12. Шаталов А. А. Методика расчета распространения аварийных выбросов, основанная на модели рассеивания тяжелого газа / А. А. Шаталов, М. В. Лисанов // Безопасность труда в промышленности. – 2004. – № 9. – С. 46 – 52с.

13.Berkowicz R. A Simple Model for Urban Background Pollutio / R. Berkowicz // Environmental Monitoring and Assessment. – 2000. – Vol. 65. – P. 259 – 267.

14.Berkowicz R. Street Scale Models / R. Berkowicz, J. Fenger, O. Hertel, F. Palmgren // Urban Air Pollution – European Aspects, Kluwer Academic Publishers. – 1998. – P. 223 – 251.

15.Biliaiev M. M. Numerical simulation of indoor air pollution and atmosphere pollution for regions having complex topography / M. M. Biliaiev, M. M. Kharytonov // Conference Abstracts of 31st NATO / SPS International Technical Meeting on Air Pollution Modelling and it's Application, 27 September – 01 October, Torino, Italy, 2010. № P 1.7.

16.Denby Br. Modelling of Nitrogen Dioxide (NO_2) for air quality assessment and planning relevant to the European Air Quality Directive / Br. Denby, I. Douros // Fragkou, 2010. – P. 167 – 174.

17.Hanna S. Air Quality Modeling Over Short Distances / S. Hanna // College on Atmospheric Boundary Layer and Air Pollution Modeling: 16 May-3 June 1994. №SMR/760-2. – P. 712 – 743.

18.Hertel O. Modelling NO_2 concentrations in a street canyon / O. Hertel, R. Berkowicz // DMU Luft A-131, 31 p. NERI, P.O. Box358, DK 4000 Roskilde, Denmark.

19.Murakami S. Comparison of "k-ε" model, ASM and LES with wind tunnel test for flow field around cubic model / S. Murakami, A. Mochida, H. Yoshihiko // 8th Intern. Conf. on Wind Engineering, Western Ontario, July 8-11, 1991. – № 12 – 3.

Надійшла до редколегії 01.11.2013.

УДК 536.2

Р.О. Самунь

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ У ВУЗЛАХ ТЕРТЯ

Представлено математичну модель в узагальнених змінних задач нестаціонарної теплопровідності для складеної системи з неідеальним тепловим контактом на стиках. Метою даного дослідження є розробка математичних моделей вузлів тертя та визначення параметрів тепловиділення із розв'язку обернених задач теплопровідності за температурними даними. Отримані результати, що дозволяють оцінювати різноманітні сполучення параметрів багатошарової системи пластин, функції тепловиділення і при заданих функціонально-технічних обмеженнях керувати тепловим станом системи. Наведені результати обчислювальних експериментів.

Ключові слова: нестаціонарна теплопровідність, вузли тертя, фрикційне тепловиділення, обернена задача, тепловий потік, експериментальна температура.

Представлена математическая модель задач нестационарной теплопроводности для системы с неидеальным тепловым контактом на стыках в обобщенных переменных. Целью данного исследования является разработка математических моделей узлов трения и определение параметров тепловыделения из решения обратных задач теплопроводности по температурным данным. Полученные результаты позволяют оценить разнообразные сочетания параметров многослойной системы пластин, функций тепловыделения, а также управлять тепловым состояние системы. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: нестационарная теплопроводность, узлы трения, фрикционное тепловыделение, обратная задача, тепловой поток, экспериментальная температура.

A mathematical model of the generalized variables in non-stationary heat conduction for system with imperfect thermal contact at the joints is presented. The purpose of this study is the development of mathematical models of friction units and dimensioning of heat release from the solution of inverse heat conduction problems. The Obtained results allow us to estimate a varied combinations of the parameters multilayer system of plates, heat release functions, and control the thermal state of the system. Results of computational experiments are given.

Key words: transient heat transfer, friction units, the frictional heat, inverse problem, the heat flux, the experimental temperature.

Актуальність проблеми. На сьогоднішній день тенденції сучасного машинобудівництва ставлять нові задачі по забезпеченню зносостійкості та надійності вузлів механізмів в умовах високошвидкісного тертя. Саме тому аналіз особливостей процесів зношування в умовах високошвидкісного тертя виходить на перший план серед основних задач трибології. Дуже важливим завданням також залишається детальне дослідження фізико-механічних процесів приповерхневих шарів тіл з тепловиділенням від тертя. Якщо вважати, що тонкий приповерхневий шар тіла має неоднакові з основним матеріалом теплофізичні властивості, то є доцільним замінювати їх оболонками чи пластинками з усередненням фізико-механічних властивостей і одночасним спрямуванням товщини до нуля. Після цього отримується ідеалізована фізична поверхня, наділена певними концентрованими зведеними характеристиками, які відображають властивості тонкої неоднорідності. Під час постановки крайових задач вплив такої поверхні на поведінку тіла, чи пари тіл враховується за допомогою узагальнених класичних гранично-контактних умов [1].

Характерною їх особливістю є нестаціонарність, що дає можливість враховувати кінетику теплофізичних процесів на межових поверхнях. Взаємозалежність фізико-механічних процесів і нестаціонарність гранично-контактних умов приводить до постанови некласичних крайових задач, методи розв'язання яких поки що недостатньо розвинені.

Аналіз літературних джерел з проблеми, що розглядається, показав, що розвиток методів розв’язування задач параметричної ідентифікації теплових процесів в деформованих твердих тілах є складною і водночас актуальною проблемою. Повну взаємозв'язану систему рівнянь і граничних умов крайової задачі механотермодифузії було виведено Я. С. Підстригачем за використання термодинаміки незворотних процесів та механіки суцільного середовища [2].

Ним також було запропонувано моделювання оболонками тонких прошарків та приповерхневих шарів з усередненням їх фізико-механічних параметрів і спрямування товщини до нуля, що дає змогу відображати їх вплив на фізико-механічну поведінку шаруватого тіла некласичними нестаціонарними гранично-контактними умовами [1, 2]. Однак, вивчення взаємодії фізико-механічних процесів у шаруватих тілах наштовхується на певні труднощі, пов'язані з недостатнім розвитком методів розв'язування взаємозв'язаних крайових задач з некласичними граничними умовами.

Метою даного дослідження є розробка математичних моделей визначення теплофізичних характеристик у вузлах тертя із розв’язку обернених задач теплопровідності.

Математична модель. Для розв'язання некласичних зв'язаних крайових задач запропоновано методику розщеплення узагальнених зв'язаних гранично-контактних умов з побудовою спеціальних структур розв'язків та отримання на зв’язуючі межові функції інтегро-диференціальних рівнянь з інтегральними операторами типу Вольтерра [3; 4]. Зазначені структури розв'язків містять ряди Фур'є за власними функціями задач Штурма-Ліувілля з незв’язаними класичними граничними умовами. Використання розвинень в ряди за власними функціями класичних

задач дає змогу виокремити в інтегро-диференціальних рівняннях ті чи інші теплофізичні параметри і здійснити їх ідентифікацію, коли невідомі межові функції є заданими. Вибір зв'язуючих межових функцій визначає теплофізичні параметри, які явно входитимуть в отримане рівняння. За вибором межовою функцією температури поверхні тіла виокремлюються всі теплофізичні параметри, що дає можливість здійснювати мультипараметричну ідентифікацію. В рамках квазіреального експерименту спочатку розв'язується пряма задача про визначення термонапруженного стану циліндричного валу в обоймі, за відомих теплофізичних параметрів. Для розв'язання інтегро-диференціального рівняння шукана функція апроксимується кубічними сплайнами. Знайдені в окремі дискретні моменти часу значення температури вважаються отриманими результатами вимірювань і за ними на основі одержаних залежностей визначаються межові теплофізичні параметри циліндра. Зроблено порівняльний аналіз знайдених значень з точними, які використовувались під час комп'ютерної імітації. Досліджено стійкість запропонованого методу теплової параметричної ідентифікації залежно від точності завдання вхідних значень температури поверхні циліндра. Встановлено області зміни параметрів, для яких значення температури не будуть виходити за заданий діапазон її зміни. Виявлено параметри, які впливають на розвиток термопружної нестійкості контакту. Згідно до цього методу система зв'язаних диференціальних рівнянь крайової задачі розділяється за допомогою функціонального перетворення. Зв'язані гранично-контактні умови розщеплюються введенням в них зв'язуючих межових функцій. Для побудови розв'язків розділених крайових задач використовується модифікований метод власних функцій [5], який полягає у формуванні некласичних граничних задач Штурма-Ліувілля з багатьма точками спряження за граничних умов, в які явно входить спектральний параметр. Знайдені співвідношення узагальненої ортогональності власних функцій дають змогу побудувати структури розв'язків, які містять розвинення в узагальнені ряди Фур'є і враховують взаємозв'язок фізико – механічних процесів, їх кінетику на поверхнях контакту та вплив тонких неоднорідностей. На невідомі межові функції, що входять в ці структури розв'язків, отримано систему інтегро-диференціальних рівнянь з інтегральними операторами типу Вольтерра, кількість яких залежить від сукупності зв'язків між процесами та кількості поверхонь контакту. Вигляд ядер цих рівнянь дозволяє зведення їх до нескінченної системи звичайних диференціальних рівнянь. За певного вибору зв'язуючих межових функцій можна домогтись явного входження в інтегро-диференціальні рівняння тих чи інших теплофізичних параметрів шаруватого тіла, що дає змогу здійснити його параметричну ідентифікацію за інформацією про розподіл на межових поверхнях температури й концентрації, або теплових і дифузійних потоків, або комбінації цих величин. На основі методики [5; 6] розщеплення гранично-контактних умов і побудови спеціальних структур розв'язків крайових задач з подальшим зведенням їх до інтегральних рівнянь Вольтерра на невідомі межові функції запропоновано наближений метод знаходження розв'язків задач теплопровідності в циліндричних тілах. Для розв'язання інтегральних рівнянь використовується наближене операційне числення, що дає змогу отримати доситьі прості вирази для шуканих межових функцій. Вважаючи ці функції відомими, за допомогою одержаних наближених співвідношень можна знайти невідомі межові параметри. Вигляд цих співвідношень, зокрема, явне входження в них теплофізичних параметрів, дає можливість обчислювати значення невідомих характеристик тіла безпосередньо в режимі «реального часу», а не після закінчення теплових процесів.

Постановка задачі. Досліджується контакт диску з виробом по площині у вигляді вузької смужки (рис.1).

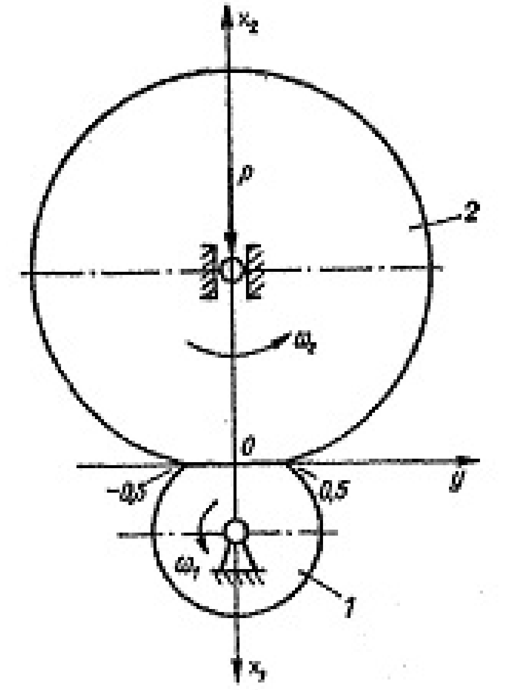

Рис. 1. Схема фрикційного зміцнення при контакті циліндричної деталі (1) з диском (2) по площадці S_0 у вигляді тонкої смужки

Так як характерний розмір області контакту значно менший розміру диска і зміцнювальної деталі, то кожне з контактуючих тіл можна розглядати як однорідну ізотропну півплощину, вздовж границі якої переміщується область тертя з постійною швидкістю, різною для диска і зміцнювальної деталі. Крім того, при розв'язанні теплової задачі прийнято наступні допущення: 1) в області контакту, що ковзає, мають місце тільки пружні деформації; 2) розмір та форма площадки контакту у процесі обробки залишаються незмінними; 3) вплив динамічних ефектів на процеси тертя в області контакту, що ковзає, не враховуються; 4) теплофізичні характеристики матеріалів контактуючих тіл приймаються сталими незалежно від зміни температури і тиску в області контакту, так як відомо, що врахування цієї залежності призводить до уточнення розв'язання задачі у межах 4%; 5) вплив масляної плівки на перерозподіл тисків на поверхні контакту не враховується.

У зв’язку із прийнятими умовами і допущеннями температурне поле у тонкому приповерхневому шарі зміцнювальної циліндричної деталі t_1 і фрикційного диска t_2 у області контакту задовольняють рівнянням теплопровідності:

$$\frac{1}{a_i}\frac{\partial t_i}{\partial \tau}=\frac{\partial^2 t_{0i}}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2 t_{0i}}{\partial y_0^2} \qquad (i=1,2), \tag{1}$$

і крайовими умовами:

$$t_{01}\Big|_{\tau_0=0} = T_{01}; \quad t_{02}\Big|_{\tau_0=0} = T_{02};$$
$$t_{01} = t_{02}; \tag{2}$$
$$\lambda_1 \frac{\partial t_{01}}{\partial x_{01}}\Big|_{x_{01}\to+0} + \lambda_2 \frac{\partial t_{02}}{\partial x_{02}}\Big|_{x_{02}\to+0} = -\nu_0 \sigma_{0\tau_{01}};$$

у межах площадки S_0:

$$\lambda_1 \frac{\partial t_{01}}{\partial x_{01}}\Big|_{x_{01}\to+0} + \lambda_2 \frac{\partial t_{02}}{\partial x_{02}}\Big|_{x_{02}\to+0} = -\nu_0 \sigma_{0\tau_{01}}; \tag{3}$$

поза межею площадки S_0:

$$\frac{\partial t_{0i}}{\partial x_{0i}}\Big|_{x_{0i}\to+0} = \alpha_i (t_{0i} - t_{0c}), \tag{4}$$

де t_{0c} – температура технологічного середовища, λ_1 та λ_2 – коефіцієнти теплопровідності, α_i – коефіцієнт тепловіддачі.

Зведемо рівняння (1) до безрозмірного виду. Характерний розмір вздовж осі Оу приймемо рівним ширині площадки контакту 2b, а вздовж осі Ох – рівним δ. Позначимо температуру та час через t^0, τ^0, а швидкість відносного ковзання – через u_0. Тоді $y_0 = 2by;\ z_0 = \delta z;\ t_0 = t^0 t;\ v_0 = u_0 v;\ \tau_0 = \tau^0 \tau = \frac{2b}{u_b}\tau,$ де x, y, t, τ – безрозмірні величини, u_b – характерна швидкість, яку приймемо рівною лінійній швидкості v_{0_2} на ободі фрикційного диску, а $u_0 = v_{0_1} + v_{0_2}$.

У результаті рівняння (1) запишеться таким чином:

$$\mathrm{Pe_i} \frac{\partial t_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t_i}{\partial y^2} + \left(\frac{2\mathrm{b}}{\delta_0}\right)^2 \frac{\partial^2 t_i}{\partial x^2}, \tag{5}$$

де $\mathrm{Pe_i}$ – критерій Пеклє, який визначає відношення кількості теплоти, яка перенесена конвекцією вздовж напрямку відносного ковзання, до теплоти, яка проникає у зміцнювальну деталь (фрикційний диск) за рахунок теплової дифузії. В залежності від режимів зміцнювання величина його може змінюватися у широкому діапазоні числових значень, що обумовлює ту чи іншу форму рівняння (5), а разом з цим характерний розмір δ_0 – товщину теплового шару вздовж осі Ох. Математична модель в узагальнених змінних в задачах нестаціонарної теплопровідності для складеної системи з неідеальним тепловим контактом на стиках має вигляд:

$$\begin{cases} \alpha_2 \dfrac{\partial T_\nu(x,\mathrm{Fo})}{\partial x}\Bigg|_{x=1} = R^*_{\nu,\nu+1}\left[T_{\nu+1}(0,\mathrm{Fo}) - T_\nu(1,\mathrm{Fo})\right]; \\ \dfrac{\partial T_\nu(x,\mathrm{Fo})}{\partial x}\Bigg|_{x=1} - \mu_{\nu+1,\nu} \dfrac{\partial T_{\nu+1}(x,\mathrm{Fo})}{\partial x}\Bigg|_{x=0} = f_2(\mathrm{Fo}),\ (v = 1...m) \end{cases}, \tag{6}$$

де

$$\beta_\nu = \frac{a_\nu}{a_0}\cdot\frac{R_0^2}{R_\nu^2},\ \ \beta_\nu^* = \beta_\nu\frac{R_\nu^2}{\lambda_\nu},\ \ \mu_{\nu+1,\nu} = \frac{\lambda_{\nu+1}}{\lambda_\nu}\cdot\frac{R_\nu}{R_{\nu+1}},\ \ \mathrm{R}^*_{\nu,\nu+1} = \frac{R_\nu}{\mathrm{R}_{\nu,\nu+1}\cdot\lambda_\nu},$$

з урахуванням безрозмірних параметрів

$$\mathrm{Fo} = \frac{a_0}{R_0^2}\tau;\quad x = \frac{x_\nu}{R_\nu};\quad \mathrm{Bi}_0 = \frac{\alpha_0^*}{\lambda_1}R_1;\ \ \mathrm{Bi}_1 = \frac{\alpha_1^*}{\lambda_m}R_m \tag{7}$$

де a_0, R_0 – деякі довільні параметри: коефіцієнт температуропровідності та лінійний розмір.

При $\alpha_2 = 0$ і $f_2(\mathrm{Fo}) = 0$ умова (6) відповідає умовам ідеального теплового контакту на стиках шарів;

при $\alpha_2 = 1$ $f_2(\mathrm{F_O})= w^*_{\nu,\nu+1}(\mathrm{Fo}) = \dfrac{R_\nu}{\lambda_\nu}w_{\nu,\nu+1}(R_\nu,\mathrm{Fo})$ умова (6) відповідає умовам неідеального теплового контакту;

при $\alpha_2 = 0$ і $f_2(\mathrm{Fo}) = A_{\nu,\nu+1}\dfrac{\partial T_{\nu+1}(x,\mathrm{Fo})}{\partial \mathrm{Fo}}\Big|_{x=0}$; $A_{\nu,\nu+1} = \dfrac{\delta_{\nu,\nu+1}R_\nu}{R_0^2}\cdot\dfrac{\lambda_0}{\lambda_\nu}\cdot\dfrac{c_{\nu,\nu+1}}{c_0}$

умова (6) відповідає умовам неідеального теплового контакту у вигляді теплової ємності.

Потужність внутрішніх джерел тепла являє собою суперпозицію потужності джерел тепла, які є наслідком дії на конструкцію полів різної фізичної природи [8; 9; 10]:

$$w_{\nu,j}(x,\mathrm{Fo}) = \sum_{j=1}^{N}\Theta_{\nu,j}(x,\mathrm{Fo}), \tag{8}$$

де N – кількість взаємодій.

Результати розрахунку. Розв'язок (6) визначає розподіл температури у нестаціонарному тепловому режимі:

$$T_\nu(x,\mathrm{Fo}) = \sum_{r=1}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_n\left[\mu^\nu_{n,r}(x),\varphi_n\right]g_r^{(n)}(\mathrm{Fo}) + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_r(p_k)}{\Psi'(\varphi_n,p_k)}Q\left[p_k,\mu^\nu_{n,r}(x)\right]\exp(-\gamma^2\mathrm{Fo})\right\} +$$
$$+z^*_\nu(x,\mathrm{Fo}),$$

$$z^*_\nu(x,\mathrm{Fo}) = \sum_{n=0}^{\infty}\beta_\nu^n\frac{\mathrm{Fo}^n}{n!}\varphi_\nu^{(2n)}(x) + \beta^*_\nu\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta_\nu^n}{n!}\int_0^{Fo}(\mathrm{Fo}-\Theta)^n\frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}}w_\nu(x,\Theta)d\Theta. \tag{9}$$

,

де $g_r(\mathrm{F_O})$ – компоненти впливу, які формуються за рахунок граничних умов та умов неідеального теплового контакту на стиках шарів [9].

Також розв'язок (9) дозволяє виділити квазістаціонарний режим:

$$T_\nu(x,\mathrm{Fo}) = \sum_{r=1}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_n\left[\mu^\nu_{n,r}(x),\varphi_n\right]g_r^{(n)}(\mathrm{Fo})\right\}, \tag{10}$$

та регулярні режим нагріву:

$$T_\nu(x,\text{Fo}) = \sum_{r=1}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_n\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),\varphi_n\right]g_r^{(n)}(\text{Fo}) + \frac{g_1(\text{p}_1)}{\Psi'(\varphi_n,\text{p}_1)}Q\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),\text{p}_1\right]\exp(-\gamma^2\text{Fo})\right\}, \tag{11}$$

де $\mu_{n,r}^{\nu}(x)$, φ_n, p_k – функціональні комплекси, $\Omega_n\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x)\right]$, , $\Psi(\varphi_n, p_k)$, $\Psi'(\varphi_n, p_k)$ – складові комплекси, які треба обчислити для побудови розрахунку температурного поля m-шаруватого тіла.

Розв'язок (9) можливо використовувати для визначення температурних полів багатошарових тіл та для розв'язку обернених задач теплопровідності (ОЗТ) [8]. Розв'язок ОЗТ полягає у визначенні граничних умов теплообміну (температура поверхні, тепловий потік, що підводиться, коефіцієнти тепловіддачі), у визначенні параметрів тепловиділення та визначенні теплофізичних характеристик матеріалів шарів по експериментальним замірам температур по перетину багатошарових тіл. Розрахунки були проведені при наступних початкових параметрах: $m = 2$; $a_0 = h_1 = M_1 = 1$; $a_1 = h_0 = M_0 = 0$; $a_1 = 0{,}90864 \cdot 10^{-4}$ м^2/с; $\lambda_1 = 93{,}\ 04$ Вт/(м·град); $\lambda_2 = 116{,}3$ Вт/(м·град); $\lambda_{1,2} = 116{,}3$ Вт/(м·град); $f_1(\text{Fo}) = 0{,}0025\ \text{Fo} + 0{,}0075\ (\text{Fo})^3 - 0{,}00025\ (\text{Fo})^4$; $a_2 = 0{,}6945 \cdot 10^{-4}$ м^2/с; $a_{1,2} = 0{,}46281 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

При розв'язанні оберненої нелінійної задачі теплопровідності методом послідовних інтервалів були виконані чисельні експерименти по відновленню експериментальної температури та її похідних лінійною функцією. Результати експерименту представлені на рис. 2 – 5.

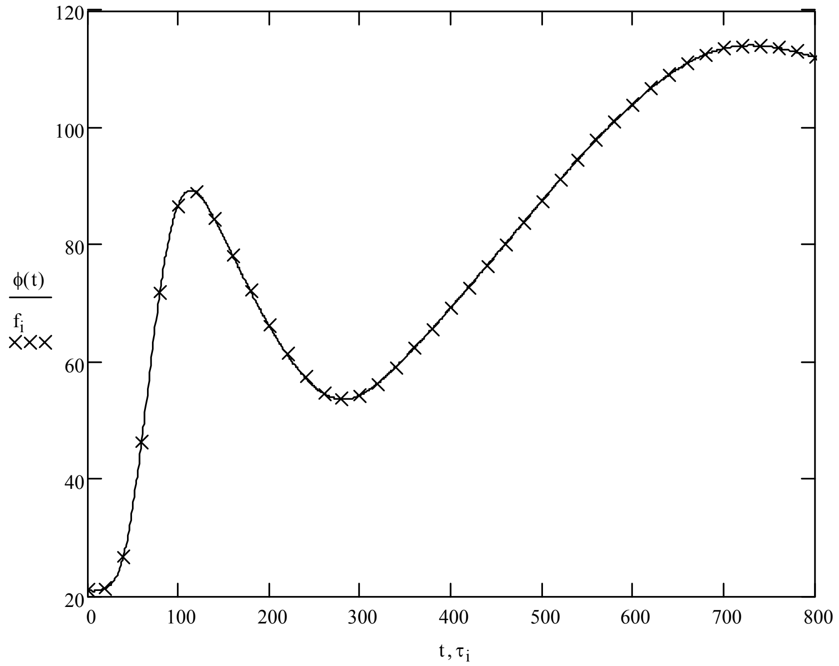

Рис. 2. Залежність експериментальної температури f_i (τ$_i$) та відновлена експериментальна температура ϕ(t)

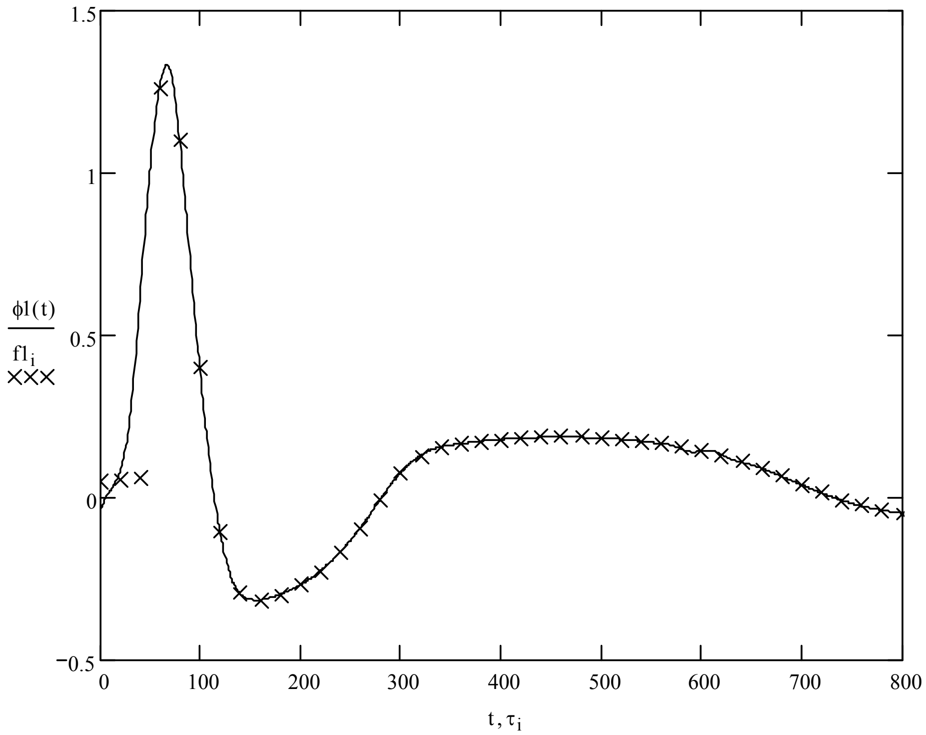

Рис. 3. Залежність відновленої першої похідної $\phi_1(t)$ від експериментальної температури

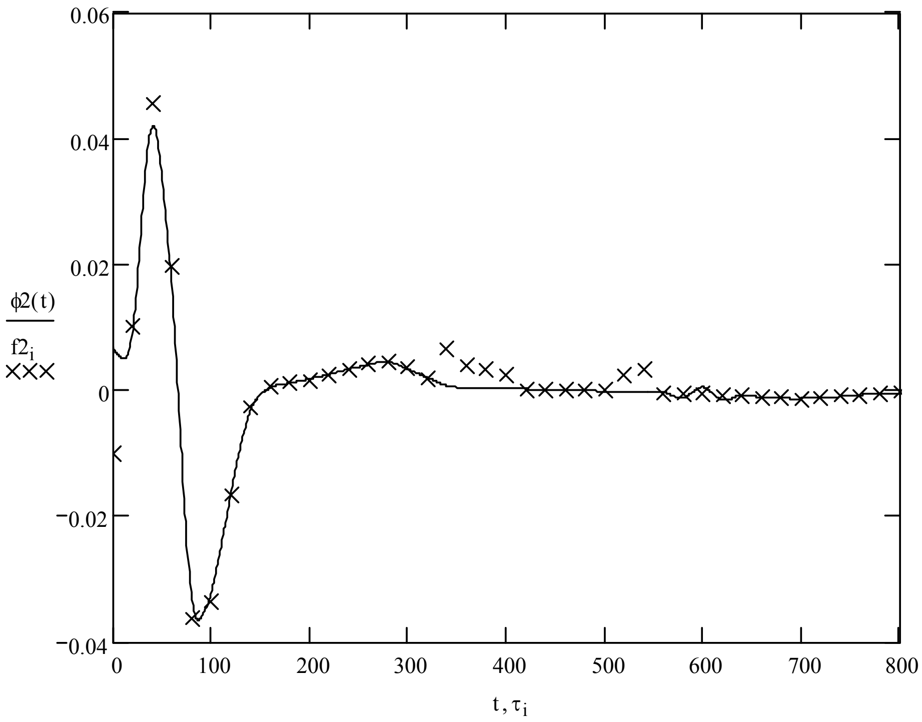

Рис. 4. Залежність відновленої другої похідної $\phi_2(t)$ від експериментальної температури

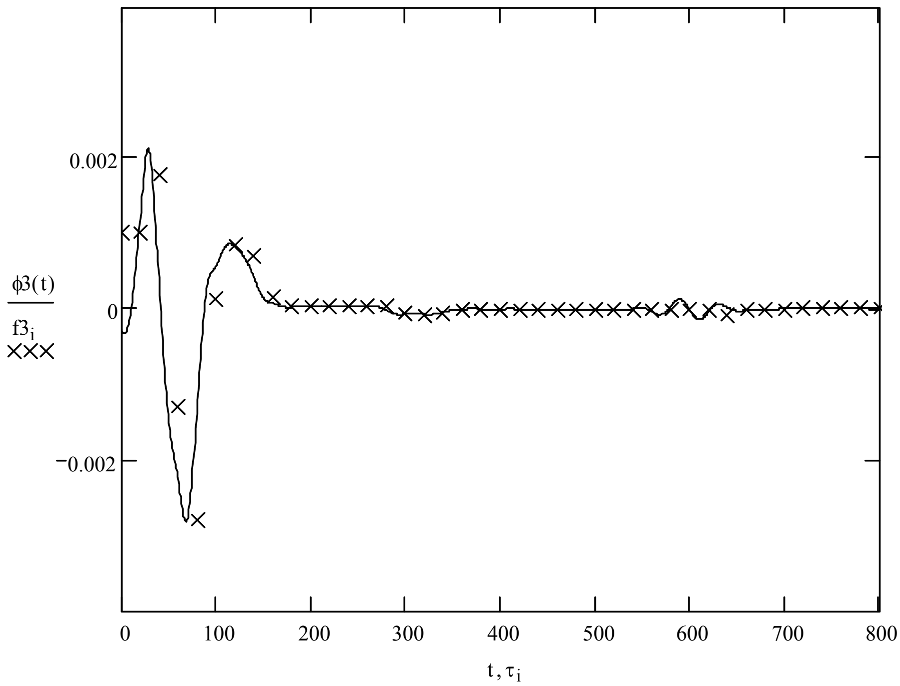

Рис. 5. Залежність відновленої третьої похідної $\phi_3(t)$ від експериментальної температури

Висновки. Отримані результати можна використовувати при дослідженні температурних режимів тонкостінних елементів конструкцій, а також при обробці експериментальних даних з метою визначення функції тепловиділення при терті.

Бібліографічні посилання

1. **Підстригач Я. С.** Вибрані праці / Я. С. Підстригач. – Київ, 1995. – 460 с.
2. **Підстригач Я. С.** Умови теплового контакту твердих тіл / Я. С. Підстригач// Доп. АН УРСР. – 1963. - №7. – С. 872 – 874.
3. **Алифанов О. М**. Обратные задачи как методологическая основа идентификации тепловых механических моделей / О. М. Алифанов // 4-й Минский Междун. форум по тепло- и массообмену. – Минск, 2000. – Т. 3. – С. 3 – 13.
4. **Бек Дж.** Некорректные задачи теплопроводности / Дж. Бек, Б. Блакуэл, Ч. Сент-Клэр мл. – М., 1989. – 312 с.
5. **Швець Р. М**. Поширення методів власних функцій на крайові задачі механодифузії для багатошарових тіл з прошарками / Р. М. Швець., О. І. Яцків. – Матем. методи і фізико-мех. поля. – 1988. – №4. – С. 155–161.
6. **Яцків О. І.** Деякі підходи до розв'язання задачі нагріву суцільного пружного циліндра за нестаціонарної граничної умови / О. І. Яцків, Р. М. Швець, В.Я. Бобик. – Прикладні проблеми механіки і математики. – 2007. – Вип. 5. – С. 186 – 194.
7. **Бабей Ю. И**. Физические основы импульсного упрочнения стали и чугуна / Ю. И. Бабей. – Киев, 1988. – 240 с.
8. **Веселовский В. Б.** Расчет температурных полей и восстановление граничных условий для составных элементов конструкций / В. Б. Веселовский, А. В. Берлов, В. В. Никульникова // Метал. теплотехника. Сборник научных трудов Национальной металлургической академии Украины. – Днепропетровск, 2004. – С. 238 – 249.

9. **Веселовский В. Б**. Решение задачи нестационарной теплопроводности для многослойных плоских тел с неидеальным тепловым контактом / В. Б. Веселовский // Прикладные вопросы аэродинамики летательных аппаратов. – Киев, 1984. – С. 140 – 144.

10. **Веселовский В. Б**. Математическое моделирование влияния полей различной физической природы на тепловые режимы элементов конструкций / В. Б. Веселовский // Техническая теплотехника. – 1993. – Вып. 1. – С. 114 – 117.

Надійшла до редколегії 16.10.13.

УДК 532.5

В.А. Катан

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

УДАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ НАКЛОННОЙ ПЛАСТИНЫ, ПЛАВАЮЩЕЙ НА ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ, ПРИ УДАРЕ С ВРАЩЕНИЕМ В УСЛОВИЯХ ОТРЫВА

Розглянута задача про ударну взаємодію із відривом нестисливої рідини та наклонної пластини, що плаває на її вільній поверхні за наявності обертання. Поставлена задача зводиться до задачі Келдиша-Сєдова. Отримано розв'язок у виді квадратур.

Ключові слова: удар по тілу, що плаває на поверхні рідини, задача Келдиша-Сєдова.

Рассмотрена задача об ударном взаимодействии с отрывом несжимаемой жидкости и наклонной пластины, плавающей на ее свободной поверхности при наличии вращения. Поставленная задача сводится к задаче Келдыша-Седова. Получено решение в виде квадратур.

Ключевые слова: удар по телу, плавающему на поверхности жидкости, задача Келдыша-Седова.

The problem of the impact of incompressible fluid and the sloping plate on free surface is considered. The solution is received as a result by the Keldish-Sedov's problem.

Keywords: impact of incompressible fluid and the solid of revolution on free surface, the Keldish-Sedov's problem.

Введение. Задачи об ударном безотрывном взаимодействии несжимаемой жидкости и твердого тела, плавающего на ее свободной поверхности, в классической постановке хорошо известны. Обзор и библиография по вопросам ударного взаимодействия жидкости и плавающих на ее поверхности твердых тел приведены в [1–3]. В [4] содержится постановка ударных задач в плоском приближении и для их решения используются методы теории функций комплексного переменного.

Пусть наклонная пластина длины b плавает под углом $\alpha\pi$ на свободной поверхности несжимаемой идеальной жидкости, находящейся в покое и занимающей нижнее полупространство. Ось Oy декартовой системы координат направлена по нормали к невозмущенной свободной поверхности жидкости внутрь последней, а ось Ox совпадает со свободной поверхностью. Предполагается, что ударные импульсы подействовали так, что после удара пластина имеет компоненты скорости вдоль осей Ox и Oy, а также угловую скорость ω_z вокруг оси, перпендикулярной плоскости Oxy. Возникшее в результате удара течение жидкости будет потенциаль-