

6. **Ostapenko V.A.** Exact solution of the problem for dynamic field of displacements in rods of variable length /V.A. Ostapenko // Archives of Applied Mechanics, Hamburg, Springer-Verlag, 77, 2007. – P. 313–324.
7. **Остапенко В.А.** Первая краевая задача для области с подвижной границей /В.А. Остапенко // Дифференциальные уравнения и их приложения в физике. – Дн., 1989. – С. 4–14.
8. **Остапенко В.А.** Вторая краевая задача для области с подвижной границей /В.А. Остапенко // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Математика, – 1997. Вип.1. – С. 3–21.
9. **Остапенко В.А.** Третья краевая задача для области с подвижной границей /В.А. Остапенко // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Математика, – 1996. Вип.2. – С. 4–23.

Надійшла до редколегії 29.01.10

УДК 621.744.35

С.Р. Рахманов

Национальная металлургическая академия Украины

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ОЧАГЕ ДЕФОРМАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ПРОШИВКИ ТРУБНОЙ ЗАГОТОВКИ НА ПРОШИВНОМ ПРЕССЕ

Разработана динамическая модель очага деформации при процессе прошивки трубной заготовки, представляющая область возмущений в виде пластической и упругой взаимодействующих зон. Установлены параметры распространения фронта пластической волны при процессе прошивки заготовки в зависимости от расширения границы оправки в очаге деформации.

Ключевые слова: прошивка трубных заготовок, математическая модель прошивки, автомобильная задача.

Розроблено динамічну модель осередку деформації для процесу прошивки трубної заготовки, що являє область збуджень у вигляді пластичної та пружної зон, котрі між собою взаємодіють. Визначені параметри розповсюдження фронту пластичної хвилі у процесі прошивки заготовки в залежності від розширення границі оправки в осередку деформації.

Ключові слова: прошивка трубних заготовок, математична модель прошивки, автомобільна задача.

The mathematical model of the deformation region under piercing pipe shell process, which presents perturbed region in the shape of plastic and elastic zones of interaction was formulated. The parameters of the front edge of the distribution plastic wave under process of piercing shell that is depending on the range expansion arbor in deformation region were determined.

Keywords: piercing process of pipe shell, mathematical model of the piercing process, automodel problem.

Введение. Процессы горячего прессования при производстве бесшовных труб из малопластичных и труднодеформируемых материалов находят широкое применение в мировой практике. При этом повышение эффективности процесса прошивки (экспандирования) на прошивном прессе выдвигает ряд актуальных задач по совершенствованию технологии производства и модернизации оборудования [1; 2].

Совершенствование существующих и разработка новых технологий требует кардинально нового подхода к задаче оптимизации качества бесшовных труб, что, непосредственно, связано с отработкой режимов деформации, прогнозированием показателей стойкости технологического инструмента и надежности функционирования оборудования [3].

Установление возможностей существующих и разработка новых технологических процессов производства труб требует создания математических моделей,

адекватно отражающих условия прошивки трубных заготовок или при незначительных допущениях экспандирования гильз на современных прошивных прессах, схема которого приведена на рис. 1.

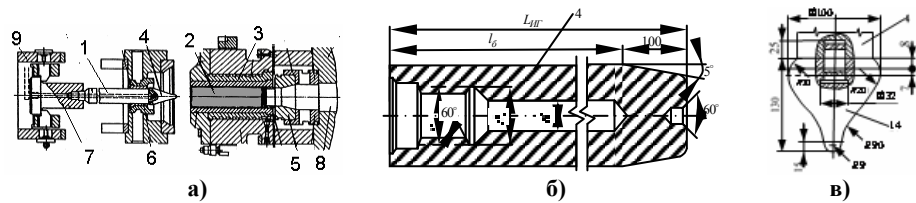


Рис. 1. Вертикальный прошивной пресс и схема расположения технологического инструмента на прессе: а) – прошивной пресс (схема пресса повернута); б) – прошивной инструмент (игла); в) – экспандер

Постановка задачи. Рассмотрим следующую постановку задачи о прошивке предварительно нагретой трубной заготовки оправкой, выполненной в виде тела вращения и движущейся с определенной скоростью.

Оправка, используемая в качестве рабочего инструмента, представляет собой абсолютно твердое осесимметричное тело с заостренным наконечником, которая внедряется в однородную полубесконечную среду, занимающую некоторое полупространство $x \leq 0$, нормально к его свободной поверхности $x = 0$. Возмущенное движение прошиваемого металла (сплошной среды), вызванное оправкой в процессе прошивки, считаем осесимметричным (рис. 2).

Решение указанной задачи о движении сплошной среды (металла), основанное на использовании, достаточно, строгих нелинейных дифференциальных уравнений движения прошиваемого металла, в силу имеющих место больших деформаций, в настоящее время является затруднительным из-за недостатка развития математического аппарата. Поэтому, на данной стадии исследования, наиболее приемлемы приближенные методы, которые, тем не менее, позволяют получить достоверное решение задачи. Следует отметить, что данные методы, хотя и обладают определенной погрешностью, но в основном охватывают физическую суть явлений, происходящих в процессе прошивки сплошной цилиндрической трубной заготовки в гильзы заданных размеров.

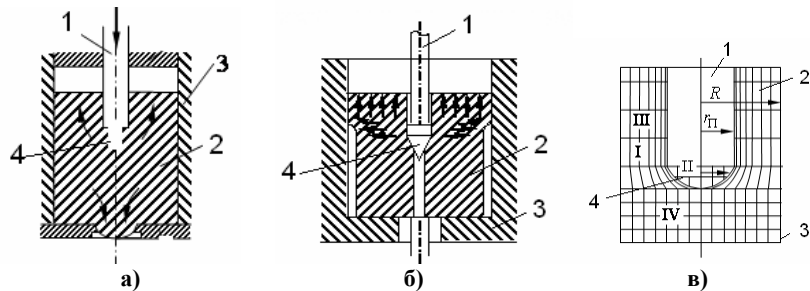


Рис. 2. Осесимметричный процесс прошивки и экспандирования трубной заготовки: 1 – иглодержатель (стержень); 2 – трубная заготовка; 3 – контейнер; 4 – игла (оправка) или экспандер; (а) – модель процесса прошивки заготовки; б) – процесс экспандирования гильзы; в) – зоны деформации заготовки при прошивке инструментом

Выберем цилиндрическую систему координат с началом в точке соприкосновения оправки с прошиваемой заготовкой; ось x направим вдоль оси прошиваемой заготовки, время прошивки отсчитываем от момента соприкосновения оправки с

металлом. Пусть $H(t)$ – есть глубина внедрения оправки в металл в момент времени t (рис. 3).

Если уравнение поверхности оправки задано в виде

$$r = f(x), (x \geq 0), \tag{1}$$

то положение оправки в выбранной системе координат в момент времени $t \geq 0$ определяется уравнением

$$r = f[x + H(t)]. \tag{2}$$

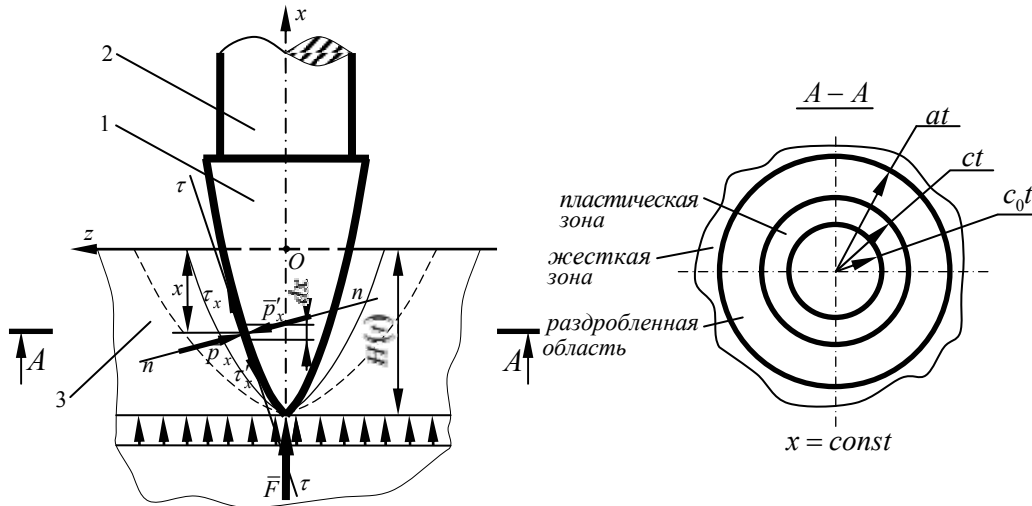


Рис. 3. Расчетная схема динамических процессов при прошивке трубной заготовки на прошивном прессе: 1 – оправка; 2 – стержень оправки; 3 – трубная заготовка

В некоторой фиксированной плоскости $x = const$ сечение движущейся оправки представляет собой окружность переменного радиуса $r_0(t) = f[x + H(t)]$, изменяющуюся в радиальном направлении со скоростью

$$c_0(t) = \dot{r}_0(t) = \frac{d}{dt} f(x + H(t)) = f'(x + H(t))u_0(t), \tag{3}$$

где $u_0(t) = \dot{H}(t)$ – скорость прошивки, $f'(x + H(t))$ – тангенс угла наклона образующей оправки к оси x на некоторой заданной глубине $x = const$.

Если оправка, удерживаемая стержнем, выполнена в виде эквивалентного конуса с углом полураствора θ_s , то

$$f(x) = x \operatorname{tg} \theta_s, \tag{4}$$

и скорость расширения поперечного сечения оправки в плоскости $x = const$ будет одинакова

$$c_0(t) = u_0(t) \operatorname{tg} \theta_s. \tag{5}$$

Отбрасывая некоторые особенности реализации существующего технологического процесса, будем считать, что процесс прошивки ведется в установившемся режиме и с постоянной скоростью. Поэтому в первом приближении можно принять, что

$u_0(t) = u_0 = const$. При этом каждое поперечное сечение металла при перемещении расширяется с постоянной скоростью

$$c_0 = u_0 \operatorname{tg} \theta_s = const, \quad (6)$$

и движение в фиксированной плоскости можно рассматривать, как автомодельное.

Предлагаемый приближенный подход к решению рассматриваемой задачи прошивки состоит в следующем: считается, что каждый слой металла трубной заготовки, в некоторой фиксированной плоскости $x = const$, движется независимо от других слоев, причем движение начинается с того момента времени, когда носик оправки достигает данной плоскости. При этом, исходная задача сводится к задаче о расширении цилиндрической каверны в сплошной среде (заготовке). Такая задача представляет собой задачу о распространении одномерных радиальных волн в слое, перпендикулярном направлению движения оправки в процессе прошивки металла. Таким образом, можно сказать, что предлагаемый подход к решению задачи базируется на методе плоских сечений и развивает теоретические положения процессов прошивки заготовки осесимметричным инструментом (оправкой).

Анализ напряженно-деформированного состояния металла показывает, что, при существующих скоростях прошивки в сплошной цилиндрической заготовке, кроме зоны упругого состояния, преимущественно, возникает зона пластического состояния, а в некоторых случаях и зона разрушения металла. Поэтому, первоначально рассмотрим отдельно указанные зоны и дадим приближенное решение динамической задачи для каждой из них. Результаты ряда экспериментальных исследований [6; 11] указывают на необходимость поэтапного исследования деформированного состояния прошиваемого металла в стесненном очаге деформации и управления напряженно-деформированным состоянием в процессе реализации технологических операций.

Принимаем во внимание то, что пластическая область расположена в зоне контакта с оправкой. Следовательно, в рамках выбранной динамической модели в каждом сечении очага деформации $x = const$ пластическая зона представляет собой концентрическую область, ограниченную окружностью радиусом $r_0(t)$. Пластическая зона расширяется со скоростью $c_0(t)$ – скоростью расширения поперечного сечения оправки. Окружность радиуса $R(t)$, которая определяет границы пластической области со стороны внешней области, расширяется с неизвестной заранее скоростью

$$c = \dot{R}(t). \quad (7)$$

Область, примыкающая к пластической зоне по окружности $r = R(t)$, как будет показано в дальнейшем, иногда может рассматриваться как упругая область. Для радиального перемещения металла в рассматриваемом слое очага деформации $x = const$ законы сохранения массы и количества движения сплошной среды, в выбранной цилиндрической системе координат, имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad (9)$$

где $\rho(r, t)$ – плотность металла; $v(r, t)$ – радиальная скорость частиц металла (положительная в сторону возрастания геометрических размеров оправки); σ_r, σ_θ –

соответственно радиальная и окружная компоненты напряжения (положительные при сжатии).

Уравнения (8) и (9) пригодны как для пластической зоны, так и для упругой зоны. Пластичность рабочей среды (металла) при рассматриваемом подходе наиболее удобно описывать критерием текучести по Треску, который в нашем случае имеет вид

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \tau_0, \tag{10}$$

где τ_0 – предел текучести прошиваемого металла ($\tau_0 = const$).

Кроме того, необходимо отметить, что относительное изменение объема, как известно из [8, 9] является упругой деформацией, которая обычно в теории пластичности считается пропорциональной давлению металла в очаге деформации

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_x). \tag{11}$$

Предполагаем, что между давлением p и изменением объема существует линейная зависимость, которую представим в виде

$$p = K(1 - \frac{\rho_0}{\rho}), \tag{12}$$

где ρ_0, ρ – соответственно начальная и текущая плотность металла при прошивке; K – объемный модуль упругости прошиваемого материала.

Система уравнений (8), (9), (11) и (12) не является замкнутой, так как содержит пять неизвестных функций: $v, \rho, \sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_x$.

Классическая теория пластичности при рассмотрении движения рабочей среды с цилиндрической симметрией использует различные гипотезы и предположения относительно взаимосвязи напряжения σ_x с другими компонентами полного напряжения и деформаций. Одним из таких предположений в теории пластичности является предположение о линейности связи между девиатором тензора напряжений и девиатором тензора деформаций. Совместно с условием об отсутствии осевой деформации указанное предположение приводит к связи между напряжениями

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) - G\varepsilon, \tag{13}$$

где ε – объемная деформация металла.

Поскольку ε величина достаточно малая, то в уравнении (13) часто пренебрегают последним членом, в результате чего получаем равенство

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta), \tag{14}$$

рекомендуемое Хиллом в [10].

Результаты исследования [11] говорят о том, что кроме условия (14), в ряде случаев, применимо условие

$$\sigma_x = \sigma_\theta. \tag{15}$$

Оба условия (14) и (15) принадлежат к классу более общего параметрического условия согласно [12; 13; 14]

$$\sigma_x = s\sigma_\theta + (1-s)\sigma_r. \tag{16}$$

Соответственно, при значениях параметра $s = 1/2$ и $s = 1$.

Если использовать условие (16), то для давления металла в очаге деформации получим выражение

$$p = \frac{1}{3}[(2-s)\sigma_r + (1+s)\sigma_\theta]. \quad (17)$$

В силу записанного, уравнение (12) примет вид

$$1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{3K}[(2-s)\sigma_r + (1+s)\tau_0], \quad (18)$$

или, с учетом условия текучести (10) будем иметь

$$1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{K} \left[\sigma_r - \frac{1}{3}(1+s)\sigma_\theta \right]. \quad (19)$$

Исключив из уравнений (8) и (9) σ_θ при помощи условия (10), и ρ , при помощи равенства (19), получаем:

$$\left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} \right) \left(K - \sigma_r + \frac{1+s}{3} \tau_0 \right) = -\rho_0 K \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) \left(K - \sigma_r + \frac{1+s}{3} \tau_0 \right) = - \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + v \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right). \quad (21)$$

Именно эти два уравнения определяют пластическое движение материала в области очага деформации

$$r_0(t) \leq r \leq R(t),$$

для оправки с произвольной, криволинейной образующей $r = f(x)$ и произвольным законом движения $u_0(t)$.

Если оправка принудительно внедряется в металл с постоянной скоростью u_0 и имеет конический наконечник (носик), то граница контакта пластической зоны с оправкой движется с постоянной скоростью $c_0 = u_0 \operatorname{tg} \theta_s$ (6), и задача (20), (21) оказывается автомодельной, поскольку не имеет характерного размера. В этом случае скорость распространения пластической зоны c также постоянна и согласно (7)

$$R(t) = ct. \quad (22)$$

Перейдя в уравнениях (20) и (21) к безразмерным величинам

$$\bar{v} = \frac{v}{c}; \bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{K}; \bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0}{K}, \quad (23)$$

которые являются функциями только автомодельной переменной, которую удобно взять в виде

$$\xi = \frac{r}{ct}, \quad (24)$$

получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left[1 - \bar{\sigma}_r + \frac{1}{3}(1+s)\bar{\tau}_0 \right] \left(\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} + \frac{\bar{\tau}_0}{\xi} \right) = \beta^2 \frac{d\bar{v}}{d\xi} (\xi - \bar{v}); \quad (25)$$

$$\left[1 - \bar{\sigma}_r + \frac{1}{3}(1+s)\bar{\tau}_0 \right] \left(\frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} \right) = \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} (\xi - \bar{v}), \quad (26)$$

где

$$\beta = \frac{c}{c_p}, \quad c_p = \frac{K}{\rho_0}. \quad (27)$$

Система уравнений (25) и (26) описывает пластическое течение металла в области $c_0t < r < ct$, очага деформации которая в автомодельных переменных является интервалом

$$\xi_0 \leq \xi \leq 1,$$

где ξ_0 – нижний предел автомодельной переменной $\xi_0 = \frac{c_0}{c} \leq 1$, соответствующий границе контакта металла с оправкой в процессе прошивки заготовки.

Обратим внимание на тот факт, что граница $r = R(t)$ заранее неизвестна, и в автомодельной задаче (из-за выбора в качестве характерной скорости величины c) неизвестным оказывается значение ξ_0 на границе с оправкой.

Для осесимметричной оправки с произвольной криволинейной образующей решение задачи в пластической зоне, приводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных (20) и (21) в подвижной области $r_0(t) < r < R(t)$ с заранее неизвестной границей $R(t)$. Для некоторых условий внедрения оправки, выполненной строго в виде конического тела вращения, с постоянной скоростью u_0 , задача, в конечном итоге, сводится к упрощенному решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (25) и (26) в области с фиксированными границами $\xi = \xi_0 < 1$ и $\xi = 1$ с заранее неизвестной величиной ξ_0 .

Из граничных условий при $\xi = \xi_0$ известно значение скорости $v = c_0$ или

$$\bar{v} \Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{c_0}{c} = \xi_0,$$

условия на границе $\xi = 1$ должны определяться из условия стыковки решения в пластической зоне с решением в той зоне, которая примыкает к пластической.

Линеаризованная задача для пластической области базируется на основных предположениях линейной теории сплошной среды [12].

Численные результаты показывают, что хотя изменение плотности прошиваемой заготовки происходит, но величина ρ_0/ρ отличается от единицы незначительно. Кроме того величины $v \frac{\partial \rho}{\partial r}$ и $v \frac{\partial v}{\partial r}$ имеют второй порядок, поэтому в линейном приближении задачи вместо уравнений (8) и (9) воспользуемся дифференциальными уравнениями:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0; \quad (28)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (29)$$

Исключив из уравнений (28) и (29) плотность металла ρ при помощи уравнения (19), приходим к следующей системе уравнений

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (30)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + K \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0, \quad (31)$$

которая является линеаризованным вариантом системы (8) и (9).

Для оправки с коническим наконечником (носиком) при постоянной скорости внедрения u_0 задача (30) и (31) является автомодельной и в переменных (23) и (24) приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} + \frac{\bar{\tau}_0}{\xi} = \beta^2 \xi \frac{d\bar{v}}{d\xi}; \quad (32)$$

$$\frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} = \xi \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi}. \quad (33)$$

на интервале переменной $\xi_0 \leq \xi \leq 1$.

В дальнейшем ограничимся только решением линеаризованной системы уравнений (32) и (33), которая, как показывает сравнение с численным решением нелинейной системы (25) и (26), имеет удовлетворительную точность, но обладает тем преимуществом, что линеаризованная система допускает замкнутое аналитическое решение задачи.

Из (32) и (33) имеем самостоятельное уравнение для определения функции $\bar{v}(\xi)$

$$\left(1 - \beta^2 \xi^2\right) \frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} = -\bar{\tau}_0, \quad (34)$$

которая при $\xi = \xi_0$ должна удовлетворять граничному условию $\bar{v}|_{\xi=\xi_0} = \xi_0$. Решение уравнения (34), удовлетворяющее последнему условию, имеет вид

$$\bar{v}(\xi) = D_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2 \xi^2}}{\beta^2 \xi} - \frac{\bar{\tau}_0}{\beta^2 \xi}, \quad (35)$$

$$\text{где } D_0 = \frac{\beta^2 \xi_0^2 + \bar{\tau}_0}{\sqrt{1 - \beta^2 \xi_0^2}}.$$

Теперь из (32) получаем выражение для определения $\bar{\sigma}_r(\xi)$

$$\bar{\sigma}_r(\xi) = D_0 \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \beta^2 \xi^2}}{\beta \xi} + D_1, \quad (36)$$

где D_1 – произвольная постоянная.

Постоянная D_1 и безразмерная скорость распространения пластической зоны $\beta = c/c_p$ должны быть определены из условия сопряжения пластической зоны с внешней зоной, примыкающей к пластической. Для внешней зоны могут применяться различные математические и физические модели, здесь использованы две наиболее распространенные: модель упругой зоны очага деформации и модель зоны, разрушенной радиальными трещинами.

Упругая область очага деформации (в силу особенностей реализации технологического процесса прошивки) ограничена некоторой «жесткой» областью технологических инструментов (границы контейнера). В упругой области очага деформации имеем известные уравнения теории упругости, которые для радиального движения металла имеют вид (рис.3):

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{37}$$

$$-\sigma_r = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + 2G \frac{\partial u}{\partial r}, \tag{38}$$

$$-\sigma_\theta = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + 2G \frac{u}{r}, \tag{39}$$

$$-\sigma_x = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \tag{40}$$

где $u(r,t)$ – радиальное смещение частиц металла; $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; E, G – соответственно, модуль упругости Юнга и модуль сдвига прошиваемого металла; ν – коэффициент Пуассона.

Напряжение, по-прежнему, считается положительным для сжатия, и в выражении (40) учтено, что в рамках рассматриваемого подхода осевое удлинение прошиваемой заготовки сравнительно мало.

Исключив из уравнения (37) напряжения σ_r и σ_θ , получим следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad a = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}. \tag{41}$$

Из уравнения (41) следует, что скорость распространения упругой цилиндрической волны в прошиваемой трубной заготовке равна скорости распространения продольных возмущений a . Если некоторый момент времени, когда носик оправки достигает рассматриваемого сечения $x = const$, считать нулевым, то, к моменту времени t , упругая волна, в данном слое очага деформации, захватит область радиусом $r = at$. Отметим, что если упругая зона очага деформации по исходному предположению соседствует с пластической, то она расположена в кольце

$$R(t) < r < at. \tag{42}$$

В случае, если носик оправки является коническим и движется в обтекающем потоке металла с постоянной скоростью, то упругая зона расположена в кольце $ct < r < at$. Необходимо отметить, что, в последнем случае, упругое поле является автомодельным, и в переменных

$$\xi = \frac{r}{ct}; \quad \bar{u} = \frac{u}{ct},$$

уравнение (41) принимает вид:

$$\xi^2 (1 - \gamma^2 \beta^2) \frac{d^2 \bar{u}}{d\xi^2} + \xi \frac{d\bar{u}}{d\xi} - \bar{u} = 0, \tag{43}$$

где $\gamma = c/a$. Область изменения переменной ξ в данном случае такова

$$1 < \xi < 1/\gamma. \tag{44}$$

Поскольку при $r > at$ рабочая среда (прошиваемый металл) предполагается невозмущенной, то на фронте упругой волны $r = at$ ($\xi = 1/\gamma$) смещение $u = 0$, то есть, решение дифференциального уравнения (43) должно удовлетворять граничному условию

$$\bar{u}|_{\xi=1/\gamma} = 0. \tag{45}$$

Уравнение (43) имеет замкнутое аналитическое решение, которое получим, введя новую переменную $q = \bar{u}/\xi$. Для переменной q будем иметь уравнение

$$\xi(1 - \gamma^2 \xi^2)q'' + (3 - 2\gamma^2 \xi^2)q' = 0. \tag{46}$$

Заметим, что, в силу (44), во всей упругой области очага деформации $1 - \gamma^2 \xi^2 \geq 3 - 2\gamma^2 \xi^2 > 0$, поскольку $\gamma = \frac{c}{a} < 1$. После замены $q' = \psi$, приведем (46) к уравнению с разделяющимися переменными

$$\frac{d\psi}{\psi} = -2 \frac{\frac{3}{2\gamma^2} - \xi^2}{\xi \left(\frac{1}{\gamma^2} - \xi^2 \right)} d\xi,$$

решение которого представим в виде

$$\psi = A \frac{\sqrt{\gamma^{-2} - \xi^2}}{\xi^3},$$

где A – произвольная постоянная.

Отсюда, после преобразований получаем

$$q = B + A \left[\frac{\gamma}{2} \ln \frac{\frac{1}{\gamma} + \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} - \xi^2}}{\xi} - \frac{\sqrt{\frac{1}{\gamma^2} - \xi^2}}{2\xi^2} \right],$$

и значит,

$$\bar{u}(\xi) = \xi \left[B + A \left[\frac{\gamma}{2} \ln \frac{\frac{1}{\gamma} + \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} - \xi^2}}{\xi} - \frac{\sqrt{\frac{1}{\gamma^2} - \xi^2}}{2\xi^2} \right] \right], \tag{47}$$

где B – произвольная постоянная, которая, в силу условия (45), оказывается равной нулю.

Таким образом, после преобразований, окончательно в упругой области имеем

$$\bar{u}(\xi) = \frac{A}{2} \left(\gamma \xi \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \xi^2}}{\gamma \xi} - \frac{\sqrt{1 - \gamma^2 \xi^2}}{\gamma \xi} \right). \quad (48)$$

Согласно (38) и (39) для напряжений соответственно запишем

$$\sigma_r(\xi) = -AG \left(\frac{\gamma(\lambda + G)}{G} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \xi^2}}{\gamma \xi} + \frac{\sqrt{1 - \gamma^2 \xi^2}}{\gamma \xi^2} \right), \quad (49)$$

$$\sigma_\theta(\xi) = AG \left(\frac{\sqrt{1 - \gamma^2 \xi^2}}{\gamma \xi^2} + \frac{\gamma(\lambda + G)}{G} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \xi^2}}{\gamma \xi} \right), \quad (50)$$

где

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}; \quad K = \lambda + \frac{2}{3}G = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}. \quad (51)$$

Выражения (49)–(50) содержат произвольную постоянную A и неизвестный параметр γ , которые могут быть определены из условий стыковки решения с пластической зоной на границе очага деформации $r = ct$ ($\xi = 1$).

Замкнутое решение задачи можно реализовать путем конструирования области возмущения очага деформации, состоящей из внутренней пластической и внешней упругой зоны, или из внутренней пластической в сочетании с внешней разрушенной зоной.

Поэтому схема решения задачи предлагается следующей: Сначала рассматривается задача в предположении, что возмущенная область состоит из пластической зоны и зоны упругости. При этом, сначала, решается уравнение для определения параметра β (относительной скорости волны пластичности), а затем, по формулам (8) и (9), восстанавливаются поля напряжений и скоростей. Далее проверяется выполнение условия $\sigma_\theta > -\sigma_0$ во всей возмущенной области. Если это условие выполняется, то указанным решением ограничиваемся.

Технологический процесс прошивки трубных заготовок в полые гильзы из различных марок сталей и их сплавов на прошивном прессе по рассматриваемой схеме корректно описывается вышеприведенной математической моделью. Полученные результаты определенно расширяют возможности анализа динамических явлений в очаге деформации и заметно уточняют содержание функционала осевого сопротивления оправки.

Необходимо отметить, что решение задачи по определению напряженно-деформированного состояния очага деформации при прошивке в динамической постановке, как видно из выбранной модели, требует реализации стандартного математического аппарата. Для определения силы сопротивления осесимметричной оправки потоку прошиваемого металла, предварительно нагретого до заданной технологическим процессом температуры, нетрудно получить функцию осевого сопротивления согласно [3; 4].

Динамические особенности очага деформации существенно дополняют имеющиеся представления о напряженно-деформированном состоянии металла в процессе прошивки. Это позволяет наметить пути совершенствования процесса прошивки и разработать рациональную форму технологического инструмента.

Необходимо подчеркнуть, что, поскольку, процессы прошивки, в рамках выбранной динамической модели очага деформации, представляют волновые процес-

сы, то путем введения внешних управляющих воздействий, например, высокочастотных колебаний, возможно добиться повышения эффективности процесса прошивки.

Выводы.

1. Разработана математическая модель процесса прошивки (экспандирования) осесимметричной трубной заготовки на прошивном прессе.
1. Для принятых расчетной схемы и динамической модели процесса прошивки трубной заготовки получены уравнения для расширения границ соответствующих пластической и упругой зонам в очаге деформации.
2. Получена аналитическая зависимость, характеризующая скорости распространения фронта пластической деформации от скорости внедрения осесимметричной оправки.
3. Определены динамические характеристики возникновения волновых явлений в прошиваемом металле в условиях воздействия со стороны оправки, что, существенно, дополняет ранее известные представления о напряженно-деформированном состоянии очага деформации процесса прошивки.
4. Установлены поля напряжения и деформаций во всех зонах возмущенной области очага деформации.
5. Выбором рациональных параметров инструмента и процесса прошивки, на соответствующих этапах технологического проектирования и эксплуатации, может быть достигнуто повышение эффективности процесса прессования труб.

Библиографические ссылки

1. **Данилов Ф.А.** Горячая прокатка и прессование труб / Ф.А. Данилов, А.З. Глейберг, В.Г. Балакин – М., – 1972. – 576 с.
2. **Медведев М.И.** Совершенствование процесса прессования труб / М.И. Медведев, Ю.Г. Гуляев, С.А. Чукмасов. – М., – 1986. – 151 с.
3. **Перлин И.Л.** Теория прессования металлов / И.Л. Перлин – М., – 1964. – 344 с.
4. **Гуляев Г.И.** Прессование стальных труб и профилей / Г.И. Гуляев, А.Е. Притоманов, О.П. Дробич и др. – М., – 1973. – 192 с.
5. **Данченко В.Н.** Технология трубного производства. Учебник для вузов / В.Н. Данченко, А.П. Коликов, Б.А. Романцев, С.В. Самусев – М., – 2002. – 640 с.
6. **Коликов А.П.** Новые процессы деформации металлов и сплавов / А.П. Коликов, П.И. Полухин, А.В. Крупин и др. – М., – 1986. – 351 с.
7. **Ильюшин А.А.** Пластичность / А.А. Ильюшин – М., 1948. – 271 с.
8. **Соколовский В.В.** Теория пластичности / В.В. Соколовский – М., 1950. – 340 с.
9. **Безухов Н.И.** Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов – М., 1968. – 512 с.
10. **Томленов А.Д.** Теория пластических деформации металлов / А.Д. Томленов – М., 1951. – 200 с.
11. **Качанов Л.М.** Основы теории пластичности / Л.М. Качанов – М., 1969. – 420 с.
12. **Малинин Н.Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин – М., 1975. – 400 с.
13. **Мухелишвили Н.И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили – М., 1949. – 250с.
14. **Михлин С.Г.** Основные уравнения математической теории пластичности / С.Г. Михлин – Л., 1934. – 171 с.
15. **Ландау Л.Д.** Теоретическая физика Т. 7. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М., 1987. – 248 с.

Надійшла до редколегії 08.12.09