УДК 539.3

В.А. Куземко, М.О. Дедик
Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

РАЗРУШЕНИЕ ПЛАСТИНЫ С ТРЕЩИНОЙ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА, ПОДКРЕПЛЕННОЙ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

С помощью энергетического критерия локального разрушения получена зависимость предельной нагрузки, приложенной к пластине, от длины трещины. Проведен анализ, получены интервалы изменений нагрузки, в границах которых развитие трещины осуществляется устойчиво.

Ключевые слова: трещина, предельная нагрузка, энергетический критерий.

За допомогою енергетичного критерію локального руйнування отримано залежність граничного навантаження, прикладеного до пластини, від довжини тріщини. Проведено аналіз, отримано інтервали зміни навантаження, в межах яких розвиток тріщини може відбуватися стійко.

Ключові слова: тріщина, граничне навантаження, енергетичний критерій.

Using the energy criterion of local failure obtained dependence of the limit load of crack length, attached to the plate. The analysis were obtained ranges of load, within which the development of cracks is carried out sustainably.

Keywords: crack, limit load, energy criteria.

Введение. При исследовании предельного равновесия хрупких тел, содержащих дефекты типа трещин, требуется определить критическое значение внешней нагрузки, при достижении которой трещина начинает распространяться. Как показывают эксперименты и расчеты, в случае взаимодействия трещины с препятствиями и границами, ее развитие может происходить устойчиво, без окончательного разрушения тела в значительном диапазоне изменения нагрузки. В элементах конструкций, работающих при определенных внешних нагрузках и определенных режимах их изменения, наличие устойчивых трещин не опасно. Их срок службы можно значительно продлить, искусственно усиливая конструкцию.

В представленной работе исследуется прочность подкрепленной ребрами жесткости упругой пластины, с прямолинейной трещиной-разрезом нормального отрыва.

Постановка задачи. Чтобы предотвратить лавинообразное, неустойчивое развитие уже имеющейся трещины в пластине, ее часто подкрепляют ребрами жесткости (рис. 1).

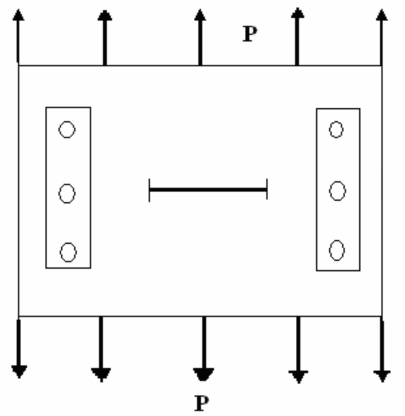


Рис. 1. Физическая схема задачи

Смоделируем эту задачу следующим образом [2]. В расчете обычно принимаются во внимание только ближайшие к линии трещины заклепки, так как влияние более удаленных незначительно. Пара заклепок, препятствующих развитию трещины, представляется в виде двух заданных равных противоположно направленных сжимающим сосредоточенных сил величины F (рис.2). Предполагается, что длина трещины 2ℓ значительно меньше линейных размеров пластины, поэтому последнюю будем считать бесконечной. Задача симметрична относительно координатных осей x, y. Пластина на бесконечности находятся под действием равномерно распределенных усилий интенсивности P.

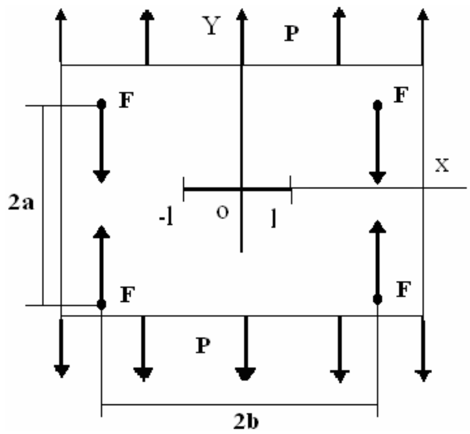


Рис. 2. Математическая схема к постановке задачи

На основании энергетического критерия локального разрушения определим предельную величину усилий P в зависимости от длины трещины (при фиксированном значении силы F).

Метод решения. Задача об определении напряженно-деформированного состояния бесконечной упругой плоскости, ослабленной трещиной-разрезом и находящейся под действием распределенных усилий и сосредоточенных сил, численно решена с помощью одного из вариантов метода граничных элементов – метода разрывных смещений [1]. При этом предполагалось, что берега трещины не взаимодействуют и свободны от внешних нагрузок.

Анализ напряженного состояния свидетельствует о том, что напряжения имеют корневую особенность в кончике трещины, а их эпюры – локальные экстремумы в окрестностях точек приложения сосредоточенных сил. В зависимости от соотношения интенсивности P и величины сосредоточенной силы F они могут менять здесь знак. Следовательно, при увеличении длины трещины и приближении ее кончика в окрестность этих точек последний может попадать в область сжимающих усилий, препятствующих развитию трещины.

Определение критической нагрузки P* проводится на основании энергетического критерия разрушения [3;4]: трещина начинает распространяться, когда инвариантный J – интеграл достигает предельного значения J_c (константа материала):

$$J = J_{1c} \text{ при } P = P^*, \tag{1}$$

где

$$J = \int\limits_S \left[\sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} n_x \right] dS \, . \tag{2}$$

Подынтегральная функция в интеграле (2) определяется на основании полученного численного решения задачи теории упругости. Интегрирование ведется по произвольному контуру S, который охватывает конец трещины и опирается на ее берега. Процедуру численного определения интеграла (2) можно [4] значительно упростить, если представить контур S в виде прямоугольника (рис. 3), длина которого значительно больше ширины (α » $\boldsymbol{\delta}$).

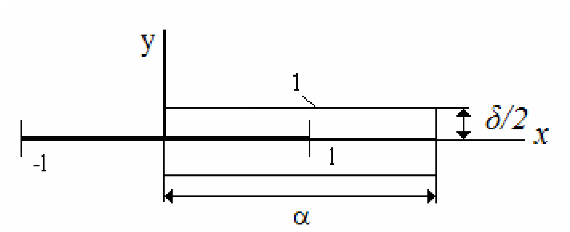


Рис. 3. Схема области интегрирования

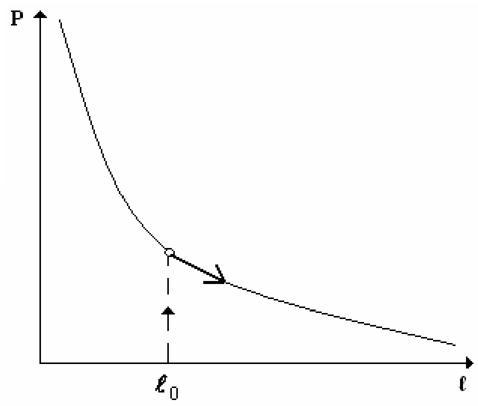
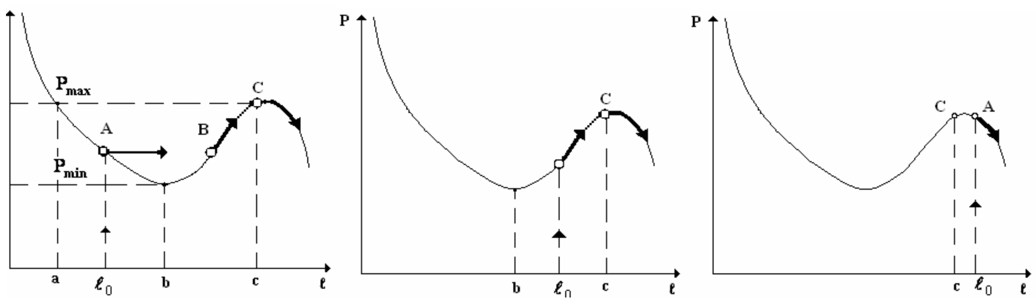


Рис. 4. Зависимость критической нагрузки от длины трещины без подкрепления

С учетом симметрии задачи интегрирование в формуле (2) в этом случае сводится (с достаточной степенью точности) к интегрированию лишь по стороне 1 прямоугольника (рис. 3).

Результаты расчета. Анализ результатов свидетельствует о том, что если отношение расстояний между заклепками (рис. 2) $k = a / b$ превышает 0,45, то кривая зависимости P*(ℓ) (рис.4) будет монотонно убывающей и разрушение происходит так же, как и в задаче Гриффитса [3].



а) б) в)

Рис. 5. Зависимость критической нагрузки от длины трещины с подкреплением

С увеличением растягивающей нагрузки длина трещины не меняется, пока растущая нагрузка остается меньше критического значения, соответствующего выбранной длине трещины. По достижении критического значения нагрузки трещина начинает расти неустойчиво, и тело разрушается (рис.4). Однако, если заклепки отстоят друг от друга достаточно близко по вертикали, на кривой появляется участок возрастания (рис. 5, а, б, в).

Отметим на кривой точку локального максимума C, абсцисса которого c, локального минимума b и точку, где высота кривой равна высоте точки локального максимума a. Рассмотрим вариант, когда значение начальной длины лежит между b

и a (рис. 5, а). В этом случае размер трещины не меняется, пока нагрузка не достигнет критического значения А. Тогда при малейшем превышении нагрузки трещина увеличивается скачком и переходит в другое, устойчивое состояние, соответствующее тому же значению нагрузки АВ, после чего устойчиво развивается с ростом нагруженя ВС до максимального значения С. После этого трещина начинает катастрофически расти и тело разрушается. Рассмотрим следующий вариант: значение начальной длины трещины расположено между b и a (рис. 5, б). Размер трещины не меняется, пока нагрузка не достигнет критического значения А; далее трещина развивается устойчиво, и все идет так же, как в предыдущем случае. Последний вариант: начальная длина трещины больше, чем расстояние между ребрами, и на графике (рис. 5, в) отмечается точкой, лежащей правее c. Когда достигнет критического значения А, тело разрушается, как и в первом случае.

Обратим внимание на второй и третий случаи. Здесь, пока нагрузка лежит в промежутке между высотами точек локального минимума и локального максимума кривой, длина трещины есть непрерывная функция приложенной нагрузки. Тело не разрушается и способно воспринять возрастающую нагрузку, несмотря на рост трещины. Предельное значение нагрузки, определяющее прочность рассматриваемой нами конструкции, одинаково для всех значений начальной длины трещины в диапазоне ac. Этот пример показателен в том отношении, что механика разрушения указывает универсальную характеристику прочности, не зависящую от начальной длины трещины. Такую характеристику желательно вводить при расчетах на прочность.

Библиографические ссылки

1. **Крауч С.** Метод граничных элементов в механике разрушения / С. Крауч – М., 1980. – 256 с.
2. **Партон В.З.** Механика разрушения / В.З. Партон. – М., 1990. – 240 с.
3. **Работнов Ю. Н.** Введение в механику разрушения / Ю.Н. Работнов – М., 1987. – 80 с.
4. **Черепанов Г. П.** Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов – М., 1974. – 640 с.

Надійшла до редколегії 10.02.10

УДК 622.648.23:621.65:622.271.623

Б.А. Блюсс*, Е.В. Семененко*, С.И. Криль**
**Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины*
***Институт гидромеханики НАН Украины*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ГИДРОМЕХАНИЗАЦИИ

Разработана методика расчета гидравлического уклона и критической скорости гидротранспортирования полидисперсных россыпей и руд с частицами различной плотности, а также методика оценки интервалов изменения этих параметров в режиме установившихся пульсаций давления и расхода пульпы.

Ключевые слова: гидравлический уклон, критическая скорость, пульпа, турбулентное течение.