

УДК 536.2:621.078

В. Ю. Клим

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИССИПАТИВНОГО РАЗОГРЕВА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ТЕЛ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Построена математическая модель саморазогрева элементов конструкций (простой и составной формы), возникающего при циклическом нагружении. Проведен расчет температурных полей, позволяющий учесть зависимость теплофизических, механических характеристик материала и источника теплоты от температуры.

Ключевые слова: диссипативный разогрев, циклическое нагружение, внутренний источник тепла, метод последовательных интервалов.

Побудовано математичну модель саморозігріву елементів конструкцій (простої та складеної форми), виникаючого при циклічному навантаженні. Проведено розрахунок температурних полів, який дозволяє врахувати залежність теплофізичних та механічних характеристик матеріалів та джерел теплоти від температури.

Ключові слова: дисипативний розігрів, циклічне навантаження, внутрішнє джерело тепла, метод послідовних інтервалів.

The mathematical model of heat generation in elements of construction (simple and consisting) due to cyclic loading is developed. The calculate of temperature fields is obtained and allows to take into account temperature dependences for thermomechanical properties of material and internal heat generation.

Keywords: dissipative heating, cyclic loading, internal heat generation, method of successive intervals.

Введение. Развитие современных промышленных технологий определяет экстремальные эксплуатационные режимы работы устройств и конструктивных элементов оборудования: высокая интенсивность механического нагружения одновременно с нестационарным теплообменом с окружающей средой. При этом в механическом поведении конструкционных материалов существенно проявляются физические явления и эффекты, которые раньше не учитывались.

Циклическое нагружение (от малоциклового до гигациклового) элементов конструкций является причиной рассеяния (диссипации) энергии деформирования в материале, часть которой переходит в тепло. Для распространенных конструкционных материалов – металлов – при некоторых комбинациях параметров циклического нагружения: частоты, амплитуды, вида и т. п. – рассеяние энергии вызывает значительное повышение температуры, то есть саморазогрев тела. Нестационарность теплового процесса усложняется зависимостью теплофизических и механических характеристик материала от температуры. При этом долговечность элементов конструкций при циклическом нагружении оказывается тем меньше, чем больше амплитуда колебаний, зависящая от того, насколько колебания близки к резонансу и насколько велико поглощение и последующее рассеяние энергии колебаний, т. е. величина диссипативного разогрева [1–6].

К наиболее важным задачам такого типа, представляющим интерес для инженерной практики можно отнести расчет компрессорных и турбинных лопаток, акустических концентраторов, большой класс деталей машин, аппаратов и оборудования с высокой динамической напряженностью, обусловленной высокоинтенсивным циклическим нагружением [1–6].

Предложенный в работе подход, заключается в известном последовательном решении задач о колебаниях и теплопроводности [2], на основании которых определяются соответственно изменения во времени напряженно-деформированного состояния и температурного поля в исследуемых элементах. Поскольку эти задачи являются нелинейными, их решение, в настоящее время, может быть получено приближенными численными или аналитическими методами [7–12]. Напряженно-деформированное состояние в задаче теплопроводности учитывается введением распределенных источников тепла, наличие которых является результатом превращения части энергии деформирования в теплоту. Поскольку при решении задачи теплопроводности возможно учесть теплообмен между элементом и окружающей средой (в том числе и с другими частями конструкции), обоснованным является предположение о том, что энергия, необратимо рассеянная в материале, полностью преобразуется в теплоту. Аналитическое решение таких задач с учетом наличия внутренних источников тепла и сложного теплообмена с окружающей средой в виде отдельных выражений дает возможность обобщения качественной и количественной оценки теплового режима, взаимного влияния отдельных факторов в процессе циклического нагружения с целью их практического использования.

Цель работы заключается в построении математической модели процесса диссипативного разогрева элементов конструкций (простой и составной формы) при циклическом нагружении с разными условиями теплообмена с окружающей средой, позволяющая учесть зависимость теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры; получении приближенного аналитического решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности с учетом зависимости теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры; проведении сравнительного анализа результатов вычислительного эксперимента определения влияния на тепловые режимы элементов конструкций параметров циклического нагружения: амплитуды напряжений, частоты, числа циклов и т. д. – для прогнозирования рациональных эксплуатационных и технологических параметров.

Постановка и решение задачи. В общем случае материал тела считаем однородным и анизотропным. Тогда для тела, ограниченного поверхностью S и занимающего в пространстве объем V , в точке M уравнение теплопроводности имеет следующий вид

$$c_V(M, T) \frac{\partial T(M, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_{ij}^{(T)}(M, T) \frac{\partial T(M, T)}{\partial x_j} \right) + q_V(M, T), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где τ – время; $\lambda_{ij}^{(T)}$ – компоненты симметричного тензора теплопроводности в прямоугольной системе координат $Ox_1x_2x_3$.

Начальным условием для (1) должно быть распределение температуры в начальный момент времени $\tau = 0$

$$T(M, 0) = T^0(M), \quad M \in V. \quad (2)$$

Граничные условия для (1) имеют вид

$$\lambda_{ij}^{(T)}(N, T) \frac{\partial T(N, \tau)}{\partial x_j} n_i(N) = \alpha(N, \tau) (T_c(N, \tau) - T(N, \tau)), \quad N \in S, \quad (3)$$

где n_i – направляющие косинусы единичного вектора внешней нормали к поверхности S в ее точке N ; α и T_c – заданные зависимости коэффициента теплообмена

и температуры окружающей среды соответственно. В случаях, когда на участках поверхности $S_T \subseteq S$ теплообмен с окружающей средой весьма интенсивен и можно считать, что $\alpha \rightarrow \infty$, то используют граничные условия первого рода:

$$T(N, \tau) = T_c(N, \tau), \quad N \in S_T. \quad (4)$$

В случаях, когда на участках поверхности $S_q \subseteq S$ выполняется $T_c(N, \tau) \gg T(N, \tau)$, то условия (3) переходят в граничные условия второго рода:

$$\lambda_{ij}^{(T)}(N, T) \frac{\partial T(N, \tau)}{\partial x_j} n_i(N) = \tilde{q}(N, \tau), \quad N \in S_q, \quad (5)$$

где $\tilde{q}(N, T) \approx \alpha(N, \tau) T_c(N, \tau)$ – заданная зависимость плотности теплового потока, подводимого к поверхности. Граничными условиями третьего рода является общий случай в виде выражения (3).

Для изотропного однородного материала тела теплопроводность $\lambda_{ij}^{(T)}(M, T)$ следует заменить на $\lambda^{(T)}(T)$.

Интенсивность внутренних источников тепла при циклическом нагружении в дифференциальном уравнении теплопроводности для одномерного случая может быть представлена выражениями [7]:

$$\nu q(x, \sigma_a, T, \tau) = \begin{cases} \nu D(\sigma_a, T), \\ \nu K_\Phi \Delta \varepsilon(\sigma_a, T) \sigma_a(x, \tau) \\ \nu \sigma_a^2(x, \tau) \psi(\sigma_a, T) / (2E^*(T)), \\ \nu \sigma_a^2(x, \tau) \delta(\sigma_a, T) / (E^*(T)), \end{cases} \quad (6)$$

где ν – частота нагружения; $\sigma_a(x, \tau)$ – амплитуда напряжений; $\psi(\sigma_a, T)$ – относительное рассеяние энергии, равное отношению площади петли гистерезиса $D(\sigma_a, T)$ к амплитудному значению потенциальной энергии упругой системы; T – температура; $E^*(T)$ – секущий (приведенный) модуль упругости, равной модулю Юнга E при упругих деформациях; $\delta(\sigma_a, T)$ – логарифмический декремент колебаний; $\Delta \varepsilon(\sigma_a, T)$, K_Φ – ширина и коэффициент формы петли гистерезиса.

Таким образом, для получения достоверных результатов расчета температурного поля элементов конструкций необходимым является наличие экспериментальных данных о рассеянии энергии в единице объема материала.

Для определения напряжений в общем случае предполагается, что исследуемое тело находится в неоднородном и нестационарном температурном поле $T(x, \tau)$. Согласно гипотезе Неймана полная линейная деформация ε_{ij} складывается из деформаций от силовой нагрузки и температурного расширения

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon'_{ij} + \varepsilon''_{ij}, \quad (7)$$

где $\varepsilon''_{ij} = \alpha T$; α – коэффициент линейного температурного расширения материала. Температурные добавки для сдвиговых деформаций равны нулю. Поэтому закон Гука с учетом температуры имеет вид

$$\sigma_{ij} = 2G \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu \theta}{1-2\nu} \delta_{ij} - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha T \delta_{ij} \right), \quad (8)$$

где $G = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига, $\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$ – коэффициент Пуассона,

$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ – параметр Ламе, ε_{ij} – компоненты тензора деформаций,

$\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ – объемная деформация, δ_{ij} – символы Кронекера. Соотношение между девиаторами остается таким же, как и в случае идеальной упругости

$$s_{ij} = 2G\varepsilon_{ij}, \quad (9)$$

где s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, ε_{ij} – компоненты девиатора тензора деформаций, а для связи шаровых частей тензоров напряжений и деформаций принимается следующий вид записи

$$\sigma = K(\theta - 3\alpha T), \quad (10)$$

где $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ – модуль объемной деформации. Компоненты деформаций в (8)

связаны с перемещениями соотношениями Коши.

При достаточно высоких температурах, возникающих при саморазогреве, для описания зависимости констант упругости от температуры можно использовать формулу Белла [2]

$$\{G(T), E(T), K(T)\} = \{G(0), E(0), K(0)\} \phi(T), \quad (11)$$

где $G(T), E(T), K(T)$ – модули упругости при температуре T ; $\phi(T)$ – линейная функция температуры

$$\phi(T) = \begin{cases} 1, & 0 < \frac{T}{T_{пл}} \leq 0,06; \\ 1,03(1 - \frac{T}{2T_{пл}}), & 0,06 < \frac{T}{T_{пл}} \leq 0,57; \end{cases} \quad (12)$$

где $T_{пл}$ – температура плавления материала; $G(0), E(0), K(0)$ – значения параметров упругости при так называемом нулевом напряжении. Эти значения можно получить, зная величину одного из модулей упругости при комнатной температуре и температуру плавления материала. Выражение (11) дает достоверное значение константы упругости, подтвержденную экспериментальными исследованиями более 500 металлов и сплавов [2].

Для класса задач одночастотных колебаний различных систем при использовании нелинейных гистерезисных зависимостей, как показывают произведенные расчеты, результат определяется, главным образом, площадью петли гистерезиса. Поэтому, рассматривая наиболее общие нелинейные зависимости между напряжениями и деформациями, отражающие несовершенную упругость материала при его циклическом деформировании, следует отметить, что при изучении гармонических колебаний деформируемых тел в ряде случаев для решения задачи целесообразно использовать ли-неаризованные для данной амплитуды колебаний гистерезисные зависимости в виде [6]

$$\bar{\sigma}(\varepsilon) = E(\varepsilon_0) \left[\varepsilon \mp \frac{\delta(\varepsilon_0)}{\pi} \sqrt{\varepsilon_0^2 - \varepsilon^2} \right], \quad (13)$$

$$\sigma(\varepsilon) = E(\varepsilon_0) \left[\varepsilon + \frac{\delta(\varepsilon_0)}{\pi\omega} \dot{\varepsilon} \right], \quad (14)$$

где значения секущего (приведенного) модуля $E(\varepsilon_0)$ и логарифмического декре-мента колебаний $\delta(\varepsilon_0)$ могут быть полностью определены по аналитически ап-проксимированным экспериментальным зависимостям.

Физически обоснованной является гипотеза Давиденкова [5], согласно кото-рой связь между механическими напряжениями и деформациями имеет вид

$$\sigma = E\varepsilon \pm \frac{E\eta}{n} \left[2^{n-1} \varepsilon_0^n - (\varepsilon_0 \pm \varepsilon)^n \right] \quad (15)$$

где η, n – геометрические параметры петли гистерезиса, которые определяются экспериментальным путем для каждого материала; ε_0 – амплитудное значение де-формации.

Одна из модификаций гипотезы Сорокина [5], с учетом предложений Дави-денкова, имеет вид

$$\sigma = E\varepsilon \pm \beta_1 \varepsilon_0^n \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2}}. \quad (16)$$

В данной работе в качестве объектов исследования приняты сплошной и ступен-чатый (составной) стержни круглого и прямоугольного поперечного сечения [7–12], подвергающиеся различным видам циклического нагружения: растяжение–сжатие, из-гиб. Рассматривается задача определения температурного поля ограниченного стержня при циклическом нагружении. Размеры поперечного сечения стержня считаются ма-лыми по сравнению с длиной. Такое допущение дает основание предполагать, что пе-репад температуры в процессе циклического нагружения происходит только по длине стержня (вдоль оси x). Для сплошного стержня принято, что в процессе циклического нагружения напряжения и внутренние источники энергии действуют по всей его длине. Влияние условий теплообмена определяется постоянными в процессе нагружения ко-эффициентами α_1 и α_2 , характеризующими теплообмен через боковую поверхность и торцы в окружающую среду. В ступенчатом стержне напряжения и внутренние источ-ники энергии действуют только по длине его рабочей части. В утолщенной части они равны нулю. Коэффициент теплообмена через боковую поверхность рабочей части ра-вен α_1 . Условия теплообмена в утолщенной части стержня соответствуют различным схемам закрепления. В одном случае коэффициент теплообмена через боковую поверх-ность и торцы в окружающую среду равен α_2 , в другом – α_1 и α_2 соответственно.

В соответствии с принятыми допущениями задача нестационарной теплопровод-ности для многоступенчатого стержня представлена дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} c_m(T_m) \rho_m(T_m) \frac{\partial T_m(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_m(T_m) \frac{\partial T_m(x, \tau)}{\partial x} \right] - \\ - \frac{\alpha_m(T_m)}{h_m} [T_m(x, \tau) - T_{cm}] + q_m(x, \sigma_a, T, \tau) \end{aligned} \quad (17)$$

при следующих начальных и граничных условиях для каждой части стержня ($m=1, 2, 3, \dots, M$; $0 \leq x_m \leq l_m$):

$$T_m(x, 0) = \phi_m(x), \quad (18)$$

$$\begin{cases} A_0 \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = B_0 \alpha_0^*(T_1) [f_0(\tau) - D_0 T_1(x, \tau)] \Big|_{x=0_1}, \\ A_1 \lambda_M(T_M) \frac{\partial T_M(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=l_M} = B_1 \alpha_1^*(T_M) [f_1(\tau) - D_1 T_M(x, \tau)] \Big|_{x=l_M}, \end{cases} \quad (19)$$

где $T_m(x, \tau)$ – температура m -ой гладкой части многоступенчатого стержня, зависящая от координаты x и времени τ ; T_{cm} – температура среды, окружающей m -ую часть стержня; $c_m(T_m)$, $\lambda_m(T_m)$ и $\rho_m(T_m)$ – коэффициенты удельной теплоемкости, теплопроводности и плотность материала m -ой части стержня; $\alpha_m(T_m)$, $\alpha_s^*(T_m)$ – коэффициенты теплоотдачи с боковой поверхности и торцов внешних (граничных) частей стержня ($s=0$ или 1); A_s , B_s , D_s ($s=0$ или 1) – коэффициенты, принимаемые значения ± 1 или 0 . В зависимости от сочетания значений этих коэффициентов на внешних торцах системы стержня можно задавать граничные условия I, II или III рода, а граничные функции $f_s(\tau)$ при этом принимают значения температуры поверхности стержня, теплового потока или температуры окружающей среды; h_m – отношение площади F_m поперечного сечения m -ой части стержня к его периметру. На стыках стержней имеют место условия неидеального теплового контакта

$$\begin{cases} F_m \lambda_m(T_m) \frac{\partial T_m(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=l_m} = \frac{F_{m+1}}{R_{m,m+1}^*} [T_{m+1}(O_{m+1}, \tau) - T_m(l_m, \tau)] - \\ - \alpha_{m,m+1}(T_m) [T_m(l_m, \tau) - T_{m,c}] (|F_m - F_{m+1}|), \\ F_m \lambda_m(T_m) \frac{\partial T_m(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=l_m} = F_{m+1} \lambda_{m+1}(T_{m+1}) \frac{\partial T_{m+1}(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=O_{m+1}} - \\ - \alpha_{m,m+1}(T_m) [T_m(l_m, \tau) - T_{m,c}] (|F_m - F_{m+1}|), \end{cases} \quad (20)$$

где $R_{m,m+1}^*$ – контактное термическое сопротивление на стыке m и $m+1$ -ой частей стержня; $\alpha_{m,m+1}(T_m)$ – коэффициент теплоотдачи со свободных торцов m и $m+1$ -ой части стержня. Необходимо отметить, что при $M=1$ задача (17) – (20) соответствует математической постановке нелинейной задачи теплопроводности для гладкого стержня, при $M=2$ – для одноступенчатого и т. д.

Решение задачи (17)–(20) возможно приближенными численными или аналитическими методами. В [7–12] для решения поставленной задачи применяется метод последовательных интервалов, основанный на интегральном преобразовании Лапласа. Использование метода последовательных интервалов позволяет свести решение нелинейной задачи нестационарной теплопроводности к совокупности решений линейных задач с различными начальными и граничными условиями для каждого интервала времени:

$$T_j(x, \tau_j) \Big|_{\tau_j=0_j} = T_{j-1}(x, \Delta \tau_{j-1}), \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T_j(x, 0_j)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ T_j(x, \tau_j) \Big|_{x=1} = f_j(\tau) \end{cases}, \quad (22)$$

где функция $f_j(\tau)$ может иметь вид $f_j(\tau) = T_{j-1}(1, \Delta\tau_{j-1}) + k_j\tau$, что схематически показано на рис. 1.

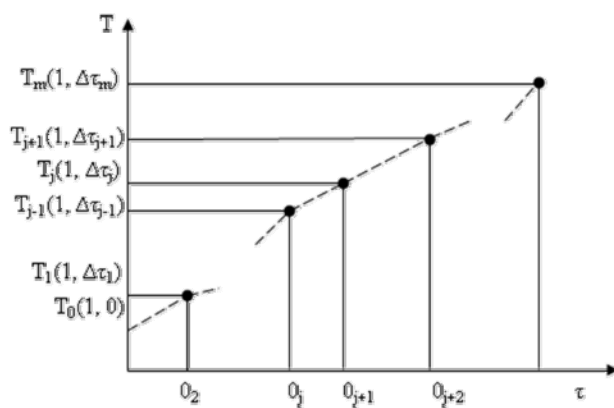


Рис. 1. Схема аппроксимации граничной функции

Операционный метод позволяет получить асимптотическое решение, удобное для малых значений критерия Фурье в интервале ΔFo [7; 8–10].

Разогрев стержня при циклическом деформировании определяется при выполнении следующего алгоритма:

Полное время нагружения разбивается на конечные временные интервалы длительностью $\Delta\tau_j: [0, \tau_j]$, в каждом из которых:

1. Решается задача о вынужденных колебаниях. При этом рассматриваются колебания в резонансной зоне, предполагается выполнение правила Видлера, то есть считается, что рассеяние механической энергии не влияет на форму колебаний системы [5]. Определяются формы колебаний, деформации и напряжения по длине стержня для любого момента времени $\tau \in [0, \tau_j]$. Проверяется условие для амплитудных напряжений в опасном сечении $\sigma_{0j}^a(x_0, \tau) < \sigma_j^T$. Определяется количество циклов нагружения N_j . Значения механических характеристик соответствуют значениям при температуре в начале данного интервала времени. Разбиение на интервалы по координате и по времени может быть неравномерным.

2. Определяется распределение интенсивности внутренних источников тепла по длине стержня по известным зависимостям, например $q(x, \sigma_a, T, \tau) = \sigma_a^2 \psi(\sigma_a, T) / (2E(T))$.

3. Решается задача теплопроводности для определения температуры $T_j(x, \Delta\tau_j)$ (для составного стержня для каждого участка длиной Δl_i определяется функция $T_j^i(x, \Delta\tau_j)$). Проверяется условие для температур $|T_j(x, \Delta\tau_j) - T_{j-1}(x, \Delta\tau_{j-1})| \leq \varepsilon$. Теплофизические (a_{i+1}, λ_{j+1}) и механические $(E_{i+1}, \sigma_{j+1}^T)$ характеристики материала принимают значения, соответствующие среднеинтегральному значению температуры на данном интервале времени. Тем-

пература $T_j(x, \Delta\tau_j)$ является начальным распределением температуры для следующего интервала времени.

4. Для последующего интервала времени повторяются предыдущие шаги алгоритма.

При невыполнении условия в п. 3, изменяется длительность интервала времени $\Delta\tau_j$ в соответствии с темпом роста температуры.

Усталостные испытания образцов из аустенитной хромоникелевой стали были проведены на установке фирмы «Шенк» [4]. Диапазон амплитуд напряжений при испытаниях 70–190 МПа. Для исследования разогрева и распределения температуры по длине образца использовались жидкие кристаллы, наносимые тонким слоем на верхнюю поверхность его рабочей части. Температура в образце определялась по изменению цвета пленки жидких кристаллов. В качестве расчетной модели образца взят ступенчатый стержень прямоугольного поперечного сечения. Утолщенные части служат для передачи изгибающего момента. Изгибные напряжения в этих частях стержня приняты равными нулю. В расчетах используются температурные зависимости теплофизических и механических свойств материала, принятые из работ [3 – 7].

На рис. 2 изображены зависимости температуры в точке, отстоящей от места стыка образца и концентратора на расстоянии 16 мм при разных амплитудах колебаний нижнего конца концентратора A_0 . Только при $A_0 = 3,75$ мкм расчетное изменение температуры происходит интенсивнее, чем это было замерено при испытаниях. Из рис. 2 видно, что в зависимости от режима нагружения (значения A_0) температура в исследуемой точке образца может устанавливаться или повышаться с нарастающей скоростью, что подтверждает возможность использования расчетного метода для оценки разогрева циклически нагружаемого элемента.

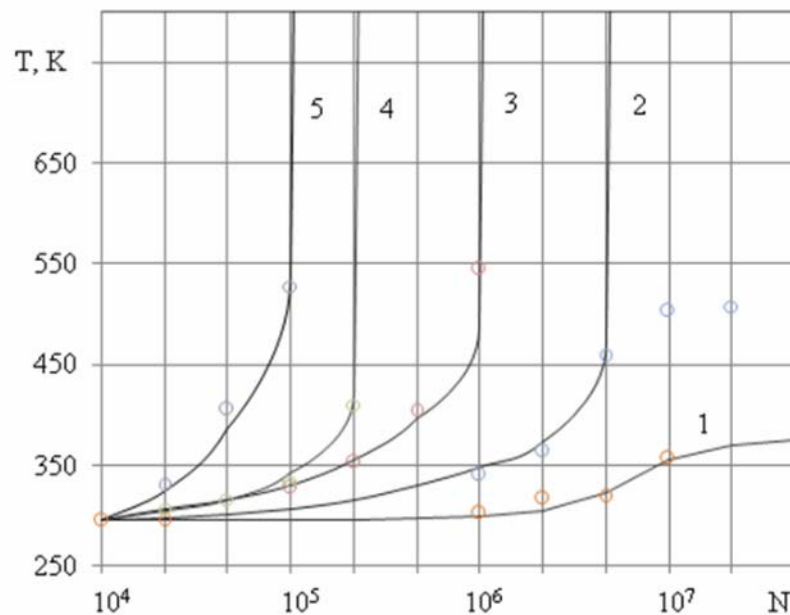


Рис. 2. Зависимость температуры T в точке рабочей части образца от количества циклов N при различных значениях A_0 :

1 – $A_0 = 2,25$ мкм; 2 – $A_0 = 3,75$ мкм; 3 – $A_0 = 5,25$ мкм;
4 – $A_0 = 5,85$ мкм; 5 – $A_0 = 6,45$ мкм; о – экспериментальные данные

На рис. 3, 4 представлено температурное поле стержня при изменяющихся параметрах циклического нагружения: количества циклов N и амплитуды колебаний A_0 .

На рис.3 изображены распределение температуры по длине стержня в различные моменты времени при значении амплитуды напряжений 160 МПа. Точками на рис.5 показаны результаты измерения температуры в образце соответствующие $N=750$ циклам нагружения. По рис.3 можно оценить характер изменения температуры во времени (для точки $x=0$): в начале нагружения (приблизительно до 10^3 циклов) происходит незначительное изменение температуры, затем скорость роста температуры увеличивается и после 10^4 циклов нагружения скорость роста температуры резко снижается.

На рис.4 в виде поверхности приведены результаты расчетных исследований и точками показаны экспериментальные данные изменения температуры во времени по рабочей длине образца. Начало координат взято в месте стыка образца и концентратора. Циклическое нагружение соответствует амплитуде колебаний нижнего конца концентратора $A_0 = 5,25$ мкм. Как видно из рис. 4, в каждой регистрируемой точке рабочей части образца имеет место повышение температуры с нарастающей скоростью. Результаты расчетных и экспериментальных исследований достаточно близки друг к другу. Распределение температуры по длине образца вблизи его центра имеет максимум, который несколько смещается в процессе нагружения. Существенное повышение температуры образца происходит в его центральной части.

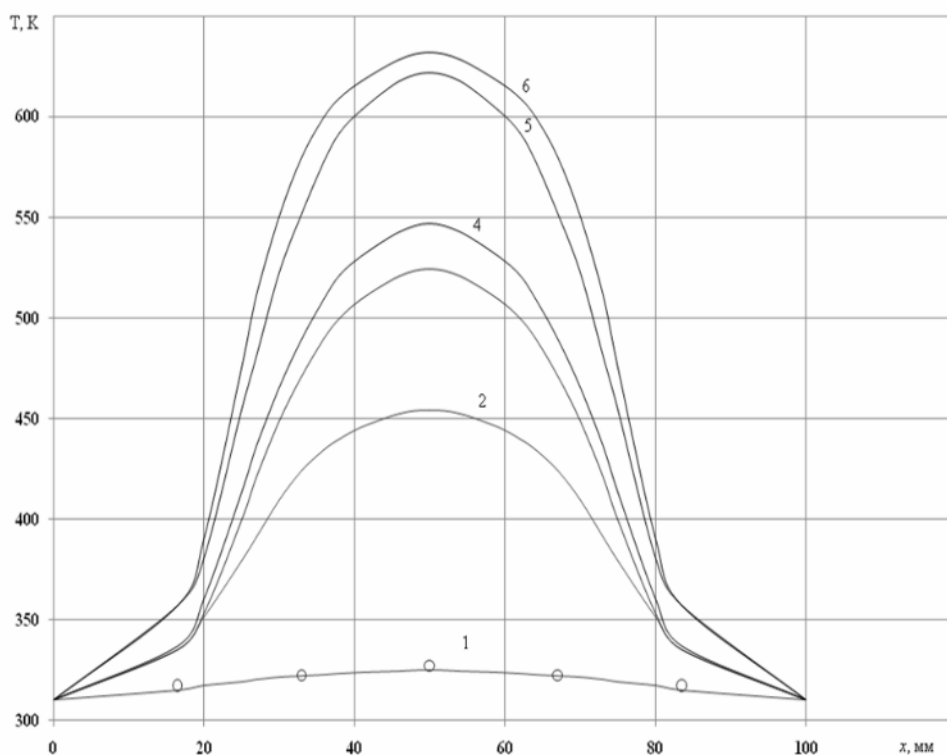


Рис. 3. Распределение температуры T по рабочей длине образца в зависимости от количества циклов N :

1 – $N=750$; 2 – $N=6 \cdot 10^3$; 3 – $N=8 \cdot 10^3$; 4 – $N=9 \cdot 10^3$; 5 – $N=2 \cdot 10^4$; 6 – $N=2 \cdot 10^6$;
о – экспериментальные данные

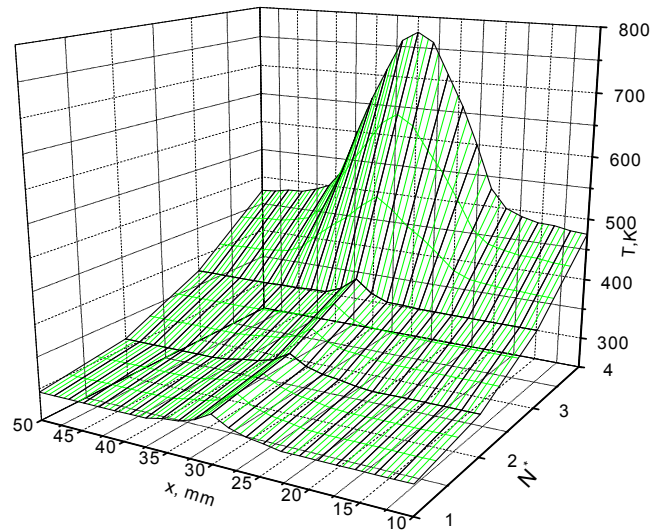


Рис. 4. Распределение температуры T по рабочей длине образца в зависимости от количества циклов N^* ($1=10^4$; $2=10^5$; $3=10^6$; $4=10^7$) при $A_0=5,25$ мкм

На рис. 5 приведены зависимости температуры в центре стержня от амплитуды напряжений σ_a в различные моменты времени. Из рис. 5 следует, что с увеличением числа циклов нагружения резкий рост температуры происходит при более низких значениях амплитуды напряжений. Для определения корреляции между максимумом кривизны зависимости температуры от амплитуды напряжений и ограниченным пределом выносливости необходимо иметь зависимости изменения температуры стержня в достаточно широких пределах (чтобы максимум кривизны достигался не на границе области определения кривой корреляции).

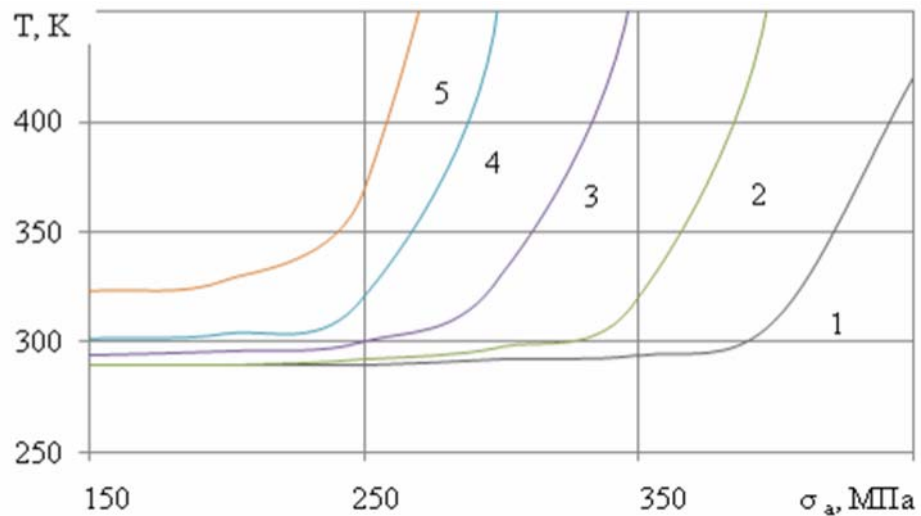


Рис. 5. Зависимость температуры T в центре образца от амплитуды напряжения σ_a при разных значениях количества циклов N :
1 – $N=10^3$; 2 – $N=10^4$; 3 – $N=10^5$; 4 – $N=10^6$; 5 – $N=10^7$

Выводы. Построена математическая модель процесса диссипативного разогрева элементов конструкций (простой и составной формы) при циклическом нагружении с разными условиями теплообмена с окружающей средой, позволяющая

учесть зависимость теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры. Расширена область применения метода последовательных интервалов для решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности с учетом зависимости от температуры теплофизических, механических характеристик материала и источника тепла. Разработанная математическая модель дает возможность исследования и прогнозирования влияния параметров циклического нагружения, вибропоглощающих свойств конструкционного материала, условий теплообмена с окружающей средой и на стыках составных частей на распределение температурного поля конкретных элементов конструкций, выбора рациональных эксплуатационных и технологических режимов работы.

Бibliографические ссылки

1. **Ботвина Л. Р.** Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности / Л.Р. Ботвина – М., 2008. – 334 с.
2. **Горшков А. Г.** Теория упругости и пластичности / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский – М., 2002. – 416 с.
3. **Писаренко Г. С.** Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов : справочник. / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев – К., 1971. – 375 с.
4. **Писаренко Г. С.** Протекание пластических деформаций в сталях 12Х18Н10Т при циклическом симметричном изгибе образцов различной длины / Г.С. Писаренко, В. А. Леоненко, Н. Д. Бега // Пробл. прочности, 1983. – №8. – С. 20–23.
5. **Абакумов В. Г.** О проектировании акустических концентраторов с учетом внутреннего рассеяния энергии / В. Г. Абакумов, К.А. Трапезон // Акуст. вісник, 2007. – Т.10, № 1. – С. 3–16.
6. **Матвеев В. В.** Демпфирование колебаний деформируемых тел / В. В. Матвеев – К., 1985. – 264 с.
7. **Клим В. Ю.** Математическое моделирование температурных полей элементов конструкций вследствие их диссипативного разогрева при циклическом деформировании / В. Ю. Клим // Машинознавство. – Львів, 2008. – С. 54–61.
8. **Клим В. Ю.** Математическая модель разогрева элементов конструкций при циклическом деформировании / В. Ю. Клим : зб. наук. праць «Динаміка та міцність машин, будівель, споруд» - Полтава, 2009. – С. 43–50.
9. **Веселовский В. Б.** Температурные поля элементов конструкций, разогревающихся вследствие высокочастотного нагружения / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Вісник Донецького університету, сер. А: Природничі науки, 2003. – Вип. 1. – С.104–107.
10. **Веселовский В. Б.** Разогрев ограниченного стержня при высокочастотном нагружении / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Механіка. – Вип. 6 – Т. 2. – 2002. – С.27–34.
11. **Веселовский В. Б.** Разогрев составного стержня при высокочастотном нагружении / В. Б. Веселовский, А. В. Сяев, В. Ю. Клим // Сб. науч. трудов Национальной горной академии Украины. – Д., 2002. – №13 – Т.2. – С. 53–59.
12. **Веселовский В. Б.** Решение задачи о колебаниях при диссипативном разогреве элементов конструкций / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Диференціальні рівняння та їх застосування : зб. наук. праць. – Д., 2008. – С.56–65.

Надійшла до редколегії 08.12.09