниже частота, тем точнее должен выполняться закон Ома. Это указывает на то, что в определяемой разности потенциалов между электродами участвуют двойные электрические слои, на которых скачки потенциала значительно больше его линейного изменения в слое. С ростом частоты эти скачки в пристенных областях уменьшаются и для переменного тока, как следует из рис. 1 для $f > 100$ Гц, выполняется классический закон Ома.

Волновые явления в слое. Рассмотрим теперь в рамках изложенной выше модели распространение низкочастотных гармонических колебаний в среде, вследствие чего решение системы (13) – (16) может быть представлено в виде:

$$A_1^j = \exp(j2\pi f\tau) \exp(\sigma\zeta) B_j, \quad (23)$$

$$Z_1 = \exp(j2\pi f\tau) \exp(\sigma\zeta) C.$$

где f – безразмерна частота; σ – параметр. Подставляя выражения (23) в систему (13) – (16), получим уравнения для B_j . Решая их относительно компонентов, можно получить следующие соотношения:

$$B_{OH} = j2\pi f A_0^{OH} Z_n^{-1} C \left\{ (\sigma^2 - j2\pi f) (\overline{D_{H3O}} \sigma^2 - j2\pi f) - 2T \left[k_{pr} A_0^{H2O} (\overline{D_{H3O}} \sigma^2 - j2\pi f) + k_{obr} A_0^{OH} (\sigma^2 - j2\pi f) \right] \right\}, \quad (24)$$

$$B_{H3O} = -j2\pi f A_0^{OH} Z_n^{-1} C \left\{ (\sigma^2 - j2\pi f) (\overline{D_{OH}} \sigma^2 - j2\pi f) - 2T \left[k_{pr} A_0^{H2O} (\overline{D_{OH}} \sigma^2 - j2\pi f) + k_{obr} A_0^{OH} (\sigma^2 - j2\pi f) \right] \right\}, \quad (25)$$

$$B_{H2O} = -\frac{1}{2(\sigma^2 - j2\pi f)} \left[(\overline{D_{OH}} \sigma^2 - j2\pi f) B_{OH} + (\overline{D_{H3O}} \sigma^2 - j2\pi f) B_{H3O} \right], \quad (26)$$

где

$$Z_n = (\sigma^2 - j2\pi f) (\overline{D_{OH}} \sigma^2 - j2\pi f) (\overline{D_{H3O}} \sigma^2 - j2\pi f) - T \left[Kd_{OH} (\overline{D_{H3O}} \sigma^2 - j2\pi f) + Kd_{H3O} (\overline{D_{OH}} \sigma^2 - j2\pi f) \right];$$

$$Kd_{OH} = k_{pr} A_0^{H2O} (\overline{D_{OH}} \sigma^2 - j2\pi f) + k_{obr} A_0^{OH} (\sigma^2 - j2\pi f);$$

$$Kd_{H3O} = k_{pr} A_0^{H2O} (\overline{D_{H3O}} \sigma^2 - j2\pi f) + k_{obr} A_0^{OH} (\sigma^2 - j2\pi f).$$

Подставляя (24) и (25) в уравнение (16), получим характеристическое уравнение системы для определения σ

$$\begin{aligned} Z_n \cdot \left[\sigma^2 - \left(2\chi\Phi A_0^{OH} - 4\pi^2 f^2 \varepsilon \mu \frac{h^2}{c^2 T^2} \right) \right] = \\ = j2\pi f \chi\Phi A_0^{OH} \cdot \left\{ (\sigma^2 - j2\pi f) \left[(\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H3O}}) \sigma^2 - j4\pi f \right] - \right. \\ \left. - 2T \left\{ k_{pr} A_0^{H2O} \left[(\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H3O}}) \sigma^2 - j4\pi f \right] + 2k_{obr} A_0^{OH} (\sigma^2 - j2\pi f) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

Из выражения в круглых скобках первой строчки (27) можно получить значение частоты, при которой электромагнитная составляющая (второе слагаемое) будет равна поляризационной составляющей. Принимая $\varepsilon = 81$, $\mu = 1$ и приравнявая указанные в скобках члены друг к другу, получим, что размерная частота $\sim 0.3 \cdot 10^{13}$ Гц. Эта громадная величина указывает на то, что указанным выражением в скобках можно пренебречь даже при больших частотах. Из (27) видно, что это уравнение

имеет восемь комплексных корней, однако само уравнение может быть решено относительно σ^2 . Вследствие этого, удобно представить решение в виде $\sigma^2 = a + jb$ и разделить выражение (27) на действительную и мнимую части. Для нахождения корней вычисления удобно начинать при $f=0$; в этом случае характеристическое уравнение вырождается в следующее произведение сомножителей

$$\left(\sigma^2 - 2\chi\Phi A_0^{OH}\right) \left[\sigma^2 - T \left(2k_{pr} A_0^{H_2O} + k_{obr} \frac{\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_3O}}}{D_{OH} D_{H_3O}}\right)\right] \sigma^4 = 0, \quad (28)$$

откуда видно, что два первых комплексных значения совпадают с ν , а два других – с μ . Отсюда также следует, что корни, во-первых, связаны с изменением потенциального поля внутри слоя, заполненного движущимися зарядами, и, во-вторых, с химической реакцией диссоциации-рекомбинации воды. Остальные четыре, как видно из (28), равны нулю при $f=0$.

Проводя дальнейший анализ характеристического уравнения (27), можно убедиться, что один из корней $\sigma^2 = 0$ при любых значениях f . В этом случае система нестационарных уравнений (13)-(16) допускает следующее решение

$$\begin{aligned} Z_1 &= \exp(j2\pi f\tau) \cdot (C_A + \zeta C_B), \quad A_1^{H_2O} = 0, \\ A_1^{OH} &= -A_0^{OH} Z_1, \quad A_1^{H_3O} = A_0^{OH} Z_1. \end{aligned} \quad (29)$$

Это решение примечательно тем, что, во-первых, описывает активный ток и, во-вторых, при этом токе сохраняется электронейтральность среды. Наконец, аналитически можно получить, что последний корень в уравнении (27) имеет действительную часть, близкую к нулю, а мнимая часть соответствует частоте колебаний, то есть

$$a \approx 0, \quad b \approx 2\pi f. \quad (30)$$

Выпишем выражение для тока в следующей форме

$$i = \sigma \frac{FD_{H_2O}}{h\chi\Phi} \left(\sigma^2 - 2\chi\Phi A_0^{H_2O}\right) \frac{Cf}{Zf}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} Cf &= \left[\sigma^2 - T \left(2k_{pr} A_0^{H_2O} + k_{obr} \frac{\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_3O}}}{D_{OH} D_{H_3O}} A_0^{OH}\right) - j2\pi f\right] \cdot \left[2\overline{D_{OH}} D_{H_3O} - \right. \\ &\quad \left. - j2\pi f (\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_3O}})\right] - 2Tk_{obr} A_0^{OH} (\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_3O}}) \cdot \left\{\left(\sigma^2 - j2\pi f\right) - \right. \\ &\quad \left. \left[\sigma^2 - j2\pi f \frac{\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_3O}}}{2D_{OH} D_{H_3O}}\right]\right\}, \end{aligned}$$

$$Zf = (\sigma^2 - j2\pi f) \cdot \left[(\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_2O}}) \sigma^2 - j4\pi f \right] - \\ - 2T \left\{ k_{pr} A_0^{H_2O} \left[(\overline{D_{OH}} + \overline{D_{H_2O}}) \sigma^2 - j4\pi f \right] + \right. \\ \left. + 2k_{obr} A_0^{OH} (\sigma^2 - j2\pi f) \right\}.$$

Приведенная форма четко показывает, что при $f = 0$ числитель выражения (31) превращается в вырожденное характеристическое уравнение (28), т. е. пульсирующий ток становится равным нулю, что и должно быть. Получить какие-то значения полного тока из выписанной зависимости (31) довольно сложно, потому что необходимо учитывать все найденные из характеристического уравнения величины a и b , а также все постоянные интегрирования в соответствии с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений при учете граничных условий на границах диффузионного слоя. Однако важные относительные оценки из этого выражения можно получить следующим образом. Учитывая, что напряжение мы задаем в виде гармонических колебаний, то есть в каждой точке слоя $Z_1 = X(\zeta) [\text{Cos}(2\pi f\tau) + j\text{Sin}(2\pi f\tau)]$, то в соответствии с формулой (31) величину тока можно представить как

$$i = X(\zeta) (I_d + jI_m) [\text{Cos}(2\pi f\tau) + j\text{Sin}(2\pi f\tau)], \quad (32)$$

где I_d и I_m – соответственно действительная и мнимая части, найденные из (31). Определяя эти части для каждого значения a и b , можно найти амплитуду соответствующей составляющей такого тока.

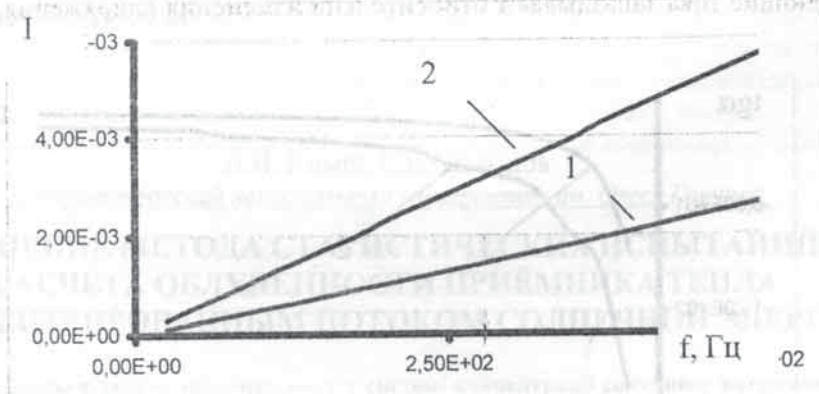


Рис. 2. Амплитуды токов: 1 – первое решение; 2 – второе решение

На рис. 2 показаны кривые амплитуд токов $I = \sqrt{I_d^2 + I_m^2}$, связанных с первой и второй группой σ , то есть с током, вызванным переносимым в слое возмущением

потенциала, и током, вызванным переносимым возмущением химического равновесия с учетом реакции диссоциации-рекомбинации. Из анализа полученных дисперсионных соотношений можно найти фазовые скорости переноса возмущений (U_f). Они представлены на рис. 3, откуда следует, в пределах рассматриваемого промежутка частот скорость передачи возмущений практически не меняется.

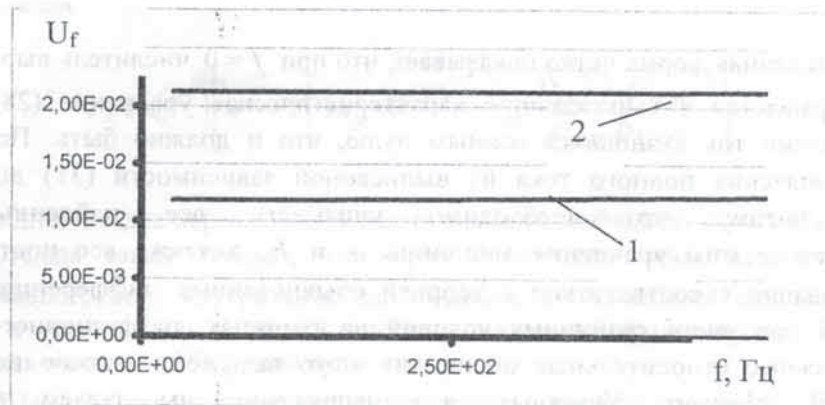


Рис. 3. Фазовые скорости: 1 – первое решение; 2 – второе решение

Наконец, важной характеристикой является фазовый сдвиг соответствующего тока по отношению к изменению потенциала. Выделяя только действительные части изменения во времени потенциала и тока можно записать, что потенциал изменяется по закону $Z_1 = X(\zeta) \text{Cos}(2\pi f\tau)$, а ток в соответствии с (31) в виде $i = X(\zeta) [I_d \text{Cos}(2\pi f\tau) - I_m \text{Sin}(2\pi f\tau)] = X(\zeta) I \text{Cos}(2\pi f\tau + \alpha)$, где α – фазовый сдвиг. Раскрывая косинус суммы двух углов и сравнивая с действительной частью тока, можно найти эту величину. На рис. 4 показан $\text{tg} \alpha$ двух рассматриваемых составляющих тока в зависимости от частоты. Из рисунка следует, что тангенс отрицательный, то есть две основные составляющие тока запаздывают относительно изменения напряжения.

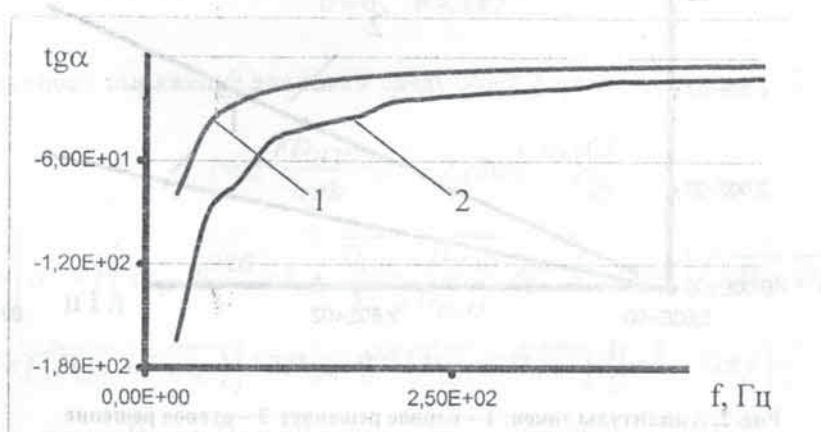


Рис. 4. Значение тангенса угла фазового сдвига тока: 1 – первое решение; 2 – второе решение

Заключение. Таким образом, из проведенного анализа уравнений, описывающих движение ионов в диффузионных слоях, следует, что в сравнительно простой среде с тремя компонентами гармонический по времени электрический ток имеет четыре составляющие: две из них активно-реактивные, возникающие в результате переносимых возмущений потенциала в слое, заполненного ионами, и возмущений химического равновесия. Эти токи являются запаздывающими по отношению к изменению потенциала. Третья составляющая тока (решение (29)) является активной и соответствует закону Ома: она существует как в стационарном, так и в нестационарном процессе. Четвертая, последняя составляющая имеет $tg\alpha \approx 1$ ($\alpha \approx \pi/4$), т. е. она является опережающей по отношению к потенциалу. Наличие разных составляющих токов в пульсирующем поле говорит о разных релаксационных процессах, что и видно из проделанного качественного анализа. Теоретическое определение значимости каждого из токов наталкивается, как это отмечено выше, на значительные трудности, связанные с поверхностными явлениями. Однако, как следует из эксперимента (рис. 1), основным током в очищенной с помощью двух перегонков воде является ток проводимости; остальные должны быть значительно меньше (однако необходимо учитывать, что очищенная в эксперименте вода значительно отличается по своему составу от идеально чистой рассмотренной выше среды).

Библиографические ссылки

1. Духин С.С. Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах / С.С. Духин, В.Н. Шилов. – К., 1973. – 203 с.
2. Корыта И. Электрохимия / И. Корыта, И. Дворжск, В. Богачкова. – М., 1977. – 492 с.
3. Борисова М.Э. Физика диэлектриков / М.Э. Борисова, С.Н. Койков. – Л., 1979. – 240 с.
4. Барон Н.М. Краткий справочник физико-химических величин / Н.М. Барон, А.Л. Равдель, А.М. Пономарева, З.Н. Тимофеева. – Л., 1983. – 232 с.
5. Антропов Л.И. Теоретическая электрохимия / Л.И. Антропов. – М., 1984. – 519 с.
6. Адамсон А. Физическая химия поверхностей / А. Адамсон. – М., 1979. – 568 с.

Надійшло до редакції 05.11.08

УДК 621.472

Л.И. Кныш, В.И. Давыдов

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ДЛЯ РАСЧЁТА ОБЛУЧЁННОСТИ ПРИЁМНИКА ТЕПЛА КОНЦЕНТРИРОВАННЫМ ПОТОКОМ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ

Розглядається задача теплопереносу у системі концентрації сонячного випромінювання. На базі узагальненої математичної моделі процесу проводиться вибір методу чисельного розрахунку. Обґрунтовується використання метода статистичних випробувань, як найбільш доцільного при розв'язанні подібних специфічних задач променевого теплообміну.