

Т. М. Босенко

*Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара***МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕРІВНОВАЖНОЇ ТЕРМОДИНАМІКИ  
В УМОВАХ ТЕПЛОВОГО РЕЛАКСУВАННЯ**

Розглянуто моделі теплового впливу на шарові матеріали при наявності релаксацийного теплового фронту хвилі. Проведені експериментальні та запропоновані аналітичні розрахунки дозволили визначати ефективний шар матеріалу контактів комутаційних пристроїв при екстремальному тепловому впливі.

**Ключові слова:** швидкісні термодинамічні моделі, тепла релаксація, термічний шар релаксування.

Рассмотрены модели теплового воздействия на многослойные материалы при наличии существования релаксационного теплового фронта волны. Проведённые экспериментальные и предложенные аналитические расчёты позволили определить эффективный слой материала контактов коммутационного оборудования при экстремальном тепловом воздействии.

**Ключевые слова:** скоростные термодинамические модели, тепловая релаксация, термический слой релаксации.

The models of thermal effects on the multilayer materials have been presented in the presence of the existence of a relaxation thermal wave front. The represented experimental and proposed analytical calculations determined an effective layer of contacts switching equipment during extreme heat impacts.

**Key words:** high-speed thermodynamic models, thermal relaxation, relaxation thermal layer.

**Вступ.** Одна з найбільш послідовних і детально розроблених термодинамічних теорій, що не спирається на принцип локальної рівноваги і враховує також просторову нелокальність процесів переносу, є так звана розширена необоротна термодинаміка. Крім класичних незалежних змінних, що використовуються локально-рівноважною термодинамікою необоротних процесів, для опису стану системи використовуються нові незалежні змінні. Однією з них є дисипативний потік, тобто потік тепла  $q$ , завдяки якому рівняння теплопровідності стає сингулярно-збуреним за наявністю малого параметра (дисипативного потоку) при старших похідних. Таким чином, ентропія  $S$  є функцією не тільки класичних змінних, але і дисипативних потоків [10]:

$$S = S(U(x, t), v(x, t), C_i(x, t), q(t)). \quad (1)$$

З фізичної точки зору нові змінні в (1) істотно відрізняються від класичних. Якщо класичні змінні задовольняють законам збереження і змінюються відносно поволі у процесі еволюції системи, то потоки в загальному випадку не задовольняють умовам збереження і є відносно «швидкими» змінними, швидкість зміни яких при релаксації системи до локальної рівноваги значна. Використовуючи розширений набір незалежних змінних у визначенні локально-нерівноважної ентропії і класичне формулювання другого початку термодинаміки з урахуванням нових локально-нерівноважних членів у виразах для визначення ентропії і її потоку, зводиться розглядання процесів швидкісного типу до диференціальних рівнянь для дисипативних потоків еволюційного (релаксацийного) типу [2; 3]

$$q + \tau_r \frac{\partial q}{\partial t} = -\lambda \nabla T, \quad (2)$$

де  $\tau_r$  – час релаксації дисипативного потоку. В основі дослідження ефектів релаксації лежить квантово-механічний аналіз релаксуючих систем. Скінченність



часу перебування електрона у проміжному стані (стан до взаємодії з матеріалом) при імпульсному впливі вводиться за допомогою визначення дисипативного члена [4]:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)^{diss} = -\frac{1}{\tau_2} \varphi_{22}.$$

При відсутності лазерного поля розв'язок динамічного рівняння Ліувілля-фон Неймана при даному визначенні дисипативного члена має вигляд

$$\varphi_{22}(t) = \varphi_{22}(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right),$$

де величина  $\tau_2$  – шуканий час життя електронів на проміжному рівні при лазерному полі (час релаксації), а величина  $\gamma_2 = \frac{1}{\tau_2}$  – швидкість зменшення заселеності рівня. Часова залежність хвильової функції електрона має вигляд

$$\Psi(t) = \exp\left(-\frac{iE_s t}{\hbar}\right) \psi_s,$$

де  $E_s$  – енергія заселеності рівня ( $s=1,2,3$ );  $\hbar$  – стала Планка;  $\psi_s$  – часткові розв'язки узагальненого рівняння Ліувілля-фон Неймана. При слабкому лазерному полі (в інтервалі між лазерним впливом) проміжний стан релаксує згідно із законом  $C_2(t) = C_2(0) \exp(-\Gamma_2 t)$ , де швидкість релаксації стану  $\Gamma_2 = \frac{\gamma_2}{2} = \frac{1}{2\tau_2}$ , а відповідний час дефазировки електрона дорівнює  $\frac{1}{\Gamma_2} = 2\tau_2$ . Величина  $\Gamma_2$  характери-

зує швидкість релаксації дипольного моменту, наведеного при збудженні імпульсом. Проте, на відміну від релаксації заселеності рівнів, яка визначається в основному непружним розсіянням, релаксація дипольного моменту може відбуватися і за рахунок процесів розорієнтації моменту, пов'язаних з пружним розсіянням.

Згідно з правилом Маттіссена, якщо в релаксації якого-небудь стану беруть участь декілька незалежних процесів, то швидкості релаксації, відповідні цим процесам, підсумовуються. Зокрема, якщо розпад збудженого стану визначається непружним електронним розсіянням (inel) і транспортними процесами (trans), то повний час релаксації визначається як

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{inel}} + \frac{1}{\tau_{trans}}.$$

Установлено, що транспорт електронів у монокристалічних плівках йде зі швидкістю, порівняною зі швидкістю електронів на рівні Фермі  $\sim 10^8$  см<sup>2</sup>с<sup>-1</sup>. Оскільки розмір плями опромінення є величиною макроскопічною – близько 100 мкм,

а глибина проникнення світла близько 100 Å, то транспортування відбувається головним чином перпендикулярно поверхні, оскільки транспортування у напрямі, паралельному поверхні, компенсується транспортуванням у протилежному напрямі. Враховуючи ці умови протягом 20–30 фс після максимуму першого імпульсу транспортні ефекти в металах помітно знижують час релаксації, що при розрахунках поля релаксації в матеріалі веде до обліку середнього значення часу релаксації як теплового потоку, так і внутрішньої енергії, що за значенням дорівнює часу життя проміжного стану електрона та відповідає термодинамічним величинам відповідно:  $\tau_r$  – для теплового потоку і  $\tau_e$  – для внутрішньої енергії.

Треба зауважити, що дисипативні потоки динамічного рівняння Ліувілля-фон Неймана на рівні квантового аналізу є експоненціальними залежностями, і на практиці у промисловості враховувати їх вигляд складно. Ідентифікація усеред-



неного значення релаксаційного впливу в подальшому будемо розглядати на рівні термодинаміки нерівноважних процесів, що не суперечить квантовим представленням релаксування системи. Таким чином, включення дисипативного потоку до ряду незалежних змінних призводить до того, що цей потік вже не визначається градієнтом відповідного потенціалу переносу, як у класичному локально-рівноважному випадку, а є розв'язком еволюційного рівняння (2). Це рівняння описує процес релаксації дисипативних потоків до своїх локально-рівноважних значень. Це призводить до появи релаксуючого параметра  $\tau$ , при старших похідних невідомої функції визначення термодинамічних величин процесу. Закон Максвелла-Каттанео (2), який зв'язує між собою тепловий потік і градієнт температури в середовищі з тепловою релаксацією, узагальнює класичний закон Фур'є  $q = -\lambda \nabla T$ , що є справедливим у припущенні локальної рівноваги, тобто, фізичний зміст (2) полягає у тому, що процес теплопереносу наділено інерційними властивостями: система реагує на теплову дію (або тепловий потік відгукується на зміну градієнта температури) не в ту ж саму мить часу  $t$ , як у класичному локально-рівноважному випадку, а на час релаксації  $\tau$  пізніше [3]:

$$q(t + \tau) = -\lambda \nabla T(x, t). \quad (3)$$

Розклавши ліву частину (3) в ряд Тейлора за степенями, у нульовому наближенні отримаємо класичний закон Фур'є, а в першому – закон Максвелла-Каттанео (3). Рівняння для дисипативних потоків (2) описує простий випадок одноступінчатої (або одностадійної) релаксації і не враховують як перехресних, так і просторово-нелокальних ефектів. У загальному випадку система може еволюціонувати до локальної рівноваги, проходячи послідовно декілька стадій з різним часом релаксації, при чому такий процес може бути просторово-нелокальним.

Моделювання релаксаційних процесів теплопровідності визначається для шарового матеріалу. Шар матеріалу, який під час термовпливу знаходиться у термічному нерівноважному стані називатимемо термічним шаром релаксування  $\Delta_r$  (ТШР), що має межі, визначені за умов існування релаксаційних ефектів при екстремальному впливі на матеріали. Розглянемо екстремальний вплив на матеріали, у випадку наявності релаксування теплового процесу. Припускаючи, що при релаксуванні процесу теплоємність матеріалу та швидкість теплової хвилі обмежені, введемо наступні припущення взаємодії теплової хвилі з матеріалом або системою матеріалів:

- процес розповсюдження тепла має хвильовий характер теплопровідності;
- швидкість розповсюдження тепла є величиною скінченною в матеріалі;
- процес розповсюдження теплового потоку прийматиметься однимірним у напрямі дії вектора теплового потоку в матеріалі та визначатиметься величиною релаксаційного температурного поля (РТП) у межах ТШР  $\Delta_r$  впливу теплової хвилі при релаксаційному характері протікання процесу;
- час релаксації теплового потоку – це час, за який тепла хвиля поширюється в матеріалі або системі матеріалів та встановлюється термодинамічна рівновага між енергією впливу та енергією матеріалу;
- релаксація теплової хвилі призводить до сингулярних збурень у матеріалі, що відображається в рівнянні теплопровідності появою релаксуючого параметра при старших похідних шуканої термодинамічної величини;
- процес взаємодії між шарами матеріалів, що мають різні теплофізичні характеристики, є таким, що хвиля не слабшає в напрямі свого розповсюдження.

**Математичне моделювання екстремального впливу на матеріали.** Математична модель описує високоінтенсивні, екстремальні теплові впливи і представлена системою гіперболічних рівнянь. Тут вводиться додаткова початкова умова і час релаксації  $\tau$ . Моделі швидкісного типу включають релаксаційні ефек-



ти зовнішніх чинників формування РТП у матеріалі. Основною задачею для даного класу моделей є визначення РТП конструкції при тепловому впливі в межах існування релаксаційного фронту теплової хвилі. Для даного режиму впливу використовується гіперболічне рівняння теплопровідності (ГРТ) у безрозмірній формі [5; 6]:

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial Fo_i} + Fo_{r,i} \frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial Fo_i^2} = \frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial X^2} + W_i, \quad i = \overline{1..n}, \quad (4)$$

де  $i$  – номер імпульсу;  $\Theta_i = \Theta_i(X, Fo)$  – нерівноважна температура;  $W_i$  – функція джерел.

Початкові умови:

$$\begin{cases} \Theta_i|_{Fo=0} = \sum_{k=1}^{i-1} \Theta_k(X, \Delta Fo_k), \\ \frac{\partial \Theta_i}{\partial Fo}|_{Fo=0} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \Theta_k(X, \Delta Fo_k)}{\partial Fo}. \end{cases} \quad (5)$$

Початкові умови визначають на кожному  $i$ -тому впливі релаксаційну температуру, що є суперпозицією попередніх температур після взаємодії зовнішніх теплових збурень. Граничні умови:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Theta_i}{\partial X}|_{X=0} = 0, \\ \Theta_i|_{X=1} = \sum_{k=1}^{i-1} Q_k(\Delta X_k, \Delta Fo_k). \end{cases} \quad (6)$$

Розв'язки ГРТ (4) при обліку передісторії екстремального впливу на матеріал набуває інтегро-диференційного вигляду [6] завдяки доданкам, що містять функції теплового потоку і внутрішньої енергії – дельта-функції Дірака  $\delta_{k\Theta}$ ,  $\delta_{kW}$ . Тим самим, обчислення подальших імпульсів (їх величини) призводить до апріорного визначення кількості імпульсів (їх тривалості, потужності), після завершення яких відбуваються релаксаційні процеси в матеріалі у межах ТШР  $\Delta_r$ , що виражено скінченною сумою

$$\Delta_r = \sum_{k=1}^{i-1} |Q_k|(\Delta X_k). \quad (7)$$

Необхідною умовою існування ТШР є:

$$\left| \sum_{k=1}^i [R_{\Theta_k}(\Delta_r, Fo) - \alpha_k(Fo)] \right| \geq \delta^*(Fo_r), \quad (8)$$

$$\left| \sum_{k=1}^i [R_{W_k}(\Delta_r, Fo) - \beta_k(Fo)] \right| \geq \delta^*(Fo_e). \quad (9)$$

Ієрархічна послідовність математичних моделей складена з послідовності рівнянь у частинних похідних гіперболічного типу, порядок яких збільшується із збільшенням ступеня відхилення системи від локальної рівноваги, призводить до інтегро-диференціальних рівнянь (ІДР) і описує стан системи з урахуванням передісторії тривалого та імпульсного режимів екстремального впливів на матеріал. Ідентифікація  $\delta$ -еквівалентних функцій ГРТ при екстремальному впливі на матеріал у межах товщини релаксуючого шару  $\Delta_r$  матеріалу, дозволяє проводити оцінку РТП в околі точок розриву, дає можливість визначати границі термостійкості матеріалу при екстремальному впливі та вигляд функцій релаксації процесу. Запропонована нерівноважна модель процесів переносу, з одного боку, відноситься відповідно до існуючих версій нерівноважної термодинаміки, а з іншою



го боку, розширює коло можливих об'єктів досліджень і має відносно простий вигляд, що дозволяє використовувати її для аналізу конкретних фізичних явищ.

**Результати порівняння прикладного та аналітичного врахування релаксаційних ефектів у двошаровому матеріалі.** Врахуванню чинників збурення РТП у межах ТШР  $\Delta_r$  передують аналітичне обґрунтування, на висновках яких проводились числові розрахунки на виявлення величини збурень для подальшого впровадження в технологічний процес виробництва. Для розрахунків були обрані двошарові матеріали із зоною релаксування за товщиною кожного шару. Основним завданням прикладних числово-параметричних досліджень є:

– порівняння структурно-асимптотичних розв'язків параболического, гіперболического та інтегрального рівняння теплопровідності при екстремальному впливі та часах релаксування процесу;

– виявлення РТП та вплив його на теплофізичну картину процесу;

– порівняння величини РТП за математичними моделями теплопровідності, які описуються гіперболическими та інтегральними рівняннями, що включають ідентифіковані релаксаційні функції теплового потоку та внутрішньої енергії з практичними експериментами, котрі виконувались на виробництві; зведення результатів у таблицю, що надає можливість побачити межі застосування релаксаційних моделей, як за часовою змінною ( $Fo^*$ ), так і за координатною ТШР;

– практичне застосування релаксаційного ефекту (модифікація поверхні матеріалу) та висновки щодо врахування релаксаційних складових.

Запропоновані математичні моделі релаксаційних процесів теплопровідності з урахуванням теплової пам'яті, отримані для них асимптотичні розв'язки дозволили виконати практичні розрахунки теплових процесів у поверхневому шарі контакторів обладнання електропостачання, що використовуються при енергозабезпеченні підприємства ДФ ВАТ Укртелеком. У практичних цілях при експлуатації та ремонті обладнання електропостачання постійного та змінного струму проводилась часткова заміна або наносилось додаткове покриття контактів силової та керованої контактних груп. На прикладі магнітного пускача МПЕ-211 було проведено модифікацію контактної групи та нанесено додатковий релаксаційний шар з умов існування ТШР (7)

$$\left| \sum_{k=1}^i [R_{\Theta_k}(\Delta_r, Fo) - \alpha_k(Fo)] \right| \geq \delta^*(Fo_r), \quad (10)$$

де  $i$  – кількість замикань-розмикань (було виконано 400 замикань-розмикань);  $\alpha_k(Fo)$  – функція релаксації теплового потоку, аналітичний вигляд якої представляється експоненціальною залежністю [3]. Звідси виходить, що товщина шару визначатиметься, коли

$$\left| \sum_{k=1}^{400} [R_{\Theta_k}(\Delta_r, Fo) - \alpha_k(Fo)] \right| = 0,$$

де  $R_{\Theta_k}(\Delta_r, Fo)$  накопичувальна функція впливу, що визначається за формулою (8). Згідно з формулою (7)

$$\Delta_r = \sum_{k=1}^{i-1} Q_k |(\Delta X_k)|, \text{ де } Q_k = \frac{400}{\sum_{k=1}^{400} R_{\Theta_k}(\Delta_r, Fo)} = \frac{\sum_{k=1}^{400} \alpha_k(Fo)}{\Theta_{400}(X, Fo)}.$$

Експеримент полягав у замкненні за розмиканні контуру на магнітному пускачеві МПЕ-211, увімкненому послідовно до електроживильного ланцюга. Параметри ланцюга наведено в табл. 1, залежно від кількості замикань-розмикань ланцюга визначалась товщина пробою на контактах МПЕ-211 та порівнювалась з



аналітично-розрахованою товщиною за формулами, отриманими на основі гіперболічного (4) та інтегро-диференціального рівнянь [7; 8], тобто:

$$\Delta_r^{in} = \sum_{k=1}^{i-1} \left| Q_k^{in} \right| (\Delta X_k) \approx \frac{\sqrt{\pi Q d}}{St \left[ a \sqrt{\pi t_1} e^{a^2 t_1} \operatorname{erf} \left( a \sqrt{t_1} \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi t_1}} \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{2 \sqrt{t_1}} \right) \right]} \quad (11)$$

та ТШР, що враховує як релаксацію теплової хвилі, так і релаксацію внутрішньої енергії матеріалу

$$\Delta_r^{интегро-диф} = \sum_{k=1}^{i-1} \left| Q_k^{интегро-диф} \right| (\Delta X_k) \approx \frac{\sqrt{\pi Q d}}{St \left[ \sum_{i=1}^2 \left( a \sqrt{\pi t_i} e^{a^2 t_i} \operatorname{erf} \left( a \sqrt{t_i} \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi t_i}} \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{2 \sqrt{t_i}} \right) \right) \right]} \quad (12)$$

Таблиця 1

Характеристика параметрів електроживильного ланцюга

Сила струму, А	Напруга, В	Довжина ланцюга, м	Переріз провідника ланцюга, кв. мм	Частота, Гц
50, 75, 100	380	5	16	50

Порівняльні характеристики отриманих товщин зведено до таблиці 2.

Принцип отримання екстремального впливу на поверхневий шар блок-контактів представляється на рис 1. При включенні кнопки пуск, та замиканні контуру, блок-контакт КМ1 замикається під час чого виникає дуговий розряд еквівалент навантаженню на обмотці асинхронного двигуна, тим самим на поверхні відбуваються високошвидкісні процеси, на протязі яких відбувається вигорання шару матеріалу, який дорівнює термічному шару релаксування. Порівняння експериментального та аналітично-обчислювального визначення ТШР  $\Delta_r$  зведено у таблиці 2.

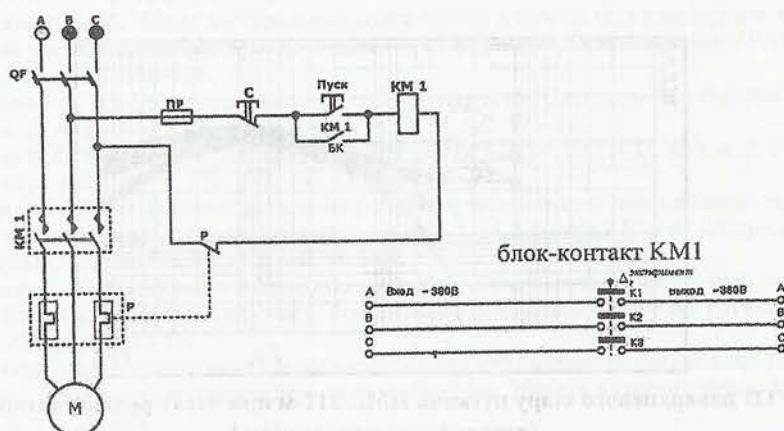


Рис. 1. Принципіальна електрична схема підключення пускача до асинхронного двигуна потужністю 10 кВт: QF – автоматичний вимикач; КМ1 – магнітний пускач; Р – теплове реле; М – асинхронний двигун; ПР – запобігач; кнопка управління

Експерименти підтвердили ефективне використання товщин розрахованих за формулами, що враховують релаксацію теплового потоку та внутрішньої енергії [8].

Отримане устаткування дозволило суттєво підвищити термін експлуатації приладів та зменшити кількість ремонту блок-контактів в обладнанні підприємства ДФ ВАТ Укртелеком.

Таблиця 2

## Характерні розміри товщин

Кількість замикань, $i$	Товщина контактів КМІ		
	$\Delta_r^{gin}$	$\Delta_r^{интегро-диф}$	$\Delta_r^{експеримент}$
50	$1.52 \cdot 10^{-5}$	$1.23 \cdot 10^{-4}$	$1.21 \cdot 10^{-4}$
200	$1.43 \cdot 10^{-4}$	$1.35 \cdot 10^{-3}$	$1.31 \cdot 10^{-3}$
300	$1.51 \cdot 10^{-3}$	$1.56 \cdot 10^{-2}$	$1.49 \cdot 10^{-2}$
400	$1.78 \cdot 10^{-3}$	$1.83 \cdot 10^{-2}$	$1.78 \cdot 10^{-2}$

При виконанні експерименту визначення товщини пробою при екстремальних теплових навантаженнях було отримано експериментальні товщини (табл. 2), що засвідчують ефективність використання рівнянь швидкісного типу. Графічно процес релаксування залежно від кількості замикань пускача представлено на рис. 2 (логарифмічна залежність). Крива 1 на рис. 2 відповідає ТШР поверхневого шару пластини пускача після 50 замикань-розмикань, де релаксаційні властивості дозволяють використовувати даний пускач і надалі, про що свідчить початковий пік РТП на рис. 2 ( $F_{0e}; F_{0r}$ ), що більший за піковий стрибок ТШР на ділянці ( $F_{0r}; F_{0}^*$ ). У подальшому, при збільшенні замикань-розмикань, перший піковий стрибок при  $F_0 = F_{0e}$  за величиною зменшується, в той самий час як пік на ділянці ( $F_{0r}; F_{0}^*$ ) поступово збільшується (криві 2, 3), що відповідає 200, 300 замикань відповідно, та при 400 замикань (крива 4) відбувається вигорання поверхневого шару. У подальшому, при збільшенні замикань-розмикань, перший піковий стрибок при  $F_0 = F_{0e}$  за величиною зменшується, в той самий час як пік на ділянці ( $F_{0r}; F_{0}^*$ ) поступово збільшується (криві 2, 3), що відповідає 200, 300 замикань відповідно, та при 400 замикань (крива 4) відбувається вигорання поверхневого шару.

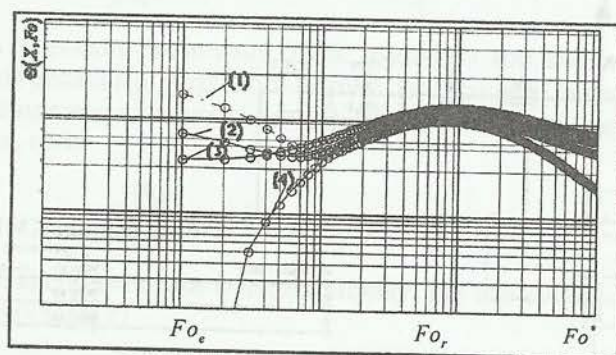


Рис. 2. РТП поверхневого шару пускача ПМЕ-211-м при часах релаксування системи (логарифмічна залежність)

На рис. 2 це визначається більшим піковим значенням РТП на ділянці ( $F_{0r}; F_{0}^*$ ), аніж на ділянці ( $F_{0e}; F_{0r}$ ). На рис. 2 для магнітного пускача МПЕ-211 отримано аналітичний розв'язок [8]. Порівняно з класичним рівнянням теплопровідності, бачимо, що процес замикання-розмикання описати звичайним параболіч-



ним рівнянням (крива збігається з віссю  $F_0$ ) на проміжках часу релаксування системи неможливо без урахування релаксацій, а саме теплової пам'яті матеріалу [9].

**Висновки.** Розроблені математичні моделі нерівноважної термодинаміки дозволяють:

– проводити розрахунок релаксаційного температурного поля при екстремальному впливі у над малі часи (в початкові миті теплового впливу);

– врахувати релаксаційні ефекти теплового потоку, що виражені конкретними аналітичними виразами зручними для інженерних розрахунків, що в теплопровідності на даний час не досить вивчено.

Використання саме таких моделей дозволяє більш ширше зрозуміти механізм локально-нерівноважних процесів, виявлення механізмів у появі нелокальностей та апіорний розрахунок для запобігання руйнуванню в місцях критичної нелокальності, де температура може підвищуватись більш за критичну для матеріалу (температуру плавлення).

Математична модель при прагненні функції релаксації внутрішньої енергії до нуля визначає процеси, в основі яких лежить гіперболічне рівняння теплопровідності; при прагненні до нуля і функції релаксації теплового потоку приходимо до рівняння параболічного типу. Тобто, моделі включають усі етапи теплових еволюцій в матеріалі та швидко переходять з одного типу в інший. Це дозволяє уніфікувати розв'язки моделей термодинаміки та використовувати їх для вивчення більш ширшого класу процесів, структурованість розв'язків дозволяє легко переходити з нелокальних процесів у локальні, що на практиці на даний час виражається у побудові зовсім іншої моделі проміжних етапів, що виражені у надважких розрахунках та математичних узгодженнях.

Отримані результати були використані для знаходження товщини термозахистного шару контактної групи магнітного пускача МПЕ-211, що дозволило збільшити термін експлуатації обладнання та зменшити поточний ремонт. Було встановлено відповідність використовуваних математичних моделей до визначення товщини шару в межах часу існування релаксації теплової хвилі при екстремальному впливі.

### Бібліографічні посилання

1. Соболев С. Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса / С. Л. Соболев // Успехи физ. наук. – 1997. – Т. 167, № 10. – С. 1095–1106.
2. Карташов Е. М. Новые интегральные соотношения в теории нестационарного теплопереноса на основе уравнения гиперболического типа / Е. М. Карташов, О. И. Ремизова // РАН. Энергетика. – 2002. – № 3. – С. 146–156.
3. Шашков А. Г. Волновые явления теплопроводности. Системно-структурный подход / А. Г. Шашков, В. А. Бубнов, С. Ю. Яновский. – М., 2004. – С. 41 – 243.
4. Жуков В. П. Фемтосекундная динамика электронов в металлах / В. П. Жуков, Е. В. Чулков // Успехи физ. наук. – 2009. – Т. 179, № 2. – С. 113 – 146.
5. Босенко Т. М. Математическое моделирование и исследование решений задач теплопроводности для составных тел с учётом тепловой «памяти» / Т. М. Босенко // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія «Механіка». – 2009. – Т. 17, № 5. – С. 88 – 98.
6. Босенко Т. М. Врахування релаксуючих ефектів у рівняннях теплопровідності швидкісного типу / Т. М. Босенко // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – 2010. – Вип. 2(67). – С. 10 – 16.
7. Босенко Т. М. Нерівноважні процеси теплопровідності в твердих матеріалах / Т. М. Босенко // Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика. Збірник наукових праць. НМетАУ. – 2010. – Вип. 2. – С. 57 – 66.
8. Веселовський В. Б. Розв'язання задач теплопровідності для складених тіл при екстремальних впливах / В. Б. Веселовський, Т. М. Босенко // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2009. – Т. 14, № 1. – С. 168 – 179.
9. Веселовський В. Б. Про високошвидкісний вплив на матеріали при дослідженні релаксаційних процесів з урахуванням теплової пам'яті / В. Б. Веселовський, Т. М. Босенко // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск «Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування». – 2010. – № 3. – С. 121 – 130.

Надійшла до редколегії 26.03.2012.