

УДК 536.2:621.078

В. Ю. Клим

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ДИССИПАТИВНЫЙ РАЗОГРЕВ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Рассматривается нелинейная задача нестационарной теплопроводности для диссипативного разогрева стержневых элементов конструкций при высокочастотном циклическом деформировании. Получено аналитическое решение методом последовательных интервалов, которое имеет одинаковую структуру с решением линейных задач, учитывает изменение значений теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры.

Ключевые слова: диссипативный разогрев, нестационарная теплопроводность, источник тепла.

Розглядається нелінійна задача нестационарної теплопровідності для дисипативного розігріву стержневих елементів конструкцій при високо частотному циклічному деформуванні. Отримано аналітичний розв'язок методом послідовних інтервалів, який має однакову структуру із розв'язком лінійних задач, враховує зміну значень теплофізичних і механічних характеристик матеріалу і джерела тепла від температури.

Ключові слова: дисипативний розігрів, нестационарна теплопровідність, джерело тепла.

A nonlinear nonstationary problem of heat conduction for dissipative heating process in rod's elements of constructions due to high cyclic loading is considered. The analytical solve with the same structure of the linear problem solving, taking into account the temperature dependences for thermomechanical properties of material and heat generation is obtained due to the method of successive intervals.

Key words: dissipative heating, nonstationary heat conduction, heat generation.

Введение. При циклическом деформировании многих элементов конструкций наблюдается явление, получившее название гистерезиса. При этом материалом необратимо поглощается часть работы внешних сил, которая переходит в тепловую энергию и затем рассеивается. Длительное циклическое нагружение может сопровождаться высоким уровнем рассеяния энергии, а значит и существенным разогревом элементов конструкций [1 – 4]. Механизм рассеяния энергии в материале достаточно сложный и зависит от целого ряда факторов как внешних так и внутренних [1, 5]: вид и скорость циклического нагружения, температура, воздействие полей разной физической природы: магнитного, структурные особенности, внутренние напряжения, обусловленные механической или термической обработками и т.д.

На существенное влияние частоты циклического нагружения на диссипативный разогрев для различных классов конструкционных материалов указывается в работах известных авторов [1 – 5]. Одними из первых материалов, на которых исследовалось влияние частоты нагружения при осевом растяжении-сжатии в диапазоне частот от 10 Гц до 20 кГц, являются углеродистые стали. Так, например, для высокоуглеродистой стали с содержанием углерода 0,85%, нормализованного армко-железа и стали Еп8, для которых исследования проводились при циклическом изгибе, экспериментально доказаны

© Клим В. Ю., 2014

большие гистерезисные потери, ведущие к сильному разогреву материала, несмотря на теплоотвод [4].

Таким образом, исследование процесса диссипативного разогрева тел при циклическом (многоцикловом, высокочастотном) нагружении с учетом зависимости от температуры теплофизических и механических характеристик материала является актуальным.

Постановка и решение линейной задачи теплопроводности. При выбранном последовательном подходе решения линейной задачи на первом этапе решается задача о колебаниях для получения распределения амплитудных напряжений [6]. На втором – задача нестационарной теплопроводности с распределенными источниками тепла и условиями теплообмена с внешней средой [7 – 10].

В работе рассматриваются такие элементы конструкций, которые можно представить в виде однородных и кусочно-однородных стержней (Рис.1, а, б), подвергающихся циклическому нагружению одновременно с нестационарными условиями теплообмена с окружающей средой.

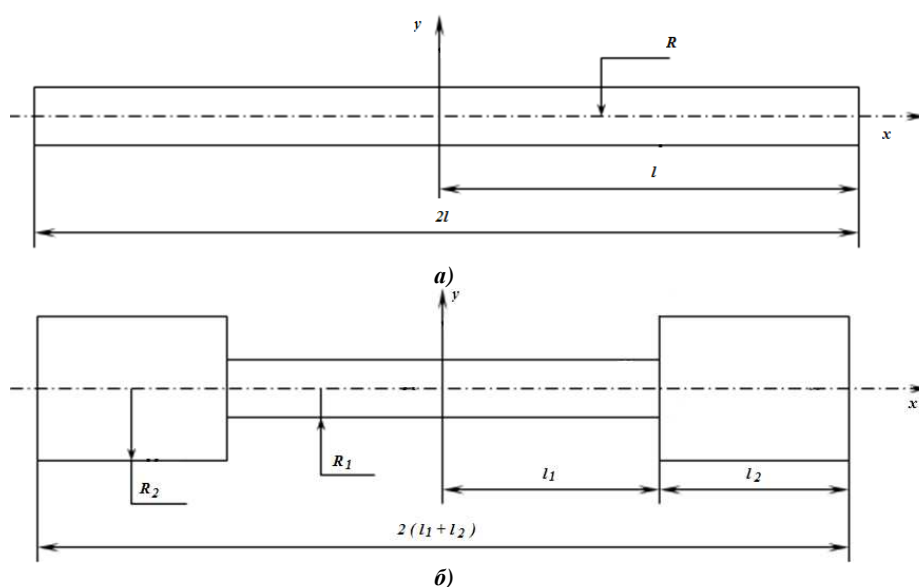


Рис. 1. Стержневые элементы конструкций: а – однородный стержень; б – кусочно-однородный стержень

Размеры поперечного сечения стержня считаются малыми по сравнению с длиной. Такое допущение дает основание предполагать, что перепад температуры в процессе циклического нагружения происходит только по длине стержня (вдоль оси x). Предполагается, что теплообмен между боковой поверхностью стержня и окружающей средой происходит по закону Ньютона и учтен в дифференциальном уравнении теплопроводности в виде отрицательного источника тепла. Теплообмен с другими элементами конструкции учитывается введением на торцах стержня граничных условий 1, 2 или 3 рода.

Тепловыделение в процессе циклического нагружения учитывается введением в дифференциальное уравнение теплопроводности распределенных источников тепла, наличие которых является результатом превращения части энергии деформирования в теплоту.

Тогда при циклическом нагружении с частотой ν за время τ , выражение для внутренних источников тепла $q(T)$ определяется через их интенсивность $\nu q^*(T)$ и имеет вид [7, 9, 10]:

$$q(T) = \tau \nu q^*(T),$$

$$\nu q^*(T) = \begin{cases} \nu \sigma_a^2 \psi(T) / (2E(T)), \\ \nu \sigma_a^2 \delta(T) / (E(T)), \end{cases} \quad (1)$$

где T – температура; $\psi(T)$ и $\delta(T)$ – коэффициент относительного рассеяния энергии и декремент колебаний соответственно, которые определяются экспериментальным путем; $E(T)$ – модуль упругости при температуре T ; $\sigma_a(x, \tau)$ – амплитуда напряжений, полученная из решения задачи о вынужденных колебаниях в первом приближении, в резонансной зоне, в предположении, что силы неупругого сопротивления не искажают форму колебаний.

Для описания зависимости констант упругости от температуры можно использовать формулу Белла [9, 10].

Согласно принятым допущениям, задачу нестационарной теплопроводности после некоторых преобразований, можно представить в безразмерной (по координате) форме. Тогда математическая формулировка задачи имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T(z, Fo)}{\partial z^2} = \frac{\partial T(z, Fo)}{\partial Fo} + LT(z, Fo) + w(z, Fo), \quad 0 \leq z \leq 1, \quad Fo > 0, \quad (2)$$

$$T(z, Fo) \Big|_{Fo=0} = \varphi(z), \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(z, Fo)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (4)$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial T(z, Fo)}{\partial z} \Big|_{z=1} = \varepsilon_2 Bi_2 [f(Fo) - \varepsilon_3 T(z, Fo)] \Big|_{z=1},$$

$$w(z, Fo) = -L\varphi(z) - q(z, Fo) \frac{l^2}{\lambda},$$

где $T(z, Fo)$ – температура стержня; $z = x/l$ – безразмерная координата; l – длина стержня; $Fo = a\tau/l^2$ – критерий Фурье; τ – время; a – коэффициент температуропроводности; $L = Bi_1 l^2 / h^2$; $Bi_1 = \alpha_1 h / \lambda$ и $Bi_2 = \alpha_2 h / \lambda$ – критерии Био; α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи с боковой поверхности и через торцы стержня в окружающую среду; h – отношение площади сечения стержня к периметру сечения; λ – коэффициент теплопроводности; $\varphi(z)$ – начальное распределение температуры; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – коэффициенты, принимающие значения $\pm 1, 0$.

В зависимости от сочетания значений ε_i на торце стержня можно задавать граничные условия 1, 2 и 3 рода, а функция $f(Fo)$ при этом принимает значения температуры поверхности торца стержня, теплового потока или температуры

окружающей среды. Так, при $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ взаимодействие между окружающей средой и торцами стержня соответствуют граничным условиям первого рода, при $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = -1, \varepsilon_3 = 0$ – граничным условиям 2 рода, при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ – граничным условиям 3 рода.

Для решения линейных задач теплопроводности используется операционный метод, основанный на интегральном преобразовании Лапласа [7 – 10]. Среди интегральных преобразований операционный метод является наиболее подходящим для решения нестационарных задач с внутренними источниками тепла интенсивности, изменяющейся по времени, и неоднородными нестационарными граничными условиями. В результате применения операционного метода дифференциальное уравнение в частных производных сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению. Из решения последнего получается зависимость изображения температурной функции от пространственной координаты. С помощью обратного интегрального преобразования осуществляется переход от изображения к оригиналу, который и является искомой зависимостью температуры от координат и времени.

Решение задачи теплопроводности в оригиналах имеет вид [7]:

$$T(z, Fo) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,i}(z), \varphi_n] g_i^{(n)}(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} E_i(z, p_k) \cdot \exp(p_k Fo) \right\} + \Gamma^*(z, Fo), \quad (5)$$

где

$$\Omega_n [\mu_{n,i}(z), \varphi_n] = \frac{\mu_{n,i}(z)}{\varphi_0} - \sum_{j=1}^n \Omega_{n-1} [\mu_{n,i}(z), \varphi_n] \frac{\varphi_j}{\varphi_0};$$

$$E_i(z, p_k) = \frac{g_i(p_k)}{\Psi'(p_k)} \cdot Q_i(z, p_k);$$

$$Q_i(z, p) = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_{n,i}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_{n,i}(z) \cdot p^n;$$

$$\Psi(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n^* (p + L)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n \cdot p^n;$$

$$\mu_{n,i}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} C_{j+n}^n \cdot L^j \omega_{j+n,i}(z);$$

$$\omega_n^* = \varepsilon_1 \frac{1}{(2n+1)!} + \varepsilon_2 \varepsilon_3 Bi_2 \frac{1}{(2n)!};$$

$$\varphi_n = \sum_{j=0}^n C_{j+n}^n L^j \omega_{j+n}^*;$$

$$g_1(Fo) = \left. \frac{d\Gamma^*(z, Fo)}{dz} \right|_{z=0}; \quad g_2(Fo) = f(Fo) \varepsilon_2 Bi_2 - \varepsilon_1 \left. \frac{d\Gamma^*(z, Fo)}{dz} \right|_{z=1} - \varepsilon_2 \varepsilon_3 Bi_{2,j} \Gamma^*(z, Fo) \Big|_{z=1};$$

C_j^n — биномиальные коэффициенты.

Аналогично математической формулировке задачи для однородного стержня, в уравнении теплопроводности с соответствующими унифицированными

граничними и начальными условиями тепловой эффект диссипативного разогрева кусочно-однородного стержня из m частей для каждого v -го однородного стержня ($v = 1, 2, \dots, m$) учтен в виде источника тепла $w_v(z_v, Fo)$ [8]:

$$\beta_v \frac{\partial^2 T_v(z_v, Fo)}{\partial z_v^2} = \frac{\partial T_v(z_v, Fo)}{\partial Fo} - \beta_v^* w_v(z_v, Fo), 0 \leq z_v \leq 1, Fo > 0, v = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

$$T_v(z_v, Fo)|_{Fo=0} = \Phi_v(z_v), \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K_0 \lambda_v \frac{\partial T_v(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=1} &= \frac{K_1}{l_{v,v+1}^*} \times \\ &\times [T_{v+1}(z_{v+1}, Fo)|_{z_{v+1}=0} - T_v(z_v, Fo)|_{z_v=1}] \\ \frac{\partial T_v(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=1} - \mu_{v,v+1} \frac{\partial T_{v+1}(z_{v+1}, Fo)}{\partial z_{v+1}} \Big|_{z_{v+1}=0} &= K_2, \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\alpha_0 \partial T_1(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=0} &= h_0 Bi_0 [f_0(Fo) - \overline{M}_0 T_1(z_v, Fo)] \Big|_{z_v=0} \\ \frac{\alpha_1 \partial T_m(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=1} &= h_1 Bi_1 [f_1(Fo) - \overline{M}_1 T_m(z_v, Fo)] \Big|_{z_v=1} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

где m – число стержней; $z_v = x_v / l_v$ – безразмерная координата; l_v – длина v -го стержня;

$$Fo = \frac{a_0}{l_0^2} \tau; \quad \beta_v = \frac{a_v}{a_0} \frac{l_0^2}{l_v^2}; \quad \beta_v^* = \beta_v \frac{l_v^2}{\lambda_v};$$

$$Bi_0 = \frac{\alpha_0}{\lambda_1} l_1; \quad Bi_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda_m} l_m; \quad \mu_{v,v+1} = \frac{\lambda_{v+1}}{\lambda_v} \frac{l_v}{l_{v+1}}; \quad l_{v,v+1}^* = l_{v,v+1} \frac{\lambda_v}{l_v};$$

$l_{v,v+1}$ – контактное термическое сопротивление в местах стыка стержней; a_0, c_0, λ_0, l_0 – некоторые характерные параметры: коэффициент температуропроводности, теплоемкость, коэффициент теплопроводности и линейный размер; коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, h_0, h_1, \overline{M}_0, \overline{M}_1$ принимают значения 0 или ± 1 в зависимости от вида граничных условий;

коэффициенты K_0, K_1, K_2 для разных типов соединений принимают значения соответственно:

а) в случае идеального контакта в местах стыка

$$K_0=0, K_2=0;$$

б) в случае неидеального контакта в местах стыка

$$K_0=1, K_1=1, K_2=\omega_{v,v+1}^*(1, Fo),$$

где $\omega_{v,v+1}^*(1, Fo) = \frac{R_v}{\lambda_v} \omega_{v,v+1}(1, Fo)$ – источники тепла в местах стыка;

в) в случае, когда в местах стыка есть тонкая прокладка или клей

$$K_0=0, \quad K_2 = A_{v,v+1} \gamma_{v,v+1} \left. \frac{\partial T_{v+1}(z_{v+1}, Fo)}{\partial Fo} \right|_{z_{v+1}=0},$$

где $A_{v,v+1} = \frac{\delta_{v,v+1} \lambda_0}{R_0^2} \frac{c_{v,v+1}}{\lambda_v} \frac{c_0}{c_0}$, $c_{v,v+1}$, $\gamma_{v,v+1}$, $\delta_{v,v+1}$ – соответственно

теплоемкость, плотность, толщина термически тонкого слоя.

Окончательный вид решения получается при переходе к оригиналам функций:

$$T_v(z_v, Fo) = \sum_{\ell=1}^{2m} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,v}^l(\mu_{n,v}^l(z_v), \varphi_n) \cdot g_\ell^{(n)}(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_\ell(p_k)}{\Psi'(\varphi_n, p_k)} Q_{v,l}(p_k, \mu_{n,v}^l(z_v)) \cdot \exp(-\gamma_k^2 Fo) \right] + \Gamma_v^*(z_v, Fo), \quad (10)$$

$$\Gamma_v^*(z_v, Fo) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_v^n \frac{Fo^n}{n!} \varphi_v^{(2n)}(z_v) + \beta_v^* \sum_{n=0}^{\infty} \beta_v^n \frac{Fo^n}{n!} w_v^{(2n)}(z_v), \quad (11)$$

где $g_\ell(Fo)$ – компоненты воздействия.

Следует отметить, что переход от изображений к оригиналу функций в случае нестационарных граничных условий требует применения интеграла Дюамеля. Применение структурного метода [7, 9,10] позволяет этого избежать.

Решение (10) позволяет выделить квазистационарную часть

$$\sum_{\ell=1}^{2m} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,l}^v(\mu_{n,l}^v(x), \varphi_n) \cdot g_\ell^{(n)}(Fo) \right] + \Gamma_v^*(z_v, Fo),$$

и регулярную часть (регулярный режим)

$$\sum_{\ell=1}^{2m} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_\ell(p_1)}{\Psi'(\varphi_n, p_1)} Q(p_1, \mu_{n,l}^v(z_v)) \cdot \exp(-\gamma_1^2 Fo) \right].$$

Для наиболее характерных изменений компонент воздействия $g_\ell(Fo)$ получены конечные суммы решения, а для характерных изменений функций $\varphi(z_v)$, $w(z_v, Fo)$ получен конечный вид $\Gamma_v^*(z_v, Fo)$ [7,8].

Постановка и решение нелинейной задачи теплопроводности. Нелинейная задача нестационарной теплопроводности для однородного стержня длиной l имеет вид:

$$\alpha(T) \rho(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] - \frac{\alpha(T)}{h} [T(x, \tau) - T_c] + q(T), \quad (12)$$

$$0 \leq x \leq l, \quad \tau > 0;$$

$$T(x, 0) = \varphi(x); \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \tag{14}$$

$$\varepsilon_1 \lambda(T) \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=l} = \varepsilon_2 \alpha_2(T) [f(\tau) - \varepsilon_3 T(x, \tau)]_{x=l};$$

где теплофизические и механические характеристики материала являются функциями температуры по координате и времени.

В данной работе получил развитие один из подходов к решению нелинейных задач нестационарной теплопроводности с помощью приближенных аналитических методов – метод последовательных интервалов [9, 10], заключающийся в разбиении всего времени нагружения t на M конечных временных интервалов $[\tau_{j-1}, \tau_j]$ ($j = 1, 2..M$), в каждом из которых характеристика материала, внутренние источники тепла и коэффициенты теплоотдачи являются постоянными. В такой постановке нелинейная задача нестационарной теплопроводности сводится к совокупности решений линейных задач с различными начальными и граничными условиями для каждого интервала времени.

В соответствии с методом пространственно-временных квадрантов [9] предположим, что при разбиении на интервалы всего времени циклического нагружения t и длины стержня l следующим образом

$$0 \leq \tau \leq \Delta \tau_j, \quad \sum_{j=1}^M \Delta \tau_j = t, \quad j = 1, 2..M ;$$

$$0 \leq x_i \leq \Delta l_i, \quad \sum_{i=1}^N \Delta l_i = l, \quad i = 1, 2..N ,$$

линейные задачи теплопроводности позволяют перейти к безразмерным переменным.

И тогда с учетом (6) – (9) получим

$$z_i = x_i / \Delta l_i; \quad Fo_i^j = \frac{a_0^i}{(\Delta l_0^i)^2} \tau_j;$$

$$\mu_{i,i+1} = \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} \frac{(\Delta l_i)}{(\Delta l_{i+1})}; \quad \beta_i = \frac{a_i}{a_0^i} \frac{(\Delta l_0^i)^2}{(\Delta l_i)^2}; \quad \beta_i^* = \beta_i \frac{(\Delta l_i)^2}{\lambda_i};$$

$$Bi_1^j = \frac{\alpha_1^j}{\lambda_1^j} \Delta l_1; \quad Bi_2^j = \frac{\alpha_2^j}{\lambda_N^j} \Delta l_N ,$$

где a_0^i , λ_0^i , Δl_0^i – некоторые характерные параметры: коэффициент температуропроводности, коэффициент теплопроводности, линейный размер (длина интервала по координате).

Между интервалами по координате выполняются условия идеального теплового контакта на стыках частей, функции температуры и тепловых потоков считаются непрерывными. Связь между интервалами по времени выполняется со следующим условием

$$\varphi_i^{j+1}(z_i) = T_i^j(z_i, \Delta Fo_i^j).$$

Тогда решение $M \times N$ линейных задач нестационарной теплопроводности сводится к решению задачи для кусочно-однородного стержня при циклическом нагружении в унифицированной постановке и имеет вид [9, 10]:

$$T_i^j(z_i, Fo_i) = \sum_{l=1}^{2N} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,i}^l [\mu_{n,i}^l(z_i), \varphi_{n,i}] g_{l,i}^{(n)}(Fo_i) + \sum_{k=1}^{\infty} E_{l,i}^j(z_i, p_k) \cdot \exp(p_k Fo_i) \right\} + \Gamma_i^{*j}(z_i, Fo_i), \quad (15)$$

где

$$E_{l,i}^j(z_i, p_k) = E_{l,i}^{j-1}(z_i, p_k) \cdot \exp(p_k \cdot \Delta Fo_i^{j-1}) + \frac{g_{l,i}^j(p_k)}{\psi'_{N,j}(p_k)} \cdot Q_{l,i}^j(z_i, p_k);$$

$$\Gamma_{i,j}^*(z_i, Fo_i) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_i^n \frac{Fo_i^n}{n!} \varphi_i^{j(2n)}(z_i) + \beta_i^* \sum_{n=0}^{\infty} \beta_i^n \frac{Fo_i^n}{n!} w_i^{j(2n)}(z_i);$$

$$\varphi_i^j(z_i) = \Gamma_i^{*j-1}(z_i, \Delta Fo_i^{j-1}) + \sum_{l=1}^{2N} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,j-1}^l [\mu_{n,l}(z_i), \varphi_n] \times \right. \\ \left. \times g_{l,i}^{j-1(n)}(Fo_i) \Big|_{Fo_i = \Delta Fo_i^{j-1}} \right\};$$

$$g_{1,1}^j(Fo_1) = \Gamma_{1,j}^{*j}(0, Fo_1); \quad g_{2N,2N}^j(Fo_N) = f_j(Fo_N) \varepsilon_2 B_{2,N}^j - \varepsilon_2 \varepsilon_3 B_{2,N}^j \Gamma_N^{*j}(1, Fo_N);$$

$$g_{2,i}^j(Fo_i) = \Gamma_i^{*j}(1, Fo_i) - \Gamma_{i+1}^{*j}(0, Fo_{i+1}); \quad g_{3,i}^j(Fo) = \frac{d\Gamma_i^*(z_i, Fo)}{dz_i} \Big|_{z_i=1} - \mu_{i,i+1} \frac{d\Gamma_{i+1}^*(z_{i+1}, Fo_{i+1})}{dz_{i+1}} \Big|_{z_{i+1}=0}.$$

Анализ результатов. На рис.2 приведены зависимости температуры T в центральном сечении стержня с координатой $\bar{z} = 0$ от безразмерного времени.

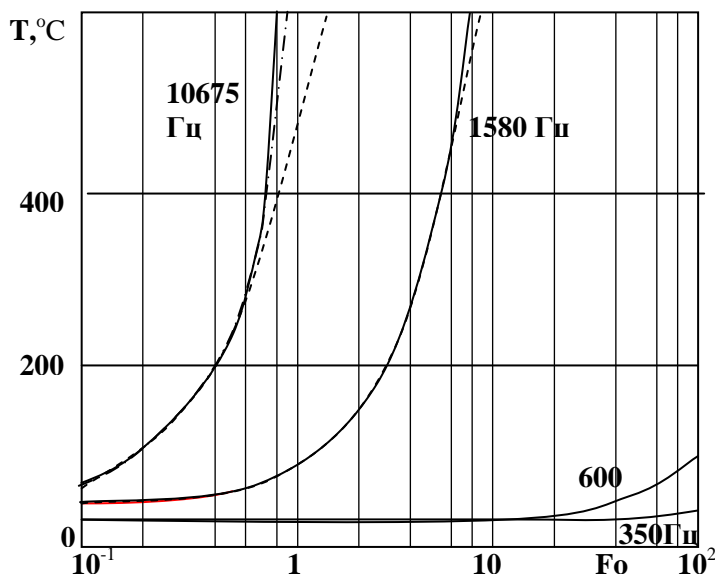


Рис. 2. Зависимость температуры T в центральном сечении $\bar{z} = 0$ стержня от безразмерного времени при различных значениях частоты циклического деформирования

Зависимости $T(0, F_0)$ получены при решении нелинейной (сплошные линии) и линейной задач (штриховые линии) теплопроводности приближенным аналитическим методом. При этом из рис. 2 видно, что полученное в работе решение нелинейной задачи предсказывает более быстрый разогрев стержня. Анализ проведенных исследований показывает, что для циклического нагружения с низкими частотами (до 1000 Гц) имеет место удовлетворительное совпадение результатов расчета температурного поля стержня, полученных при решении линейной и нелинейной задач нестационарной теплопроводности.

Выводы. Расширена область применения метода последовательных интервалов для решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности с учетом зависимости от температуры теплофизических, механических характеристик материала и источника тепла. Получено аналитическое решение нелинейной задачи нестационарной теплопроводности для диссипативного разогрева стержневых элементов конструкций при высокочастотном циклическом деформировании методом последовательных интервалов, которое имеет одинаковую структуру с решением линейных задач, учитывает изменение значений теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры.

Бібліографічні посилання

1. Писаренко Г. С. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник. / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К.: Наук. думка, 1971. – 375с.
2. Плехов О. Экспериментальное исследование закономерностей диссипации энергии при динамическом деформировании нанокристаллического титана / О. Плехов, В. Чудинов, В. Леонтьев и др. // Письма в ЖТФ, 2009. – Т. 35. – Вып. 2. – С. 82 – 89.
3. Абакумов В. Г. О проектировании акустических концентраторов с учетом внутреннего рассеяния энергии / В. Г. Абакумов, К.А. Трапезон // Акустичний вісник. – 2007. – Т.10, N 1. – С. 3 – 16.
4. Матвеев В. В. Демпфирование колебаний деформируемых тел / В. В. Матвеев. – К.: Наук. думка, 1985. – 264 с.
5. Ботвина Л. Р. Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности / Л.Р. Ботвина. – М.: Наука, 2008. – 334с.
6. Веселовский В. Б. Решение задачи о колебаниях при диссипативном разогреве элементов конструкций / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Диференціальні рівняння та їх застосування. Зб. наук. праць. – Д., РВВ ДНУ, 2008. – С. 56–65.
7. Веселовский В. Б. Разогрев ограниченного стержня при высокочастотном нагружении / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим // Вісник Дніпропетровського національного університету. Серія Механіка. – Вып. 6.– Т. 2.– 2002. – С.27–34.
8. Веселовский В. Б. Моделирование влияния полей различной физической природы / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим, Н. И. Белый// Вісник Дніпропетровського національного університету. Серія Механіка. – Вып. 6.–Т. 1.– 2002. – С. 111–119.
9. Клим В. Ю. Математическая модель диссипативного разогрева стержней при циклическом деформировании/ В. Ю. Клим // Системні технології. Регіональний міжвузівський зб. наук.праць. – Д.,2010. – Вип.2 (67). – С. 100–106.
- 10.Клим В. Ю. Математическая модель разогрева элементов конструкций при циклическом деформировании/ В. Ю. Клим // Вісник Дніпропетровського національного університету. Серія Механіка. – Вып. 6.–Т. 1.– 2010. – С. 181–191.

Надійшла до редколегії 25.06.2014