УДК 533.625

Л. Е. Пицык

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД В ТЕОРИИ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

На основі асимптотичного методу отримано аналітичні вирази для розрахунку аеродинамічних коефіцієнтів плоских та вісесимметричних тіл при струменевих, кавітаційних та відривних моделях обтікання.

Ключові слова: нестислива рідина, плоскі та вісесиметричні тіла, струменеві, кавітаційні, відривні моделі, асимптотичний метод, аеродинамічні коефіцієнти.

На основе асимптотического метода получены аналитические выражения для расчета аэродинамических коэффициентов плоских и осесимметричных тел при струйных, кавитационных и отрывных моделях обтекания.

Ключевые слова: несжимаемая жидкость, плоские и осесимметричные тела, струйные, кавитационные, отрывные модели, асимптотический метод, аэродинамические коэффициенты.

The asymptotical method for calculating the aerodynamic drag of the two-dimensional and axysimetrical body at jet, cavitation and separatet flow regimes is proposed.

Key words: incompressible fluid, two-dimensional and axysimetrical bodies jet, cavitation and separatet model, asymptotical method, aerodynamic coefficients.

Введение. Разработка приближенных методов расчета сил, действующих на тела в потоках реальной жидкости с учетом явлений отрыва потока, есть актуальная задача современной аэрогидромеханики. Это обусловлено, прежде всего, как трудоемкостью получения опытных данных, так и сложностью численного моделирования отрывного обтекания тел из-за образования в вихревом следе крупномасштабной неустойчивости течения. Важные практические результаты при этом достигаются на основе численных методов решения уравнений Навье-Стокса, теории струйных и кавитационных течений, применении метода дискретных вихрей, теории струйного пограничного слоя, интегральных, асимптотических и приближенных методов [1 – 3].

Постановка задачи. Рассматривается задача расчета аэродинамических характеристик плоских и осесимметричных тел движущихся в несжимаемой жидкости, в предположении, что имеет место квазистационарное отрывное обтекание. В качестве определяющих параметров задачи выбираются: $U_\infty, P_\infty, \rho_\infty$ – скорость, статическое давление и плотность набегающего потока; $1 \le \mathrm{Re} < \infty$ – число Рейнольда; Q – число кавитации; θ, $t = tg(\theta)$ – угол полураствора клина или конуса; α – угол атаки; a, $в$ – полуоси эллипса; R – радиус тела.

Асимптотический метод решения. Результаты опытных данных по отрывному обтеканию показывают, что при $Re>10^3$ аэродинамические характеристики тел, в основном, определяются силами инерции и давления, а доля сопротивления трения составляет 2 – 3 % от общего сопротивления тела. Тогда, в соответствии с допущениями теории струй идеальной жидкости, коэффициент главного вектора аэродинамической силы, действующей на единицу ширины тела, можно записать в виде

$$C_R = \frac{2R}{\rho_\infty U_\infty^2 A} = \left(\frac{U_S}{U_\infty}\right)^2 - 1, \tag{1}$$

где R – аэродинамическая сила; A – площадь поперечного сечения тела плоскостью, перпендикулярной потоку на бесконечности; U_S – скорость в точке отрыва потока от поверхности тела.

Предположим, что скорость U_s в точке отрыва потока может быть найдена как среднее гармоническое от скорости U_∞ и некоторой характерной скорости U_m на теле перед точкой отрыва

$$U_s^2 = U_\infty^2 + \frac{2U_\infty^2 U_m}{U_\infty + U_m}. \tag{2}$$

Таким образом, выбирая характерную скорость U_m можно рассчитать скорость в точке отрыва U_s. Заметим, что выбор характерной скорости на теле не является тривиальным, но когда это удается, можно для C_R получить простое аналитическое выражение. Например, для задачи Релея косого струйного обтекания пластинки, выбирая $U_m / U_\infty = \pi \sin\alpha / 4$, получим известные формулы для коэффициентов подъемной силы и сопротивления пластинки:

$$C_y = \frac{\pi \sin 2\alpha}{4 + \pi \sin\alpha}; \quad C_x = \frac{2\pi \sin^2\alpha}{4 + \pi \sin\alpha}. \tag{3}$$

Струйные течения. Рассмотрим классические задачи обтекания тел с фиксированной точкой отрыва в виде симметричного и несимметричного клина, а также конуса. Тогда получим соответственно:

$$C_R = \frac{2\pi t^{1,87}}{(\pi + 4)\ t^{1,87} + 6,82}; \quad C_R = \frac{2\pi t^{1,23}}{(\pi + 5,33)\ t^{1,23} + 4,41}; \quad C_R = \frac{2\pi t^{1,51}}{(\pi + 4,45)\ t^{1,51} + 3\pi - 4,45}. \tag{4}$$

Для обтекания тел со свободной точкой отрыва в виде эллиптического цилиндра $(t = b / a)$, эллипсоида вращения $(t = R / a)$ и сферы $(t = 1)$ получим соответственно:

$$C_R = \frac{2\pi t}{(\pi + 4)\ t + 3\pi - 4}; \quad C_R = \frac{2\pi t}{(\pi + 4,45)\ t + 10,89}. \tag{5}$$

При $t = \infty$ из соотношений (4) следуют известные результаты Кирхгофа и Гузевского для сопротивления пластинки $C_x = 0,88$ и диска $C_x = 0,8275$.

Таблица 1

Коэффициент нормального давления, действующего на щеку клина

θ^0	10	20	30	45	60	90
C_n, расчет	0,0345	0,12	0,24	0,45	0,655	0,88
C_n, Бобылев [2]	0,0346	0,1228	0,2445	0,45	0,645	0,879
C_n, расчет	0,1382	0,2112	0,3669	0,4876	0,5858	0,7414
C_n, Мещерский [2]	0,1382	0,2142	0,3592	0,4876	0,5912	0,7414

Таблица 2

Коэффициент сопротивления конуса

θ^0	5	10	15	45	60	90
C_n, расчет	0,0307	0,08272	0,143	0,5	0,6436	0,8275
C_n, Гузевский [1]	0,03275	0,08015	0,14279	0,5	0,6369	0,8275

Таблица 3

Коэффициент лобового сопротивления эллиптического цилиндра

$в=а/t$	0,712	0,858	1	1,68
C_x, расчет	0,4257	0,4666	0,5	0,6059
C_x, Бродецкий	0,4285	0,4672	0,4997	0,5921

Кавитационные течения. При расчетах кавитационных течений воспользуемся известной приближенной формулой

$$C_R(Q) = C_R(0)(1+Q), \tag{6}$$

где $C_R(0)$ находится по формулам струйного обтекания (4), (5).

Таблица 4

Коэффициент сопротивления эллипсоида вращения $(t = 0,5)$

Q	0	0,2	0,5	0,7	1,0
C_x, расчет	0,2285	0,3462	0,4328	0,4905	0,577

Из соотношения (5) для диска $(t = \infty)$ и сферы $(t = 1)$ следуют известные результаты Гузевского $C = 0,8275$ и Гарабедяна $C = 0,34$.

Отрывные течения. Рассмотрим задачу отрывного обтекания потоком несжимаемой жидкости при $\mathrm{Re} \geq 1$ конуса при $\alpha = 0$ и диска под углом атаки. Предположим, что при $\mathrm{Re} = 1$ справедливо решение Лэмба обтекания диска сильно вязкой жидкостью, а при $\mathrm{Re} \to \infty$ существует стационарное неустойчивое решение задачи. Тогда, используя принцип мультипликативности, для диска получим:

$$C_R = 0,8275\, C(r)\, C(\alpha),$$

$$C(r) = 1,414 + 23,36 \exp\left(-2,11\, r^{1,2}\right) - 1,1(r-2,5)\exp\left(-2(r-2,5)^2\right), \tag{7}$$

$$C(\alpha) = \frac{17\, tg(90-\alpha)}{3 + 17\, tg(90-\alpha)},$$

где $r = \lg Re$, $C(r)$, $C(\alpha)$ – функции, учитывающие влияние вязкости и угла атаки.

Таблица 5

Коэффициент лобового сопротивления диска

lg Re	0	0,7	1	1,5	2	2,5	3	4	6
C_x, расчет	20,37	6	3,5	1,82	1,6	1,2	0,9	1,16	1,17
C_x, [4]	21	6	3,5	1,8	1,6	1,3	1,2	1,17	1,17

Таблица 6

Влияние угла атаки на коэффициент лобового сопротивления диска

α^0	5	10	20	30	40	60	90
C_x / C_{x90}, расчет	0,33	0,5	0,673	0,766	0,826	0,908	1
C_x / C_{x90}, [4]	0,342	0,615	0,684	0,752	0,829	0,904	1

Для конуса получим следующие соотношения:

$$C_x = C(t)\, C(r);$$

$$C(t) = \frac{2\pi\, t^{1,0345}}{(\pi + 2,23)\, t^{1,0345} + 3,357}; \tag{8}$$

$$C(r) = 1 + 16,52 \exp\left(-2,11\, r^{1,2}\right) - 1,1(r-3,5)\exp\left(-2(r-3,5)^2\right).$$

Таблица 7

Коэффициент лобового сопротивления конуса при $\mathrm{Re} = 2,7 \cdot 10^5$

θ	10	15	30	45	60	90
C_x, расчет	0,2455	0,34	0,556	0,72	0,8639	1,17
C_x, [4], [1]	0,25	0,34	0,52	0,7	0,91	1,17

Выводы. На основе асимптотического метода разработаны аналитические соотношения для расчета аэродинамических коэффициентов плоских и осесимметричных тел при струйном, кавитационном и отрывном обтекании. Предложенные соотношения удовлетворительно согласуются с расчетными и опытными данными других авторов в широких диапазонах изменения определяющих параметров.

Библиографические ссылки

1. **Гогиш Л. В.** Отрывные и кавитационные течения: основные свойства и расчетные модели / Л. В. Гогиш, Г. Ю. Степанов. – М., 1990. – 384 с.

2. **Гуревич М. И.** Теория струй идеальной жидкости / М. И. Гуревич. – М., 1979. – 536 с.

3. **Девнин С. И.** Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций: Справочник / С. И. Девнин. – Л., 1983. – 320 с.

4. **Красноперов Е. В.** Экспериментальная аэродинамика / Е. В. Красноперов. – М., 1935. – 192 с.

Надійшла до редколегії 03.04.2012.

УДК 532.593

Е. В. Козлова

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

ГРАНИЧНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СЛОЯ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Розглядається задача про хвильові рухи стисливого шару рідини, обмеженого зверху вільною поверхнею та знизу донною поверхнею, яка підлягає деяким нестаціонарним збуренням. Робиться спроба за допомогою інтегральної формули Кірхгоффа отримати граничні інтегральні рівняння, пристосовані для розв'язання крайової задачі.

Ключові слова: хвильові рухи шару рідини, урахування стисливості рідини, метод Кірхгоффа, метод граничних інтегральних рівнянь.

Рассматривается задача о волновых движениях сжимаемого слоя жидкости, ограниченного сверху свободной поверхностью, а снизу донной поверхностью, которая подвержена некоторым нестационарным возмущениям. Делается попытка при помощи интегральной формулы Кирхгоффа получить граничные интегральные уравнения, пригодные для решения краевой задачи.

Ключевые слова: волновые движения слоя жидкости, учёт сжимаемости жидкости, метод Кирхгоффа, метод граничных интегральных уравнений.

The problem of wave motions of a compressible fluid layer bounded by the upper free surface and the below benthic surface, which is exposed some a nonstationary perturbations. An attempt is made using the integral Kirhhoff's formula to get a boundary integral equations which are suitable for the solution.

Key words: wave motion of a fluid layer, accounting of fluid compressibility, Kirchhoff's method, method of boundary integral equations.

Введение. В гидродинамике идеальной несжимаемой жидкости в задачах обтекания тел неограниченной или ограниченной жидкостью получил широкое распространение метод граничных интегральных уравнений, основанный на приме-