

Библиографические ссылки

1. Maxworthy T. Experiments on collisions between solitary waves / T. Maxworthy // J. Fluid Mech. – 1976. – 76. – P. 177–185.
2. Su C. H. On head-on collisions between two solitary waves / C.H. Su, M. Mirie Rida // J. Fluid Mech. – 1980. – 98, part 3. – P. 509–525.
3. Rida M. Mirie. Collisions between two solitary waves. Part 2. A numerical study / M. Mirie Rida, C.H. Su // J. Fluid Mech. – 1982. – 115. – P. 475–492.
4. Byatt-Smith J. G. B. The reflection of a solitary wave by a vertical wall / J. G. B. Byatt-Smith // J. Fluid Mech. – 1988. – 197. – P. 503–521.
5. Hammack J. Solitary-wave collisions / J. Hammack, P. Guyenne, D. Henderson, M. Yi // A Symposium to honor Theodore Yao-Tsu Wu, OMAE 2004, June 21–22, 2004, Vancouver, BC Canada. – P. 1–12.
6. Craig W. Solitary water wave interactions / W. Craig, P. Guyenne, J. Hammack, D. Henderson, C. Sulem // Physics of Fluids. – 2006. – 18, 057106. – P. 1–25.
7. Renouard D.P. Experimental study of the generation, damping, and reflexion of a solitary wave / D.P. Renouard, F. J. Seabra Santos, A. M. Temperville // Dynamics of Atmospheres and Oceans. – 1985. – 9. – P. 341–358.
8. Tanaka Mitsuhiro. Mach reflection of a large-amplitude solitary wave / Mitsuhiro Tanaka // J. Fluid Mech. – 1993. – 248. – P. 637–661.
9. Cooker M. J. Reflection of a high-amplitude solitary wave at a vertical wall / M. J. Cooker, P. D. Weidman and D. S. Bale // J. Fluid Mech. – 1997. – 342. – P. 141–158.
10. Городецький О.В. Генерація, розповсюдження та накат відокремлених хвиль на берегові схили / О.В. Городецький, А.С. Котельнікова, В.І. Нікішов, В.В. Олексюк та ін. // Прикладна гідромеханіка. – 2010. – 12 (84), N1. – С. 40–47.
11. Koop C.G. An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system / C.G. Koop, G. Butler // J. Fluid Mech. – 1981. – 112. – P. 225–251.
12. Hammack J.L. The Korteweg–de Vries equation and water waves. Part 2. Comparison with experiments / J.L. Hammack, H. Segur // J. Fluid Mech. – 1974. – 65. – P. 289–314.
13. Street R.L. Observations and experiments on solitary wave deformation / R.L. Street, F.E. Camfield // Proc. 10th Conference Coastal Engineering. – 1966. – P. 284–301.
14. Li Ying. Energy Balance Model for Breaking Solitary Wave Runup / Ying Li, Fredric Raichlen // Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. – 2003. – 47. – P. 47–59.
15. Пелиновский Е.Н. Гидродинамика волн цунами / Е.Н. Пелиновский // ИПФ РАН. Нижний Новгород, – 1996. – 276 с.

Надійшла до редколегії 11.10.10

УДК 523.2 +532.5

11 В.І. Перехрест

10 Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

12 ЗАКОН ПЛАНЕТНИХ ВІДСТАНЕЙ У ВИХРОВІЙ ТЕОРІЇ ПЛАНЕТАРНИХ СИСТЕМ

21 На основі теоретичного аналізу математичної вихрової моделі планетарних систем отримано аналітичний вираз для планетних відстаней у сформованих планетарних системах. Ці відстані є функціями координат центрів вихрових кілець первинного планетарного вихору. Порівняння теоретичних і реальних відстаней планет Сонячної системи показує їх добре узгодження.

Ключові слова: планетарний вихор, планетні відстані, закон Тиціуса-Бодє.

На основе теоретического анализа математической вихревой модели планетарных систем получено аналитическое выражение для планетных расстояний в сформированных планетарных системах. Эти расстояния есть функциями координат центров вихревых колец первичного планетарного вихря. Сравнение теоретических и реальных расстояний планет Солнечной системы даёт их хорошее соответствие.

Ключевые слова: планетарный вихрь, планетные расстояния, закон Титтуса-Бодє.

Based on theoretical analysis of mathematical vortex model of planetary systems the analytical expression for planetary distances in the prevailing planetary systems was obtained. These distances are functions of the coordinates of the centers of vortical rings of primary planetary vortex. Comparison of theoretical and real distances planets of the Solar system shows their good agreement.

Key words: planetary vortex, planetary distances, law of Tytsius-Bode.

Вступ. Відомий у космогонічних теоріях Сонячної системи закон планетних відстаней Тиціуса-Бодє (1772 р.)

$$r_n = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n \text{ a.o.} \quad (1)$$

є вдалим емпіричним наближенням реальної послідовності відстаней планет від Сонця. При цьому першій планеті – Меркурію відповідає значення $n = -\infty$, Венері $n = 0$, Землі $n = 1$ і т. д., а умовній несформованій планеті між Марсом і Юпітером треба приписати значення $n = 3$. Попри чудову відповідність цього закону для середнього ряду планет, для першої та віддалених планет Нептуна й Плутона закон (1) не виконується [1].

У ХХ-му столітті були здійснені деякі спроби [2; 3] теоретично отримати закон планетних відстаней, але в основі цих теорій авторам довелося закладати нові довільні гіпотези. Так, О.Ю. Шмідт [2] вводить гіпотетичну функцію розподілу кінетичних моментів за масами первинної туманності і для найпростіших функцій отримує квадратичний закон, геометричну прогресію та ін. Г.П. Койпер [3] виводить свій закон на основі теорії припливної стійкості з використанням поняття «критичної густини Роша». Проте, отриманий ним закон на кілька порядків розбігається з реальними відстанями між планетами.

Нижче на основі математичної вихрової моделі утворення планетарних систем [5; 6] отримано аналітичний закон планетних відстаней для будь-яких планетарних систем, який дає хороше узгодження з реальними відстанями у Сонячній системі, хоча за формою відрізняється від (1). Ця модель, розвинена в [5; 6; 8], є теоретичним обґрунтуванням вихрової гіпотези Вайцзекера (1944 р.) про утворення Сонячної системи потужним просторовим вихором, у якому було стільки вихрових зон, скільки є великих планет [4]. Однак структура нашого планетарного вихору відрізняється від вихрової моделі в гіпотезі Вайцзекера.

Теорія планетарного вихора. Загальну картину та основні співвідношення у первинному вихровому вибухові, який створює зірки та їх планетарні системи, побудовано в [6] на основі окремого точного розв'язку гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихрових течій [5]. Головною фізичною особливістю цієї осесиметричної просторової течії, названої планетарним вихором [6], є наявність у центрі вихрового диполя, який обтікається рухомих закрученим потоком космічного простору. Взаємодія цих рухів породжує вихорову течію планетарного вихору з квазіперіодичними хвилями збурення (рис. 1). Наведемо нижче основні формули та співвідношення цього розв'язку, які будуть необхідними для нашого дослідження.

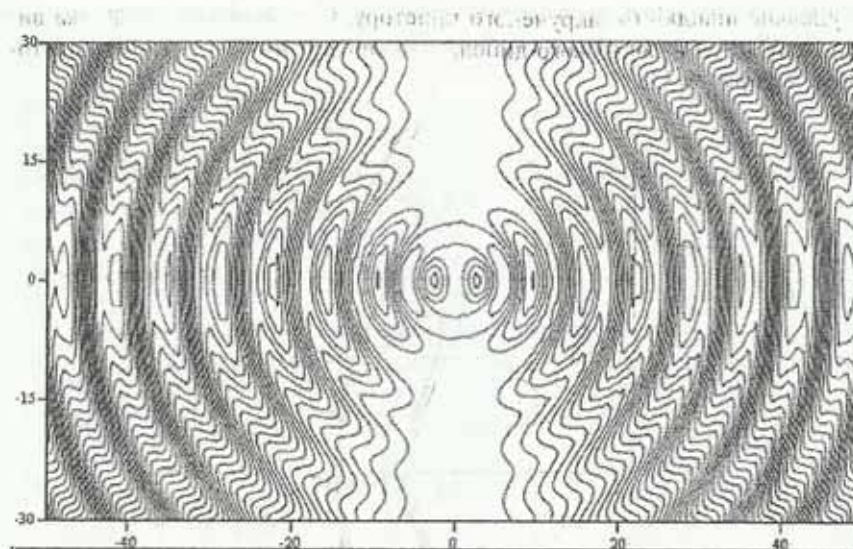


Рис. 1. Загальний вигляд планетарного вихору структури (2,11)

Методика інтегрування повної нелінійної системи гідродинамічних рівнянь Ейлера полягає у введенні, як звичайно [7], функції течії $\Psi(y, \theta)$, побудові спеціальних форм представлення визначальних функцій та, зрештою, відокремлення змінних. Таким чином побудована функція течії у сферичних координатах (r, θ, φ) [5], неперервний варіант якої має таку форму:

$$\Psi = C_2 \Phi(y) \sin^2 \theta, \quad \Phi(y) = \left[\alpha y^2 + \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) \right] \quad (2)$$

Через функцію (2) поле швидкостей визначається формулами [7]:

$$V_r = -\left(r^2 \sin \theta \right)^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad V_\theta = \left(r \sin \theta \right)^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad V_\varphi = \frac{C_0 \Psi}{r \sin \theta} \quad (3)$$

У розгорнутому вигляді за формулами (2), (3) маємо поле швидкостей:

$$\begin{aligned} V_r &= -2C_2 C_0^2 \left(\alpha + \frac{1}{y^2} \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) \right) \cos \theta \\ V_\theta &= C_2 C_0^2 \left(2\alpha - \frac{\sin y}{y} - \frac{1}{y^2} \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) \right) \sin \theta \\ V_\varphi &= C_2 C_0^2 y \left(\alpha + \frac{1}{y^2} \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (4)$$

Вище введено безрозмірну радіальну координату $y = C_0 r$ і параметр α , який зрештою визначається [8] через основні параметри течії таким чином

$$\alpha = -\frac{V_\infty}{2C_0^2 C_2}, \quad (5)$$

де V_∞ – поступальна швидкість закрученого простору, C_2 – довільна стала, яка виражає момент центрального вихрового диполя; C_0 – параметр закручування простору, що впливає з формули (3).

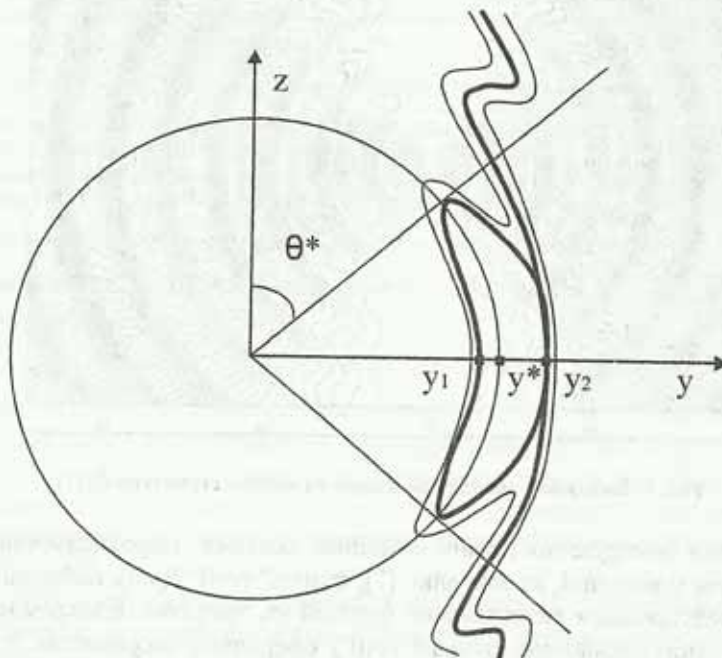


Рис. 2. Геометрія та параметри тороїдного вихрового кільця

Геометричну картину вихрової течії з полем швидкостей (4) дає поле ліній течії (рис. 1), які є меридіональними перерізами осесиметричних поверхонь течії, що є торами, утвореними обертанням зображених ліній навколо вертикальної осі Oz . Рівняння поверхонь течії породжуються умовою $\Psi(y, \theta) = C$ або з огляду на (2)

$$\Phi(y) \sin^2 \theta = C, \quad (6)$$

де C – довільна стала. Лінії ж течії лежать на цих поверхнях і мають вигляд просторових спіралей, навитих на тороїдні поверхні течії.

Планетарний вихор, зображений на рис. 1, має два внутрішніх тороїдних вихори, що знаходяться всередині двох нерухомих і непроникних сфер та обертаються у протилежних напрямках. Крім того, в течії існує низка зовнішніх торових кілець – 11, які обертаються в один бік і обтікаються незамкнутими лініями течії. Вихрові зони цих кілець відокремлюються від основної течії петлею сепаратриси – лінії течії, яка має точку самоперетину (рис. 2).

Структури (n, m) вихора, тобто кількість внутрішніх (n) та зовнішніх (m) вихорів визначається параметром α у розв'язку (2). У [8] детально проаналізовано залежність структур (n, m) планетарних вихорів від параметра α та встановлено критичні значення цього параметра, при яких відбуваються біфуркації суміжних вихрових структур.

Таблиця 1

Параметри торових кілець планетарного вихору (2,11)				
№ вихора (планети)	p_1	y^*	p_2	θ^* рад.
1(Сонце)	0	2,79026114	4,63822496	0
2(Сонце)	4,63822496	6,03419312	7,3590513	0
3(1)	7,36416294	9,44279805	12,32219138	0,05378797
4(2)	14,05479202	15,85435860	18,54971972	0,77368502
5(3)	20,65132327	22,24209605	24,76167868	1,02574913
6(4)	27,20957617	28,62398544	30,96568847	1,17671320
7(5)*	33,74923231	35,00553545	37,16351818	1,27803419
8(6)	40,28122905	41,38978337	43,35502601	1,35112878
9(7)	46,81397240	47,77942842	49,53890086	1,40681551
10(8)	53,35626851	54,17790040	55,71246457	1,45123869
11(9)	59,92070050	60,59086484	61,87049552	1,48829250
12(10)	66,53253005	67,03060790	68,00098738	1,52092619
13(11)	73,28303744	73,54281412	74,05844130	1,55296938

У подальшому розглянемо планетарний вихор структури (2, 11), який у деякому наближенні моделює Сонячну систему в фазі її зародження (рис.1). Цій структурі відповідає значення $\alpha = -0,00655$ у формулі (2). Центри скелетних кіл торових кілець y^* та точки перетину сепаратрис p_2 знаходяться як особливі точки поля швидкостей (4) з умов [8]:

$$\begin{aligned} V_r(y, \theta) &= 0, \\ V_\theta(y, \theta) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Ці два рівняння внаслідок симетрії поля (4) зводяться до одного трансцендентного рівняння

$$\frac{\sin y}{y} + \frac{1}{y^2} \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) - 2\alpha = 0, \quad (8)$$

послідовні корені якого (y_k^*, p_k) , $k = 1, 2, \dots, 13$ і є центрами торових кілець y_k^* та сідловими точками сепаратрис p_k . У таблиці 1 подано значення геометричних параметрів усіх 13 торових вихорів, а в таблиці 2 ще й кутові швидкості ω_k^* обертання їх центральних кіл.

Перші дві точки y_1^*, y_2^* відповідають двом внутрішнім вихорам і не мають спарених з ними значень p_1, p_2 , – їх роль відіграють радіуси непроникних сфер. Точки y_k^* у відповідності з [6] стають центрами скупчення мас і зародження майбутніх планет. Тому величини (y_k^*, ω_k^*) є первинними параметрами геометрії й руху тороїдних вихорів, з яких після тривалої еволюції утворюється планетарна система.

Еволюція первинного вихору до планетарної системи. Описаний вище планетарний вихор, як складна вихрова течія, є початковим етапом утворення зіркової планетарної системи з первинної туманності, що потрапила до області вихору. Подальша тривала еволюція цього вихору до стану планетарної системи характеризується різноманітними складними фізичними процесами як-то: зіткнення, акреція, скупчення масивних тіл та їх гравітація; утворення масивної зірки та її світлова і гравітаційна дія; взаємний гравітаційний та резонансний вплив структур системи тощо [1].

Будемо вважати, що всілякі маси (гази, пари, пил, тіла), що потрапили до області вихору, зрештою сконцентруються у маси Сонця, планет та їх супутників. Тут слід відзначити, що описаний вище рух у первинному вихорі в першу чергу стосується таких складових хмари як гази, пари і дуже дрібний пил. Невеликі частки та тіла, вірогідно, лише частково будуть втягнуті в рух вихору, і на них ще буде діяти градієнтне силове поле тиску в течії [6], а у подальшому – ще і сили гравітації Сонця і великих планет. Далі, оскільки ми не знаємо первинного розподілу густини мас в області кожного тороїдного кільця, будемо вважати у першому наближенні цей розподіл рівномірним з одиничною густиною. При такому підході кінетичний момент маси замінюється на кінетичний момент об'єму, який прийнято називати питомих кутовим моментом [1]. Стосовно розподілу кутових моментів планет Сонячної системи в [9] показано дуже добрий збіг теоретичних даних моделі планетарного вихору з реальними даними, що також є обґрунтуванням висловленої вище гіпотези.

Оскільки сили гравітації, зіткнень та інші, які діють між частинами окремого вихору, є внутрішніми, то вони не змінюють його інтегральних фізичних інваріантів, зокрема, кінетичного моменту відносно осі Oz. Інші сили, такі як градієнтна сила Архімеда, та гравітаційна сила тяжіння Сонця є вісесиметричними і також дають нульові осьові моменти. Тому до основи співвідношення між первинним {1} і кінцевим {2} станами кожного тороїдного кільця покладемо закон збереження його осьового кінетичного моменту.

Позначимо масу вихрового кільця, первинний радіус його центра та кутову швидкість відповідно через m , r_1 , ω_1 (індекси k та * опустимо). Кутову швидкість центра тора ω_1 виразимо з формул (4) для колової швидкості як $\omega_1 = V_\phi / r_1$ і подамо у вигляді

$$\omega_1 = C_0^3 C_2 \cdot \bar{\omega}_1(y), \quad \text{де} \quad \bar{\omega}_1 = \left(\alpha + \frac{1}{y_1^2} \left(\cos y_1 - \frac{\sin y_1}{y_1} \right) \right) \quad (9)$$

– безрозмірна величина, яка для великих значень $y_1 \rightarrow +\infty$ має порядок $O(\alpha)$.

Теоретичні та реальні значення планетних відстаней у Сонячній системі.

Таблиця 2

№ вихора (планети)	y^*	$10^{11} r_1$ теор.м	$100\omega^*$ теор.	$10^{11} r_2$ теор. м	$10^{11} r_2$ експ. м	$10^8 \omega_2$ теор.	$10^8 \omega_2$ експ.	Δr %	ΔK m%
1 Сонце	2,79026	0,222254	14,2989						
2 Сонце	6,03419	0,480644	2,1188						
3(1)	9,44280	0,752152	1,7742	0,1440	0,5791	667,33	82,63	75	50
4(2)	15,85436	1,262855	1,0449	0,39703	1,0821	145,813	32,388	63	39
5(3)	22,2421	1,771660	0,84855	1,0142	1,496	35,7150	19,884	32	17
6(4)	28,62398	2,28	0,76820	2,2796	2,28	10,595	10,596	0	0
7(5)*	35,00554	2,788313	0,72754	4,5743*	4,5743	3,7286	3,7283	0	0
8(6)	41,38978	3,296840	0,70406	8,3724	7,7855	1,50576	1,680	-8	-4
9(7)	47,77943	3,805798	0,68917	14,245	14,334	0,6756	0,6756	1	0
10(8)	54,1779	4,315458	0,67900	22,861	28,725	0,3337	0,2371	20	11
11(9)	60,59087	4,826273	0,67157	34,984	44,986	0,17629	0,1208	22	12
12(10)	67,0306	5,339221	0,66565	51,480	59,064	0,0988	0,0806	13	7
13(11)	73,5428	5,857941	0,65995	73,324	72,062	0,0581	0,0699	-2	-1

Після еволюції мас вихрового тора до стану твердої планети у полі тяжіння зірки її параметри, окрім маси, набудуть нових значень r_2 , ω_2 . Закон збереження осьового моменту дає рівняння

$$m\omega_1 r_1^2 = m\omega_2 r_2^2. \quad (10)$$

Після утворення Сонця та формування твердої планети її рівноважною орбітою буде коло радіуса r_2 , на якому урівноважуються сила тяжіння Сонця та відцентрова сила обертання, тобто

$$f \frac{Mm}{r_2^2} = mr_2 \omega_2^2 \quad (11)$$

де M – маса зірки, $f = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ нм}^2/\text{кг}^2$ – універсальна гравітаційна стала.

Розв'яжемо систему рівнянь (10), (11) відносно нових параметрів r_2 , ω_2 і надамо формулам безрозмірного вигляду, скориставшись формулою (9):

$$y_2 = \frac{C_0^3 C_2^2}{fM} (\bar{\omega}_1 y_1^2)^2, \quad (12)$$

$$\omega_2 = \frac{(fM)^2}{(C_0 C_2)^3 \bar{\omega}_1^3 y_1^6}. \quad (13)$$

Формула (12) і є законом планетних відстаней, який випливає з теорії планетарного вихору. Зважаючи на те, що залежність $\bar{\omega}_1(y_1)$ за (9) є спадною і прямує до константи α , закон планетних відстаней (14) є близьким до параболи четвертого степеня. Точніше, якщо з урахуванням (9) підрахувати функцію $\bar{\omega}_1 y_1^2$, то формулу планетних відстаней (12) можна переписати в остаточному вигляді

$$y_2 = K_y \left(\alpha y_1^2 + \cos y_1 - \frac{\sin y_1}{y_1} \right)^2 = K_y \Phi^2(y_1), \quad (14)$$

де $K_y = C_0^3 C_2^2 / fM$ – стала величина для даної планетарної системи, а функція $\Phi(y_1)$ дається формулою (2). З формули (14) видно, що другий і третій доданки є обмеженими, і для великих значень y_1 у формулі (14) домінує перший доданок, що і дає зростання за параболою четвертого степеня. Та при досить малих значеннях α , як у нас $\alpha = -0,00655$, оцінка $\alpha y_1^2 > 10$ при $|\cos y_1| \leq 1$ виконується для $y_1 > 39,1$, що знаходиться в околі 6-ї планети (табл.1).

Аналогічне перетворення формули (13) для кутових швидкостей дає

$$\omega_2 = K_\omega / \Phi^3(y_1), \quad (15)$$

де $K_\omega = (fM)^2 / (C_0 C_2)^3$ – стала, що визначається параметрами системи.

Очевидно, що остаточне співвідношення між радіусами (14) та кутовими швидкостями (15) руху планет у полі тяжіння Сонця точно відповідає 3-му закону Кеплера $r_2^3 \omega_2^2 = fM$.

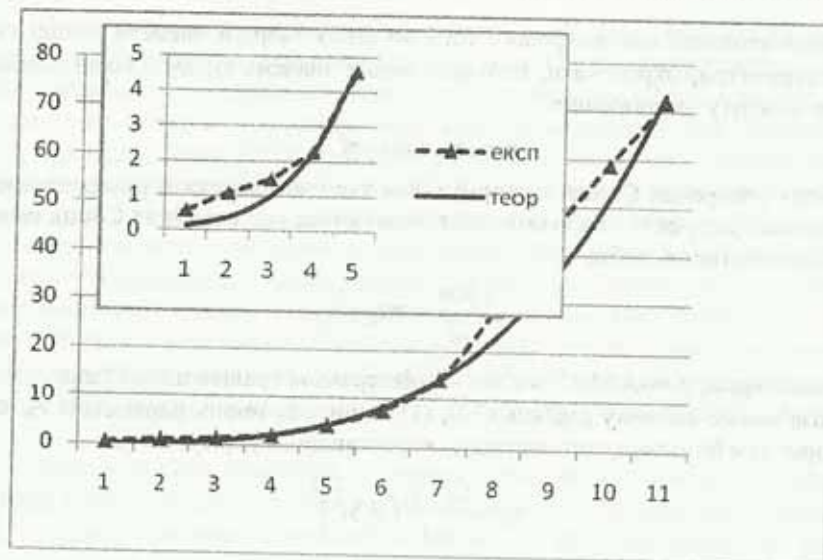


Рис. 3. Планетні відстані у Сонячній системі як функції номерів планет

За формулами (14), (15) було пораховано сучасні планетні відстані та кутові швидкості вихору структури (2, 11); відповідні значення цих величин наведено у табл. 2 та представлено на графіках (рис.3). Як бачимо, теоретична крива у всьому діапазоні відстаней є майже рівновіддаленою від кривої реального розподілу відстаней у Сонячній системі з відхиленнями в обидва боки порядку 20 %.

Для можливості порівняння довільна стала C_2 вибиралася таким чином, щоб урівняти відстані та кутові швидкості 4-ї планети (Марса). Цей варіант порівняння є найкращим, бо це ж саме значення коефіцієнта відповідає порівнянню за відстанню та кутовою швидкістю також і 5-ї та 7-ї планети (Сатурна), що видно з таблиці 1. Це значить, що первинне співвідношення радіуса та кутової швидкості центра 4-го тороїда повинно відповідати їх рівноважним значенням для планети у полі тяжіння сформованого Сонця. Принаймні ясно, що така точка чи окіл рівноваги повинні існувати у первинному ряді значень r_1 , $(0,75 \leq r_1 \leq 5,9) \cdot 10^{11}$ м або десь у проміжку між центрами.

Для обґрунтування цього положення порівняємо закони зміни за радіусом кутової швидкості у планетарному вихорі (9) із законом кеплерового обертання

$$\omega_2 = (C_0)^{3/2} \sqrt{fM} y^{-3/2}, \quad (16)$$

обчисливши їх значення у центрах $y = y^*$ вихрових кілець (табл. 2). Оскільки обидві функції є монотонно спадними на $(0, \infty)$ і

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow 0} \omega_1 = C_2 C_0^3 (\alpha - 1/3), & \quad \lim_{y \rightarrow 0} \omega_2 = +\infty, \\ \lim_{y \rightarrow +\infty} \omega_1 = C_2 C_0^3 \alpha, & \quad \lim_{y \rightarrow +\infty} \omega_2 = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

то графіки сімейств функцій (9) і (16) при будь-якому виборі констант повинні мати одну точку перетину, яка і є вказаною вище точкою рівноваги. Це демонструє рис.4, де константи були підібрані так, щоб перетин відбувся на радіусі 4-го планетарного кільця.

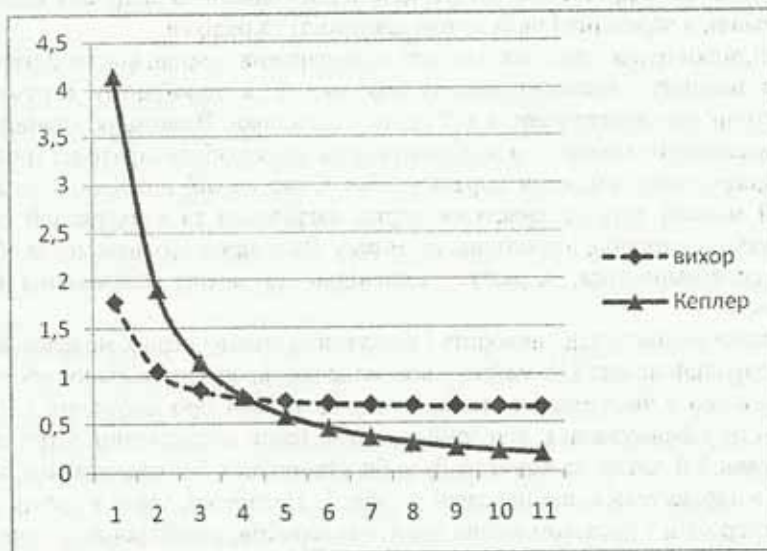


Рис. 4. Порівняння швидкостей обертання у планетарному вихорі з кеплеровим обертанням

Тоді сила тяжіння зірки притягує ближчі планети на менші відстані, а відцентрові сили зовнішніх планет з відносно більшими кутовими швидкостями віддаляють їх від первинних положень (рис. 3 і 4). Первинна система вихорів розходиться у різні боки від точки рівноваги, причому зовнішні центри на досить значні відстані, – наприклад, 10-й центр з первинним радіусом $r_{10}^{(1)} = 5,3392 \cdot 10^{11}$ м переходить на відстань Плутона у $r_{10}^{(2)} = 59,064 \cdot 10^{11}$ м, що є в 11 разів більшою.

Аналіз результатів та висновки. У відсотковому відношенні відхилення $\Delta\gamma$ % теоретичних значень планетних відстаней від реальних у всьому діапазоні мають один порядок (табл. 1). При цьому, найкращу збіжність маємо для середніх планет, а найбільші відхилення – для перших, зокрема Меркурія. На рис. 3 у вставці зображено ці відхилення для перших 5-и планет. Значний їх рівень (40 – 70 %) можна пояснити сильним впливом Сонця, яке, по-перше, найбільше гальмувало обертання ближніх планет через припливну дію сили тяжіння, а по-друге – справляло на них найбільший світловий тиск. І перший, і другий чинники діяли в напрямку збільшення відстані планети, – насправді вона просто не наближувалась на теоретичну малу відстань з теоретичною високою швидкістю обертання (табл. 2).

Тому було порівняно теоретичні кінетичні моменти з реальними їх значеннями. Як видно з табл. 2, відхилення в кутових моментах ΔK_m % перших планет є значно меншими, ніж відхилення окремо за радіусами та кутовими швидкостями. І все ж, перші тверді планети мають перевищення в кутових моментах до 50 % від первинного кінетичного моменту вихорового кільця зі сталою густиною в межах всього вихору. Тут ми приходимо до необхідності враховувати нерівномірний розподіл густини в зонах різних кілець, оскільки густини перших чотирьох планет Сонячної системи у 4–5 разів більші за густину зовнішніх паро-газових чи льодяних планет, а об'єми перших кілець у 1,5 – 2 рази менші за об'єми середніх кілець [9]. Величини питомих кутових моментів нівелюють цю різницю в густині [9], але вона

суттєво впливає на абсолютні значення кінетичних моментів вихрових кілець і, відповідно, планет, а через них і на їх кутові швидкості та радіуси.

Деякі відхилення радіусів далеких газо-парових планет від теоретичної кривої можна пояснити значною дисипацією енергії в тороїдному струмені газопилової суміші при переважанні в ній газової складової. Взаємодія зовнішнього тороїда з навколишнім простором відбувається на поверхні-сепаратрисі (рис. 2), яка межує з наскрізними потоками справа і зліва. Саме на цій поверхні й втрачається кінетичний момент тороїда внаслідок тертя, нагрівання та електризації суміжних шарів граничного тороїда і зовнішнього потоку. Внаслідок цих взаємодій обертання у тороїді сповільнюється, а радіус, відповідно до закону збереження моменту, збільшується.

До таких же наслідків приводить і врахування впливу різних моделей акреції на обертання зародків планет [1]: майже у всіх моделях акреція сповільнює обертання.

Відповідно з численними оцінками та гіпотезами про існування 5-ї планети [1], яка або не сформувалася, або зруйнувалася, наше дослідження чітко вказує на те, що існував 5-й вихор та повинна була би утворитися 5-а планета між Марсом і Юпітером з параметрами, що наведені у табл. 1. Насправді, зараз у цьому околі існує пояс астероїдів з десятком малих планет-астероїдів, найбільшою з яких є Церера, що рухається по колу радіуса $4,114 \cdot 10^{11}$ м (у табл. 1 теоретичний радіус 5-ї планети $4,5743 \cdot 10^{11}$ м, а формула Тиціуса (1) дає значення $4,1887 \cdot 10^{11}$ м). У табл. 1, 2 за реальні параметри 5-ї планети взято вказане вище теоретичне значення, яке позначено міткою *.

Саме з цієї причини та ще з огляду на відкриття за Плутоном у поясі Койпера групи малих планет Іксіона ($59,15 \cdot 10^{11}$ м), Куаоара ($63 \cdot 10^{11}$ м), Варуни ($64,5 \cdot 10^{11}$ м) та Ериди ($101,577 \cdot 10^{11}$ м) було підібрано планетарний вихор-аналог Сонячної системи зі структурою (2, 11). У таблиці останню групу представляє її середньоарифметичний радіус $72,062 \cdot 10^{11}$ м. Оскільки пояс Койпера має велику протяжність, то закономірно, що теоретичний радіус центра 11-го вихора децю більший за відстань умовної планети-аналога вказаних 4-х малих планет.

Несформованість 5-ї планети можна пояснити в аспекті нашої теорії з таких міркувань. З рис. 3 та табл. 2 видно, що первинний спектр відстаней центрів вихрових кілець r_1 і остаточний розподіл відстаней між планетами r_2 дуже різняться між собою. Первинний розподіл є майже рівномірним з приростом між сусідніми центрами $\Delta y^* \approx 2\pi$ у безрозмірній координаті, а у порівняльному ряді при зрівнюванні реальних відстаней за 4-ю планетою $\Delta y_2 \approx 0,51 \cdot 10^{11}$ м. Остаточний розподіл є досить нерівномірним і підлягає закону (16) зростання відстаней y_2 за параболою четвертого степеня, звідки

$$\Delta y_2 \approx 2K_y \Phi(y_1) \Phi'(y_1) \Delta y_1 \quad (18)$$

що дає зростання проміжків Δy_2 за законом, близьким до третього степеня.

У переході вихрових кілець-планет з початкових радіусів y_1 до кінцевих положення y_2 суттєву роль відіграють вказана вище незгідність законів обертання (9) і (16) у планетарному вихорі з кеплеровим обертанням (рис. 4) та існування точки рівноваги, від якої вихрові кільця – зародки планет розходяться в різні боки. В околі ж рівноважного кола внутрішня частина вихрового кільця рухається до Сонця, а зовнішня – від Сонця, що протидіє утворенню з цього кільця єдиної твердої планети. На наш погляд, це і сталося з 5-м вихровим кільцем та 5-ю планетою Сонячної системи. До такого ж якісного висновку приходили Вайцекер [10] і Люст [11] на

снові гідродинамічного аналізу еволюції обертального турбулентного диска, в якому, проте, не було виділених вихрових кілець.

Але це відбувається за кілька мільярдів років. При цьому оскільки Сонце теж формувалося певний час, то точка рівноваги «плавала» в деякому діапазоні значень радіальної координати. Природно припустити, що маса Сонця на першому етапі еволюції зростала. З цього випливає, що первинна точка рівноваги мала більший радіус і рухалась ззовні до свого стабільного положення у поясі астероїдів. Можливо, це і є причиною формування планет-гігантів: коли ця точка спочатку була зовні 6-го або 7-го кілець, то маси спочатку рухались до них ззовні, а коли вона пройшла їх положення, то маси почали рухатися до них же зсередини. Найбільше це й позначилося на формуванні масивного Юпітера.

Розташування точки рівноваги в зоні астероїдного кільця побічно підтверджує і закон радіального розподілу усередненої густини космічного простору в планетарній системі Сонця [1]. Цей розподіл має глибокий провал в області головного астероїдного поясу, причому абсолютні значення густини у цьому провалі є в 10^5 разів меншими, ніж у зонах планет земної групи та планет-гігантів. Альфвен пов'язує цю особливість з первинним розподілом густини у протопланетарній туманності, яка ніби складалася з двох хмар, розділених майже пустим простором [1]. Це можливо, але наше теоретичне пояснення є більш природним і обґрунтованим: сила тяжіння Сонця за досить тривалий час розтягла обертальні маси 5-го кільця у протилежні сторони від точки рівноваги.

Введемо коефіцієнт розходження вихору як відношення кінцевої $r_5^{(2)}$ і початкової $r_5^{(1)}$ координат найдалшої планети (вихрового кільця) у системі, – для Сонячної системи будемо орієнтуватися за 10-ю планетою (Плутоном):

$$k_{10}(i) = r_{10}^{(2)} / r_{10}^{(1)}, \quad (19)$$

– очевидно, що цей коефіцієнт залежить від вибору точки рівноваги $y_i^{(1)}$, де $i = 1, 2, \dots, m$ – номер рівноважного вихрового кільця.

Слідуючи логіці цих міркувань, виберемо за точку рівноваги центр 5-го вихрового кільця з безрозмірним радіусом $y_5^{(1)} = 35,0554$, що за реальною координатою відповідає відстані $r_5^{(2)} = 4,5743 \cdot 10^{11}$ м (табл. 2). За такою масштабною шкалою відстаней коефіцієнт розходження складатиме вже $k_{10}(5) = 6,743$, що в 1,6 рази менше від отриманого вище значення $k_{10}(4) = 11$.

Відповідно, якщо масштабувати первинний вихор за 7-ю планетою (Сатурном), то коефіцієнт розходження буде $k_{10}(7) = 2,9369$, що ще у 2,3 рази менше. Очевидно, що $k_{10}(10) = 1$, – у цьому випадку весь планетарний вихор стиснеться до зірки, і при розташуванні планет за законом (14) перші з них наблизяться до зірки дуже близько.

Оскільки при виборі за точку рівноваги центра 4-го кільця (Марс) ми мали нульові похибки у 4-й, 5-й та 7-й планетних відстанях, то закономірно отримали, що при переході від 4-го до 5-го центра як базового остаточний розподіл планетних відстаней (табл. 2) зберігається з мізерними відхиленнями.

Але положення цієї точки суттєво впливає на багато інших параметрів системи, таких, як вже згаданий коефіцієнт розходження вихору, параметр закручування C_0 простору та ін. Зокрема, параметр C_0 при вказаних 3-х варіантах масштабування набуває значень: $C_0(4) = 12,559 \cdot 10^{-11}$ 1/м; $C_0(5) = 7,65265 \cdot 10^{-11}$ 1/м; $C_0(7) = 3,3332 \cdot 10^{-11}$ 1/м. Ці оцінки збігаються з оцінками [6] і мають порядок $\sim 10^{-11}$ 1/м.

Наявність внутрішнього астероїдного поясу в Сонячній системі можна було б вважати випадковістю, якби точно такий же внутрішній пояс не існував у відкритій

недавно планетарній системі зірки Епсилон Еридана [13]. До речі, за аналогією з Юпітером у цій системі зразу ж за астероїдним поясом обертається планета-гігант з масою в 1,55 мас Юпітера.

Подібно до відхилень у відстанях більші відхилення для ближніх планет ми бачимо і у розподілі питомих кутових моментів [9]. На наш погляд, і там, і тут розбіжності викликані тим же випадковим нерівномірним розподілом густини та хімічного складу речовин, з яких утворилися ці планети, та сильним впливом Сонця. Для ближніх планет це здебільшого тверді й важкі елементи, які могли під дією градієнтних сил [6] проникнути до зони вихора ззовні з надлишковими масами і кінетичними моментами.

При формулюванні ж законів збереження та рівноваги (10), (11) для планет як матеріальних точок з сучасною масою формули зв'язку (12) – (13) між параметрами первинного стану {1} та сучасного стану {2} взагалі не залежать від маси планети. Тому дещо умовним є застосований метод підрахунку первинного кінетичного моменту розподілених по тороїду мас як моменту матеріальної точки з сучасною масою планети, що рухається вздовж центрального кола первинного тора з кутовою швидкістю обертання цього кола. Та й у такому першому наближенні дана теорія дає хороші результати. Перші напрями уточнення даної моделі й повинні стосуватися урахування нерівномірного розподілу мас і густини у первинній газо-пилувій хмарі та впливу параметрів руху пилу й твердих частинок, зтягнутих вихором ззовні [6].

Нарешті, розроблена тут методика перерахування первинних параметрів вихору (ω_1, r_1) у кінцеві (ω_2, r_2) може бути застосована в оберненому напрямі $(\omega_2, r_2) \rightarrow (\omega_1, r_1)$ для визначення за даними кількох відкритих планет основного параметра планетарної системи α та встановлення за методикою [8] повної структури нових екзопланетарних систем: кількості вихорів-планет, їх відстаней від зірки, кутових швидкостей та ін. Це дасть астрономам-спостерігачам обґрунтовані дані для пошуку нових, ще не відкритих екзопланет у зоряних планетарних системах, в яких вже відкрито 2 – 6 планет [12;13].

Бібліографічні посилання

1. Альфвен Х. Структура и эволюционная история Солнечной системы / Х.Альфвен, Г.Аррениус. – Киев, 1981. – 332 с.
2. Шмидт О.Ю. Происхождение Земли и планет / О.Ю. Шмидт. – М., 1962 – 132 с.
3. Kuiper G.P. On the Origin of the Solar System / G.P. Kuiper, J.F. Hynek // *Astrophysics*. – McGraw-Hill, New York, 1951. – 465 p.
4. Weizsäcker C.F. Über die Entstehung des Planetensystems / C.F. Weizsäcker // *Z. Astrophys.* – 1944, 22, – P. 319–355.
5. Перехрест В.І. Новий розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихорів течій / В.І. Перехрест, Р.В. Іванов // *Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія: Механіка* – 2002. – Вип. 6, т. 1. – С. 60–64.
6. Перехрест В.І. Планетарний вихор та гіпотези Лапласа і Вайцекера / В.І. Перехрест // *Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія: Механіка* – 2009. – Вип. 13, т. 2. – С. 113–124.
7. Милл-Томпсон Л.М. Теоретическая гидродинамика / Л.М. Милл-Томпсон. – М., 1964. – 655 с.
8. Перехрест В.І. Про структури планетарних вихорів і закономірності їх обертання / В.І. Перехрест, М.М. Осипчук // *Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія: Механіка* – 2010. – Вип. 14, т. 1. – С. 110–118.

9. Перехрест В.І. Про об'єми, маси та кінетичні моменти структур планетарного вихору / В.І. Перехрест, М.М. Осипчук // Кинематика и физика небесных тел. – К., 2011. – (в друку).
10. Weizsäcker C.F. Rotation kosmischer Gasmassen / C.F. Weizsäcker // Z. Naturforsch. – 1948, 3a, 524.
11. Lust R. Die Entwicklung einer um einer Zentralkörper rotierenden Gasmasse / R. Lust // Z. Naturforsch. – 1952, 7a, 87.
12. NASA «Sun Fact Sheet»- <http://nssds.gsfc.nasa.gov/plantary/2009>.
13. <http://exoplanets.org/exotable/exotable.html>.

Надійшла до редколегії 10.03.11

УДК 532.4+523.4

В.І. Перехрест, М.М. Осипчук

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

ПРО ЗАКОН ІЗОХРОННОСТІ ОБЕРТАННЯ У ПЛАНЕТАРНИХ ВИХОРАХ І ПЛАНЕТАРНИХ СИСТЕМАХ

На основі аналітичної теорії досліджуються параметри обертального руху тороїдних вихрових структур у планетарному вихорі, що описується окремим розв'язком рівнянь гідродинаміки. Аналіз поля завихреності підтверджує емпіричний закон ізохронності обертання у Сонячній системі; оцінено порядок збурень вихрового поля квазітвердого обертання та межі для відхилень кутових швидкостей власних обертання малих тіл і астероїдів у планетарних системах.

Ключові слова: планетарний вихор, вихрові кільця, обертання космічних тіл.

С помощью аналитической теории исследуются параметры вращательного движения тороидальных вихревых структур в планетарном вихре, который описывается частным решением уравнений гидродинамики. Анализ поля завихренности подтверждает эмпирический закон изохронности вращений в Солнечной системе; оценён порядок возмущений вихревого поля квазитвёрдого вращения и границы отклонений угловых скоростей собственного вращения малых тел и астероидов в планетарных системах.

Ключевые слова: планетарный вихрь, вихревые кольца, вращение космических тел.

With the help of the analytic theory are investigated parameters of the rotational movement of the toroidal vortical structures in a planetary vortex, which describes a particular solution of the hydrodynamics equations. Analysis of the vorticity field confirms the empirical law of isochronal rotation in the solar system; the order of the perturbation of the quasi-solid rotation vortex field and borders deviations of angular velocities of own rotations small bodies and asteroids in the planetary systems have been estimated.

Key words: planetary vortex, vortex rings, rotation of celestial bodies.

Вступ. Унаслідок аналізу численних експериментальних даних вимірювання періодів власних обертання планет, астероїдів та супутників сформульовано закон ізохронності обертання різних тіл у Сонячній системі [1]. Згідно з цим емпіричним законом періоди осьового обертання всіх, у тому числі й дуже різних за масою і розмірами космічних тіл, мають значення одного порядку і коливаються в межах від 2 год. (Ікар) до 25 год. (Марс); причому більшість періодів лежать у межах 7 – 10 год. Слушним є висновок [1], що така властивість має гетерогонічний характер,