

Выражаем благодарность за проявленный интерес к статье и помощь при подготовке данной статьи к публикации д.т.н., профессора Калинину Наталью Евграфовну.

### Библиографические ссылки

1. **Алферов Ж.И.** Напряженные субмонослойные гетероструктуры и гетероструктуры с квантовыми точками / Ж.И. Алферов, Д. Бимберг и др. // УФН. – 1995. – № 165.
2. **Наумовец А.Г.** Субмонослойные пленки на поверхности металлов / А.Г. Наумовец, А.Г. Федорус, А.П. Напартовия, Л.А. Вольтов // УФН. – 1977. – № 1. – Т. 122.
3. **Оуэнс Ф.** Нанотехнологии / Ф. Оуэнс, Ч. Пул-мл. – М.; 2009. – 336 с.
4. **Погребняк А.Д.** Структура и свойства твердых и сверхтвердых нанокompозитных покрытий / А.Д. Погребняк, А.П. Шпак и др. // УФН. – 2009. – № 35. – Т. 179.
5. **Koh S.J.** Self-Assembly of One-Dimensional Surface: Long-Range Interactions in the Growth of Ir and Pd on W(110) / S.J. Koh, G. Ehrlich // Phys.Rev.Lett. – 2001. – № 87.
6. **Tsivlin D.V.** Effect of mesoscopic relaxations on diffusion of Co adatoms on Cu(111) / D.V. Tsivlin, V.S. Stepanyuk, W. Hergert, J. Kirschner // Phys.Rev.B. – 2003. – № 68.
7. **Елецкий А.В.** Транспортные свойства углеродных нанотрубок / А.В. Елецкий // УФН. – 2009. – № 225. – Т.179.
8. **Долгов А.С.** Кинетика распределения атомов поверхностного моноатомного слоя / А.С. Долгов // Поверхность. – 1991. – № 2. – С. 20-24.
9. **Лэнгмюр И.** Силы вблизи поверхности молекул / И. Лэнгмюр // УФН. – 1930. – № 4. – Т.10.
10. **Модинос А.** Термо-, авто- и вторичная электронная спектроскопия твердых тел / А. Модинос – М., 1993.

Надійшла до редколегії 18.06.09

УДК 532.516

В.И. Елисеев\*, И.Р. Томасон\*\*

\*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

\*\*Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

### МАССООБМЕН В ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ СВИНЦОВОГО АККУМУЛЯТОРА

На основе теории ионообмена рассмотрена задача о массообмене в электрохимической ячейке свинцово-кислотного аккумулятора. Предложен асимптотический метод решения, который позволяет получить численное значение компонентов и потенциалов в ячейке в пределах реального времени. Получены кривые распределения концентраций раствора.

*Ключевые слова:* свинцово-кислотный аккумулятор, массо- и ионообмен, методы решения уравнений ионообмена.

На основі теорії іонообміну розглянуто задачу про масообмін в електрохімічному осередку свинцево-кислотного акумулятора. Запропоновано асимптотичний метод рішення, що дає можливість набуття чисельних значень компонентів і потенціалів в осередку в межах реального часу. Отримано криві розподілу концентрацій розчину.

*Ключові слова:* кислотно-свинцевий акумулятор, масо- та іонообмін, методи розв'язання рівнянь іонообміну.

Based on the theory of the ion exchange, the problem of the mass transfer in the electrochemical cell of the lead-acid accumulator was considered. The asymptotic solution method, which allows to

---

© В.И. Елисеев, И.Р. Томасон, 2010

receive a numerical rating of elements and potentials in the cell within real time was offered. The curves of the distribution of solution's concentration were obtained.

*Keywords:* lead-acid accumulator, mass transfer and ion exchange, the solution methods of ion exchange equations.

**Введение.** Массообмен в электрохимических системах привлекает большое внимание исследователей, что объясняется, во-первых, широким применением электрохимических аппаратов, и, во-вторых, широким спектром научных проблем, относящихся к различным математическим, физико-химическим и биологическим направлениям. В настоящее время ячейка аккумулятора представляет собой объем, заполненный концентрированным электролитом с двумя разнесенными друг от друга пористыми пластинами, например, из свинца  $Pb$  (отрицательный электрод) и двуокиси свинца  $PbO_2$  (положительный электрод). По законам электрохимии на поверхности этих электродов при замыкании цепи, происходят поверхностные реакции, в результате чего по цепи проходит электрический ток. Разработанные методы электрохимии [1;2] позволяют определить важные параметры работы электрохимических ячеек, однако полная картина работы такой ячейки, как рабочий объем свинцового аккумулятора, далека от своего завершения. На пути исследования таких систем стоят очень сложные явления гетерогенного взаимодействия химически активных компонентов на границах фаз с образованием локальных высоконапряженных полей (двойных электрических слоев), влияющих на само взаимодействие. С математических позиций решение системы уравнений, описывающих поведение компонентов в растворе, также представляют большие трудности из-за наличия громадного числа, которое делает численное решение задачи на данном этапе практически бесперспективным. Это связано, главным образом, с очень малым шагом интегрирования. Вследствие этого для рассмотрения задач такого класса представляют интерес асимптотические методы, которые находят широкое применение в этой области, например [3;4]. В [5] была рассмотрена задача о нестационарном массообмене в химической ячейке без учета электродинамической составляющей процесса. В данной работе восполняется недостаток этой работы и рассматривается массообмен с учетом действия электрического потенциала в поровом и межэлектродном пространстве ячейки, но общая схема описания кинетических процессов на электродах остается такой же.

**Постановка задачи.** Исходя из теории электродинамики и ионообмена в растворах [6-8], общие уравнения массообмена для пористого тела можно записать в следующем виде

$$\frac{\partial(\alpha c_j)}{\partial t} + \text{div}(\alpha c_j \vec{u}) + \text{div} \vec{g}_j = j_j^S + j_j^V, \quad (1)$$

$$\vec{g}_j = -\alpha \left( D_j^{eff} \text{grad } c_j + z_j w_j^{eff} c_j \text{grad } \phi \right), \quad (2)$$

$$\text{div}(\varepsilon^{eff} \alpha \varepsilon_0 \text{grad } \phi) = \alpha \rho F \sum_j \frac{c_j}{M_j}, \quad (3)$$

где  $t$  – время;  $\alpha$  – порозность;  $c_j$  – массовая концентрация  $j$ -го компонента;  $u$  – скорость среды;  $\rho$  – плотность раствора;  $g_j$  – массовый поток;  $j_j^S, j_j^V$  – источники и стоки, характеризующие химическое взаимодействие компонентов соответст-

венно на поверхности электродов и в объеме;  $D_j^{eff}$  – эффективный коэффициент диффузии;  $w_j^{eff} = D_j^{ef} F/RT$  – эффективная подвижность;  $z_j$  – валентность j-го компонента;  $F$  – число Фарадея;  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – температура;  $\phi$  – потенциал;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная вакуума;  $\epsilon^{eff}$  – эффективный коэффициент диэлектрической постоянной растворителя;  $M_j$  – мольная масса компонента. Складывая уравнения (1) по всем компонентам, учитывая что  $\sum_j j_j = 0$ , получим уравнение неразрывности для всей среды в целом

$$\frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + \text{div}(\alpha \bar{u}) = j^S. \quad (4)$$

Отбрасывая гидродинамическую скорость, используя представление порового пространства в виде канала и интегрируя выписанные уравнения поперек этого канала, можно получить следующие одномерные уравнения:

$$\frac{\partial(\alpha c_j)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha D_{jef} \frac{\partial c_j}{\partial x} + \alpha z_j w \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = s \frac{M_i}{\rho} g_j + \alpha j_j^V, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon^{eff} \alpha \epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + s \phi_n = \alpha \rho F \sum_j \frac{c_j}{M_j}, \quad (6)$$

где  $\phi_n = \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_s$  – производная от потенциала по нормали на гетерогенной поверхности,  $s$  – внутренняя объемная поверхность. Из граничных условий можно получить, что

$$\phi_n = \frac{\epsilon_{el}^{eff} F \sum_j g_j}{\epsilon^{eff} \sigma_{el}^{eff}}. \quad (7)$$

Введем следующие величины:  $\tau = t/T$ ,  $\xi = x/H$ ,  $d_j = D_j/D_{H_2O}$ ,  $T = H^2/D_{H_2O}$  – масштаб времени,  $H$  – линейный масштаб, и перепишем уравнения в безразмерном виде

$$\frac{\partial \alpha^{-,+} c_i^{-,+}}{\partial \tau} = \frac{\alpha^{-,+} d_j}{l^{-,+}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial c_i^{-,+}}{\partial \xi} + z_i \chi c_i^{-,+} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + T (1 - \theta^{-,+}) \frac{M_i}{\rho} s^{-,+} g_i^{-,+}, \quad (8)$$

$$s^{-,+} = 3 \frac{1 - \alpha}{r_{ec}^{-,+}},$$

$$\frac{\partial^2 \phi^{-,+}}{\partial \xi^2} = -\Phi \sum_k z_k \frac{c_k^{-,+}}{m_k} - (1 - \theta^{-,+}) s^{-,+} \phi_n^{-,+}, \quad \Phi = \frac{\rho F H^2}{\epsilon^{eff} \epsilon_0 M_{H_2O}}, \quad (9)$$

где знаки «-» и «+» сверху являются индексами и определяют, к какому электроду относится та или иная величина.

**Асимптотический метод решения.** Для решения задач, содержащих большие числа, существует хорошо развитый аппарат асимптотических методов, которые, в общем, можно разделить на регулярные и сингулярные методы. Данная задача по своим формальным признакам относится к сингулярной задаче, поскольку образуемый малый параметр  $\varepsilon = 1/\Phi$  находится в уравнении (6) при старшей производной. Однако, по своим физическим особенностям, она должна относиться к регулярной задаче.

Предварительно проинтегрируем систему (5), (6) по  $\xi$  в пределах шага интегрирования  $h$ , тогда получим

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \int_0^h \alpha^{-,+} c_i^{-,+} d\xi \right) = \frac{\alpha^{-,+} d_j}{l^{-,+}} \left[ \left( \frac{\partial c_i^{-,+}}{\partial \xi} + z_i \chi c_i^{-,+} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} - \left( \frac{\partial c_i^{-,+}}{\partial \xi} + z_i \chi c_i^{-,+} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_{\xi=h} \right] + T \int_0^h (1 - \theta^{-,+}) \frac{M_i}{\rho} s^{-,+} g_i^{-,+} d\xi \quad (10)$$

$$\left( \frac{\partial \phi^{-,+}}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} - \left( \frac{\partial \phi^{-,+}}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = -\Phi \int_0^h \sum_k z_k \frac{c_k^{-,+}}{m_k} d\xi - \int_0^h (1 - \theta^{-,+}) s^{-,+} \phi_n^{-,+} d\xi. \quad (11)$$

Будем считать, что в пределах шага  $h$  параметры под интегралом постоянны; кроме того, примем, что в выражении (10)  $(c_j^{-,+})_0 = (c_j^{-,+})_1$ , тогда уравнения (10) упростятся и перейдут в систему

$$\varepsilon h \frac{\partial (\alpha^{-,+} c_j^{-,+})}{\partial \tau} = \frac{\alpha^{-,+} d_j}{l^{-,+}} \left[ (q_{jp} - q_{jl}) - z_j \chi c_j^{-,+} h \sum_k z_k \frac{c_j^{-,+}}{m_k} - \varepsilon z_j \chi c_j^{-,+} h (1 - \theta^{-,+}) s^{-,+} \phi_n^{-,+} \right] + \varepsilon T (1 - \theta^{-,+}) \frac{M_j}{\rho} s^{-,+} g_j^{-,+} h \quad (12)$$

Принимая во внимание уравнение (4), которое после интегрирования можно переписать в виде  $h \frac{\partial (\alpha^{-,+})}{\partial \tau} = T \frac{1 - \theta^{-,+}}{\rho} s^{-,+} h \sum_i M_i g_j^{-,+}$ , окончательно можно записать

$$\varepsilon h \alpha^{-,+} \frac{\partial (c_j^{-,+})}{\partial \tau} = \frac{\alpha^{-,+} d_j}{l^{-,+}} \left[ (q_{jp} - q_{jl}) - z_j \chi c_j^{-,+} h \sum_k z_k \frac{c_j^{-,+}}{m_k} - \varepsilon z_j \chi c_j^{-,+} h (1 - \theta^{-,+}) s^{-,+} \phi_n^{-,+} \right] + \varepsilon T \frac{(1 - \theta^{-,+})}{\rho} s^{-,+} h \left[ M_j g_j^{-,+} - c_j^{-,+} \sum_i M_i g_i^{-,+} \right] \quad (13)$$

Принимая, что в растворе серной кислоты в объеме и в пристеночных областях имеются четыре компоненты  $H_2O$ ,  $HSO_4$ ,  $H_3O$ , и  $PbSO_4$ , запишем уравнения для этих составляющих, ограничиваясь нулевым приближением. В результате преобразований системы (13) будем иметь следующую систему уравнений

$$\alpha^{-,+} h \frac{\partial c_0^{-,+H_2O}}{\partial \tau} = \frac{\alpha^{-,+}}{l^{-,+}} (q_{p0}^{-,+H_2O} - q_{l0}^{-,+H_2O}) - T \frac{(1-\theta^{-,+})}{\rho} s^{-,+} h \{ [M_{H_2O} + c_0^{-,+H_2O} (M_{H_3O} + M_{PbSO_4} - M_{H_2O} - M_{HSO_4})] g_{1,0}^{-,+} - M_{PbSO_4} c_0^{-,+H_2O} g_{ad,0}^{-,+} - \gamma^{-,+} [6M_{H_2O} - c_0^{-,+H_2O} (6M_{H_2O} - 4M_{H_3O})] g_{2,0}^{-,+} \} \quad (14)$$

$$\alpha^{+,+} h \frac{\partial c_0^{+,+PbSO_4}}{\partial \tau} = \frac{\alpha^{+,+} d_{PbSO_4}}{l^{+,+}} (q_{p0}^{+,+PbSO_4} - q_{l0}^{+,+PbSO_4}) + T \frac{(1-\theta^{+,+})}{\rho} s^{+,+} h \{ [M_{PbSO_4} - c_0^{+,+PbSO_4} (M_{H_3O} + M_{PbSO_4} - M_{H_2O} - M_{HSO_4})] g_{1,0}^{+,+} - M_{PbSO_4} (1 - c_0^{+,+PbSO_4}) g_{ad,0}^{+,+} - \gamma^{+,+} c_0^{+,+PbSO_4} (6M_{H_2O} - 4M_{H_3O}) g_{2,0}^{+,+} \} \quad (15)$$

$$\alpha^{-,+} h P^{-,+} \frac{\partial c_0^{-,+HSO_4}}{\partial \tau} = m_{HSO_4} d_{HSO_4} d_{H_3O} \frac{\alpha^{-,+}}{l^{-,+}} \cdot [c_0^{-,+H_3O} (q_{p0}^{-,+HSO_4} - q_{l0}^{-,+HSO_4}) + c_0^{HSO_4} (q_{p0}^{-,+H_3O} - q_{l0}^{-,+H_3O})] - T \frac{(1-\theta^{-,+})}{\rho} s^{-,+} h m_{HSO_4} \{ [d_{H_3O} M_{HSO_4} c_0^{-,+H_3O} - d_{HSO_4} M_{H_3O} c_0^{-,+HSO_4} + (d_{H_3O} + d_{HSO_4}) c_0^{-,+H_3O} c_0^{-,+HSO_4} (M_{H_3O} + M_{PbSO_4} - M_{H_2O} - M_{HSO_4})] g_{1,0}^{-,+} + \gamma^{-,+} [4d_{HSO_4} c_0^{-,+HSO_4} M_{H_3O} + (d_{H_3O} + d_{HSO_4}) c_0^{-,+HSO_4} c_0^{-,+H_3O} (6M_{H_2O} - 4M_{H_3O})] \cdot g_{2,0}^{-,+} - (d_{H_3O} + d_{HSO_4}) c_0^{-,+H_3O} c_0^{-,+HSO_4} M_{PbSO_4} g_{ad,0}^{-,+} \},$$

где  $P^{-,+} = (m_{HSO_4} d_{H_3O} c_0^{-,+H_3O} + m_{H_3O} d_{HSO_4} c_0^{-,+HSO_4})$ , коэффициент  $\gamma^{-} = 0$ ,

$\gamma^{+} = 1$ . К уравнению (16) необходимо добавить равенство

$$m_{HSO_4} c_0^{-,+H_3O} = m_{H_3O} c_0^{-,+HSO_4} \quad (17)$$

В нулевом приближении это соотношение является условием электронейтральности, являющееся фундаментальной основой в изучении ионпереноса в растворах электролита. Следующее приближение, хотя и вносит дополнительные вычислительные трудности, но с математических позиций оно вписывается в общую схему теории. Однако с физических позиций имеются важные принципиальные положения. Во-первых, первое приближение показывает отход системы от электронейтральности и дает возможность вычислить потенциалы в поровом пространстве электродов и в межэлектродном объеме. Однако важным условием для расчета в первом приближении является равенство (7), которое в данном виде записано формально. При определении этой величины необходимо рассматривать внутрипоровые двойные электрические слои на фазовых границах. В данной работе, ограничиваясь рассмотрением нулевого приближения необходимо указать, что для определения потенциала данный асимптотический метод дает уравнение, которое

может быть использовано без вычислений градиента  $\phi_n^{-,+}$ , вследствие этого дальнейшее построение теории разряда может принципиально быть продолжено. Выпишем это уравнение

$$\begin{aligned} \chi h P^{-,+} \frac{\alpha^{-,+}}{l^{-,+}} \frac{\partial \phi_0^{-,+}}{\partial \xi} &= \chi h P^{-,+} \frac{\alpha^{-,+}}{l^{-,+}} \left( \frac{c_1^{-,+H_2SO_4}}{m_{H_2SO_4}} - \frac{c_1^{-,+H_2O}}{m_{H_2O}} + (1 - \theta^{-,+}) s^{-,+} \phi_{0n}^{-,+} \right) = \\ &= \frac{\alpha^{-,+}}{l^{-,+}} \left[ \frac{m_{H_2O} d_{H_2SO_4} (q_{p0}^{-,+H_2SO_4} - q_{l0}^{-,+H_2SO_4})}{m_{H_2SO_4} d_{H_2O} (q_{p0}^{-,+H_2O} - q_{l0}^{-,+H_2O})} \right] - \\ &- T \frac{(1 - \theta^{-,+})}{\rho} s^{-,+} h \left\{ \begin{aligned} &(m_{H_2SO_4} M_{H_2O} + m_{H_2O} M_{H_2SO_4}) g_{1,0}^{-,+} - \\ &\gamma^{-,+} 4 m_{H_2SO_4} M_{H_2O} g_{2,0}^{-,+} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, в нулевом приближении можно рассчитать поля концентраций и потенциалов в электрохимической ячейке аккумулятора. Однако здесь имеется еще одна особенность. Известно, что массообмен в ячейке является самоорганизационным процессом. Для аккумулятора он заключается в том, что токи, вырабатываемые в результате химических реакций на поверхностях двух электродов равны между собой. Это обстоятельство указывает на то, что с позиций теории массообмена скорости гетерогенных химических реакций должны быть согласованы. Так как в данной работе рассматривается массообмен, а не разряд аккумулятора, то условия согласования выполняются мягко, то есть устанавливается некоторая релаксационная функция, которая подгоняет токи двух электродов.

**Результаты расчетов.** В расчетах принимается, что лимитирующим электродом, согласно [4], является положительный, а лимитирующей реакцией на положительном электроде  $4H_2O^+ + PbO_2 + 2e = Pb^{2+} + 6H_2O$ . Задаваясь скоростью этой реакции, остальные с той или иной степенью точности подгоняются таким образом, чтобы выполнить условия равенства токов. Результаты расчетов показаны на рис. 1–6. На первом и втором рисунках показано распределение концентраций компонент  $H_2SO_4$  и  $H_2O$  в электрохимической ячейке в зависимости от времени ее работы. Из рисунков видно, что концентрации токообразующих ионов по мере работы ячейки падают, что и должно происходить. При этом характер изменения этих компонент примерно одинаков. Это говорит о том, что во всем объеме ячейки выполняется условие электронейтральности раствора, которое и было принято в нулевом приближении. На рис. 3 приведены кривые, характеризующие изменение  $PbSO_4$  в объеме ячейки и во времени. На рисунке видно, что даже при высокой степени адсорбции, которая заложена в модели, часть этой компоненты попадает в межэлектродное пространство. По мере уменьшения  $PbSO_4$  на электродах образуется пассивирующая пленка, которая препятствует прохождению электрического тока. На рис. 4 показаны кривые, определяющие степень пассивации поверхности электродов. Из рисунка следует, что со временем степень пассивации увеличивается, при этом пассивирующая пленка при небольших временах равномерна (даже в начальных точках электродов она немного меньше, вследствие диффузионных процессов), а затем постепенно она начинает в этих точках становиться больше. В данную математическую модель заложена довольно простая однослойная модель адсорбции  $PbSO_4$ , которую при необходимости

адсорбції  $PbSO_4$ , которую при необходимости можно усложнять. На следующем рис. 5 показано изменение концентрационного параметра

$$C_1 = - \left[ \frac{c_1^{-,+H_2SO_4}}{m_{H_2SO_4}} - \frac{c_1^{-,+H_2O}}{m_{H_2O}} + (1 - \theta^{-,+}) s^{-,+} \phi_{0n}^{-,+} \right],$$

который служит для вычисления

напряженности и потенциала в поровом и межэлектродном пространстве. Получение этих кривых уже связано со следующим приближением, которое отмечает отход от электронейтральности. Как следует из рисунка, в поровых пространствах электродов возникают градиенты потенциалов. Даже в межэлектродном пространстве наблюдается небольшое отклонение от электронейтральности. Характерной особенностью на этом рисунке является резкие перепады этого параметра при переходе из межэлектродной области в поровое пространство электродов. Это указывает на то, что на этих границах возникают двойные электрические слои.

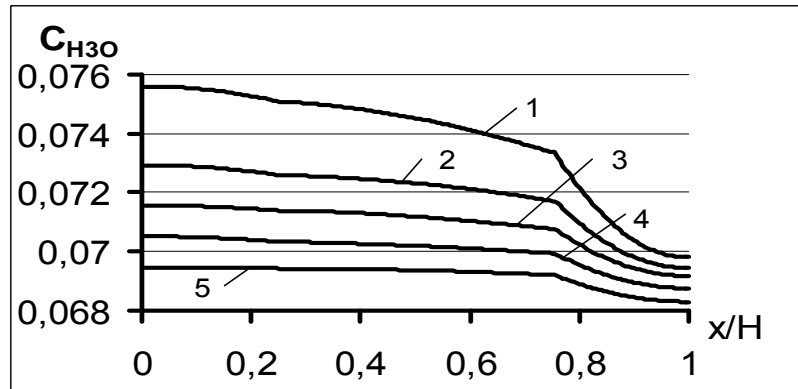


Рис. 1. Распределение концентрации  $C_{H_2O}$  в ячейке:  
1 –  $t = 40$  мин; 2 – 80; 3 – 120; 4 – 160; 5 – 200

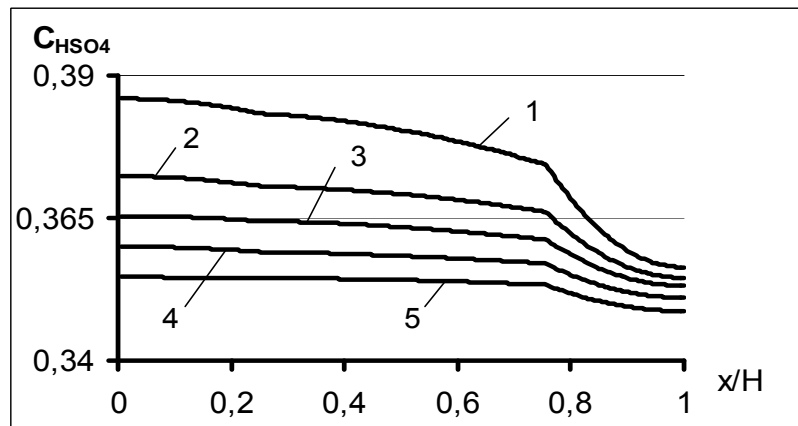


Рис. 2. Распределение концентрации  $C_{H_2SO_4}$  в ячейке:  
1 –  $t = 40$  мин; 2 – 80; 3 – 120; 4 – 160; 5 – 200

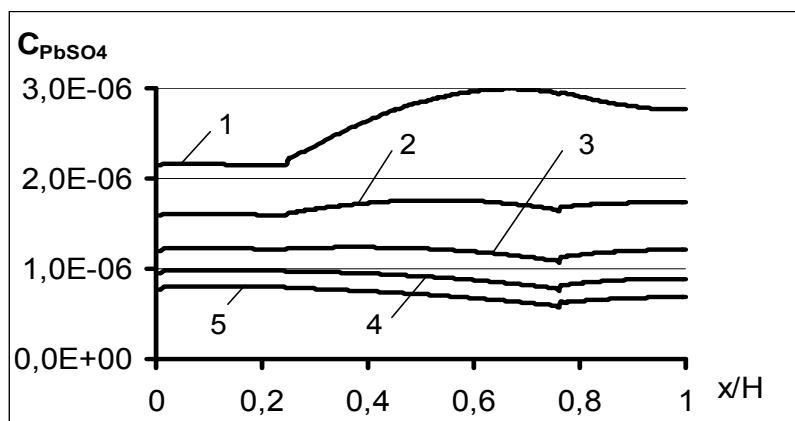


Рис. 3. Распределение концентрации  $C_{H_2SO_4}$  в ячейке:  
1 –  $t = 40$  мин; 2 – 80; 3 – 120; 4 – 160; 5 – 200

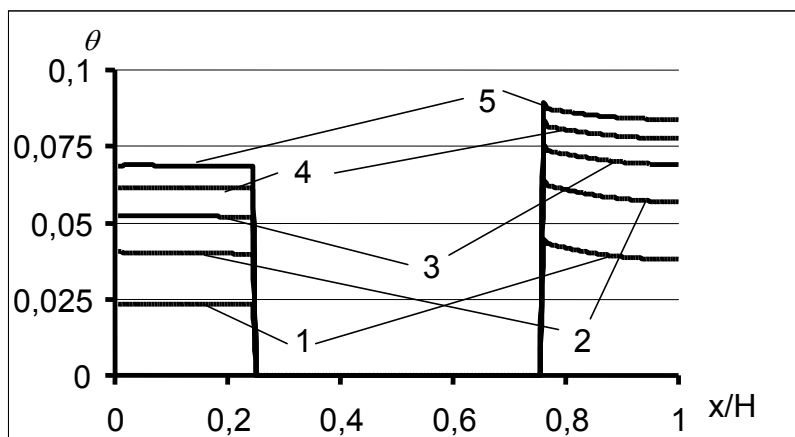


Рис. 4. Распределение  $\theta$  по поверхности электродов:  
1 –  $t = 40$  мин; 2 – 80; 3 – 120; 4 – 160; 5 – 200

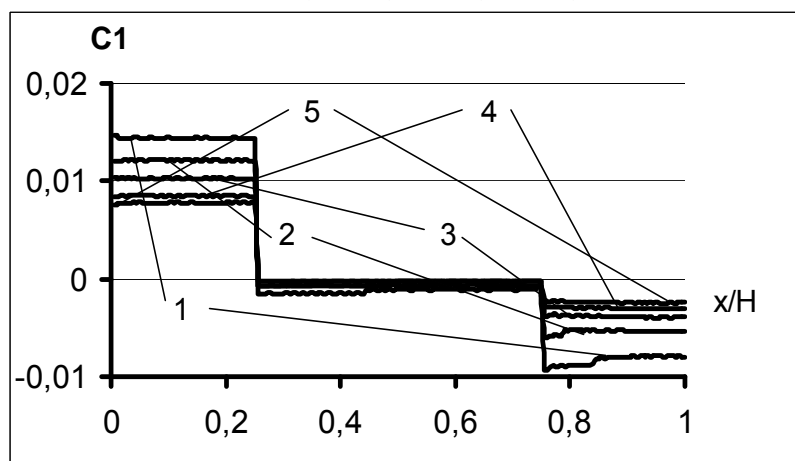


Рис. 5. Изменение параметра  $C_1$  (нарушение электронейтральности) в ячейке: 1 –  $t = 40$  мин; 2 – 80; 3 – 120; 4 – 160; 5 – 200



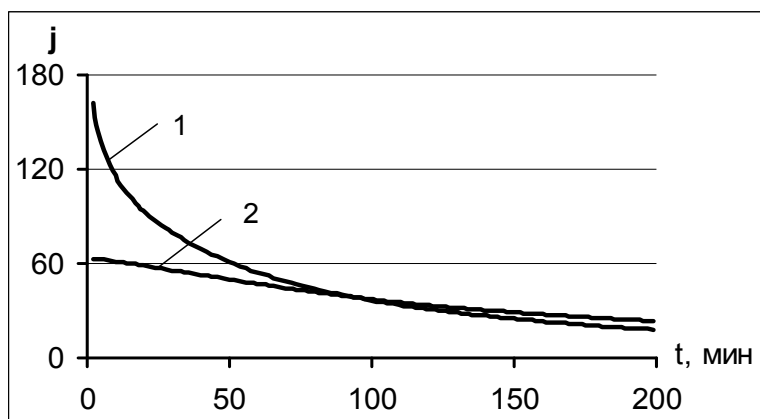


Рис. 6. Изменение токов по времени:  
1 – положительный электрод; 2 – отрицательный электрод.

Наконец, на последнем рисунке 6 показано, каким образом токи  $j = Fs \int \left( \sum_j g_j \right) d\xi$

положительного и отрицательного электродов удастся свести к близким величинам. Из рисунку видно, что сведение этих токов также представляет непростую задачу для данной постановки. Как уже отмечалось для массообмена с постоянным коэффициентом приведенной выше реакции (к нему делалась привязка) примененный метод все-таки дает возможность приблизить друг к другу рассматриваемые токи. Для задачи о разряде аккумулятора требования к этой функции должны быть жестче, однако и сама постановка задачи должна претерпеть некоторые изменения. Таким образом, разработанная математическая модель и асимптотический метод позволяет рассматривать массообмен в электрохимической ячейке при наличии пористых электродов с учетом электродинамических факторов.

### Библиографические ссылки

1. Дасоян М.А. Современная теория свинцового аккумулятора /М.А. Дасоян, И.А. Агуф – Л., 1975. – 200 с.
2. Кошель М.Д. Теоретичні основи електрохімічної енергетики/М.Д. Кошель – Д., 2002. – 430 с.
3. Григин А.П. Естественная конвекция в электрохимических системах /А.П. Григин, А.Д. Давыдов //Электрохимия. 1998, Т. 34, № 11, С. 1237-1263.
4. Александров Р.С. Численное исследование электроконвективной неустойчивости бинарного электролита в ячейке с плоскими параллельно расположенными электродами / Р.С. Александров, А. П. Григин, А.Д. Давыдов //Электрохимия. 2002, Т. 38, № 10, С. 1216–1222.
5. Елисеев В.И. Многокомпонентный нестационарный массообмен в химической ячейке свинцового аккумулятора / В.И. Елисеев, И.Р. Томасон // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Механіка. 2007, № 2/1, С. 47 – 52.
6. Антропов Л.И. Теоретическая электрохимия /Л.И. Антропов – М., 1984. – 519 с.
7. Борисова М.Э. Физика диэлектриков /М.Э. Борисова, С.Н. Койков – Л., 1979. – 240 с.
8. Чизмаджев Ю.А. Макрокинетика в пористых средах /Ю.А. Чизмаджев, В.С. Маркин, М.Р. Тарасевич – М., 1971. – 364 с.
9. Семенов М.Г. Исследование упрощенной двумерной модели разряда положительного электрода свинцово-кислотного аккумулятора /М.Г. Семенов, В.И. Семенов // Электрохимия. 1996, Т. 32, № 5, С. 586–591.

Надійшла до редколегії 20.11.09