

УДК 532.516

В.И. Елисеев, Ю.П. Совит, А.П. Толстопят, Л.А. Флеер

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МОДЕЛИРОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ ЖИДКОСТЬ - ПРИФУРМЕННЫЙ ГАЗОВЫЙ ОБЪЕМ

Предложена простая математическая модель наддува и разрушения прифурменного пузыря для моделирования амплитудно-частотных характеристик колебаний жидкости в ванне при подаче газа. Получены амплитудно-частотные характеристики. Показано, что частотный спектр является отражением различных динамических процессов, связанных с отрывом и колебанием пузырей.

Ключевые слова: газ, жидкость, пузырь, частота.

Запропоновано просту математичну модель наддування і руйнування прифурменного бульбашка для моделювання амплітудно-частотних характеристик коливань рідини у ванні при подачі газу. Отримано амплітудно-частотні характеристики. Показано, що частотний спектр є відображенням різних динамічних процесів, пов'язаних з відривом і коливанням бульбашок.

Ключові слова: газ, рідина, бульбашка, частота.

For modeling of amplitude-frequency characteristics of the liquid in the bath when gas, a simple mathematical model of pressurization and destruction tuyere bubble is proposed. Amplitude-frequency characteristics are obtained. It is shown that the frequency spectrum is a reflection of a variety of dynamic processes associated with the fluctuation margin and bubbles.

Key words: gas, liquid, bubble, frequency.

Введение. Вдув газовой струи в жидкость является одним из важных технологических приемов, обеспечивающих определенный массообмен в агрегатах химической и металлургической промышленности, вследствие чего вопросы динамики газовых включений (пузырей) в жидкостях давно привлекали внимание исследователей, например, металлургического направления [1, 2]. Помимо изучения физико-химических процессов, связанных с поверхностными явлениями газ - жидкость, появились исследования, затрагивающие общие свойства газожидкостных систем применительно к металлургическим процессам. Целью этих работ является расширение возможностей управления технологическим процессом с помощью того или иного воздействия, например подачи пульсирующего дутья [3]. Одним из направлений таких исследований является изучение акустических свойств, в частности, получение амплитудно-частотных характеристик сред в работающих химико-технологических и металлургических аппаратах. Получение и анализ частотных спектров того или иного процесса дает возможность контролировать его ход и воздействовать на него соответствующим образом. Принимая актуальность таких исследований, необходимо сознавать, что в процессе изучения возникает необходимость установления соответствия того или иного спектра с комплексом физических явлений. Такие работы ведутся. Так, например, в [4] показана связь амплитудно-частотного распределения с частотой колебания пузырей при небольших расходах газа. Рассматриваемым расходом газа в данной работе соответствовал пузырьковый режим. Наши исследования, которые проводились с помощью микрофонов, показали, что в случае очень малых расходов газа (отдельные пузырьки) наблюдается довольно простая четкая картина.

Сигналы, регистрируемые микрофоном, состоят из отдельных хорошо отличимых импульсов и некоторого высокочастотного следа после каждого такого импульса. Это указывает на процесс отрыва пузыря и его последующие колебания в жидкости. При переходе к струйному течению газа физическая картина значительно усложняется, соответственно, усложняется и амплитудно-частотный спектр. На рис. 1 и 2 (режим течения еще можно охарактеризовать как интенсивно пузырьковый) для примера показаны кривые амплитудно-частотных характеристик, полученных с помощью БПФ (быстрое преобразование Фурье), для сигналов, зарегистрированных микрофонами М1 (установлен в газовом канале) и М2 (установлен в слое жидкости).

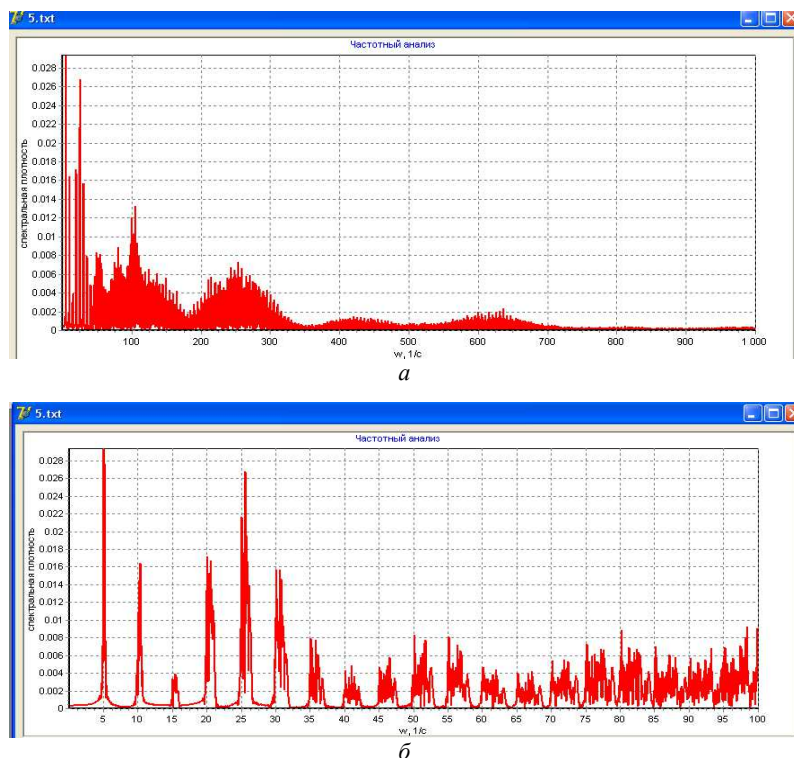


Рис.1 Амплитудно-частотные характеристики колебаний газа в дутьевом канале (М1). Заглубление фурмы – 150 мм, длина фурмы – 395 мм

На рис. 1, *а* показаны характеристики в пределах частот от 0 до 1000 Гц, этот промежуток соответствует практически значимым частотам колебаний, существующих в рассматриваемой системе. На рис. 1, *б* для более четкого представления показаны амплитудные характеристики в более узком интервале: 0 - 100 Гц. Этот отрезок частот, как нам представляется, раскрывает волновую картину процесса образования отрывных пузырей. В целом, по приведенным рисункам видно, что частотное распределение имеет достаточно сложный характер. Здесь наблюдаются довольно широкие зоны со сравнительно плавными изменениями амплитуд, достигающими некоторого максимального значения внутри этой зоны, кроме того, видны отдельные резкие всплески значений амплитуд, ярко выделяющиеся от окрестных величин. При сравнении распределений, полученных от микрофона в газе и микрофона в жидкости, можно также заметить, что характеры этих распределений в начальной зоне (см. рис. 1.*б*) сильно отличаются

друг от друга. Для микрофона в газе характерно высокое значение амплитуды в начале отрезка и последующий затем спад, для микрофона в жидкости наоборот – повышение значений амплитуды по мере роста частот. При рассмотрении экспериментального материала становится ясно, что необходимы некоторые модельные представления, с помощью которых можно описать характер амплитудно-частотных характеристик с целью определения причин возникновения тех или иных частотных зон. Для этого была разработана сравнительно простая математическая модель о колебании и распаде присоплового объема газа, который, как нам представляется, является основным источником колебаний системы.

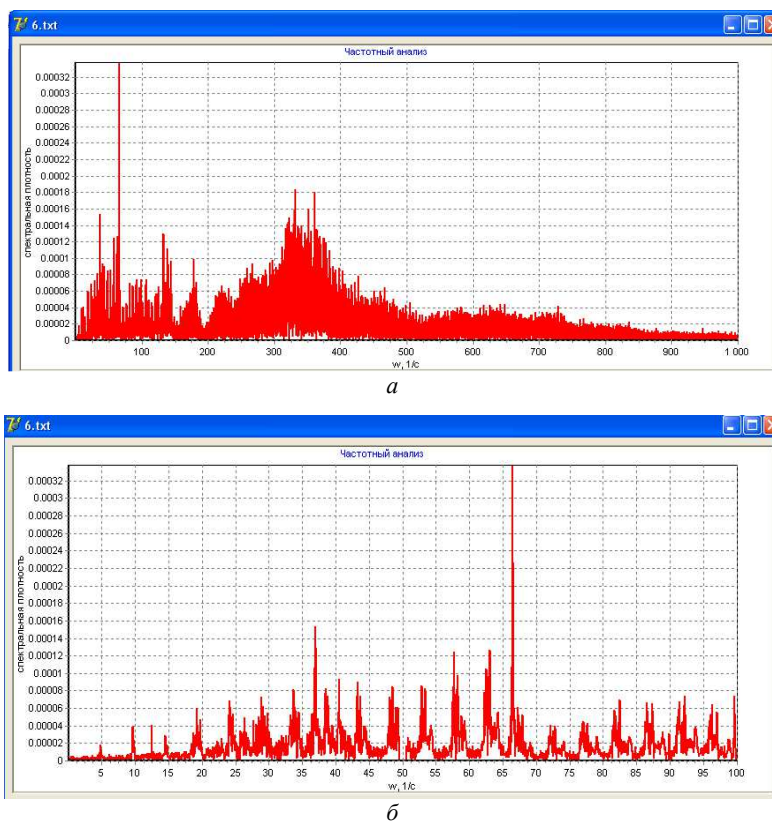


Рис.2 Амплитудно-частотные характеристики колебаний в жидкости (М2). Заглубление фурмы – 150 мм, длина фурмы – 395 мм

Математическая постановка задачи. Как следует из наблюдений динамики прифурменного пузыря, геометрические размеры его изменяются довольно заметно, что и служит источником возмущений в жидкости. Изменение это связано как с наддувом, так и с распадом, когда от прифурменного газового объема отрывается пузырь, всплывающий затем вверх. Колебаниям пузырей в жидкой среде посвящено значительное количество работ, например [5]. Отличием прифурменного пузыря от всплывающего является значительное изменение его массы, приводящее к другим формам колебания. В [6] показано, что процесс отрыва является многостадийным процессом и его развитие зависит от расхода и направления вдува. Описание динамики прифурменного пузыря сопряжено с большими математическими трудностями, поэтому представим приближенную математическую модель. В целях наиболее простого описания динамики

прифурменного пузыря представим его в виде цилиндра, у которого колеблется как боковая поверхность, так и верхняя плоскость. Такое математически очень упрощенное представление значительно облегчает вычислительную сторону моделирования, при этом физическая картина процесса может быть вполне адекватной. Выпишем уравнения движения жидкости в осесимметричных координатах

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial(ru)}{\partial t} + \frac{\partial(ru^2)}{\partial x} + \frac{\partial(ruv)}{\partial r} \right) = -r \frac{\partial p}{\partial x} - r \rho g, \quad (2)$$

где t – время; x, r система координат; u, v – проекции скорости на оси x, r соответственно; g – ускорение свободно падающего тела; ρ – плотность жидкости; p – давление.

Разделим всю область течения на три части – нижнюю I(0, h_1), область пузыря II(h_1, h_2) и верхнюю III(h_2, H), где 0 – днище сосуда; h_1 – нижняя граница пузыря; h_2 – верхняя граница пузыря; H – высота слоя жидкости. В нижней части, ввиду того что днище сосуда неподвижное, а h_1 считаем постоянной, положим

$$u_I = 0. \quad (3)$$

Во второй области, интегрируя уравнение (1) по r от пузыря до стенки, получим для скорости

$$u_{II} = a_{II}x + b_{II}, \quad a_{II} = \frac{1}{(S_B - S_P)} \frac{dS_P}{dt}, \quad b_{II} = -\frac{1}{(S_B - S_P)} \frac{d(h_1 S_P)}{dt}. \quad (4)$$

В верхней части

$$u_{III} = b_{III}, \quad b_{III} = \frac{d[(h_2 - h_1)S_P]}{S_B dt}. \quad (5)$$

В выражениях (4), (5) S_P, S_B – площади среза пузыря и сосуда соответственно. Примем во внимание, что скорость в области III постоянна, вследствие чего скорость поверхности будет равна $u_H = \frac{dH}{dt} = u_{III} = \frac{d[(h_2 - h_1)S_{P1}]}{S_B dt}$, т.е.

выполняется закон сохранения массы жидкости.

Рассмотрим теперь уравнение (2). Интегрируя по радиусу, получим для области II

$$(S_B - S_P) \frac{\partial u}{\partial t} + (S_B - S_P) \frac{\partial u^2}{\partial x} - u \frac{dS_P}{dt} = -(S_B - S_P) \frac{\partial p}{\rho \partial x} - (S_B - S_P)g - ku. \quad (6)$$

В области I, учитывая, что прифурменного пузыря нет и $u_I = 0$, из (6), получим

$$p_I = p_0 - \rho g x, \quad (7)$$

где p_0 – давление на днище сосуда. В области II, интегрируя уравнение (6) по x от h_1 до h_2 и учитывая условие (4), получим

$$\frac{p_{II}}{\rho} = -gx - \left[\frac{1}{2} \frac{da_{II}}{dt} (x^2 - h_1^2) + \frac{db_{II}}{dt} (x - h_1) \right] - \left[a_{II} b_{II} (x - h_1) + \frac{1}{2} a_{II}^2 (x^2 - h_1^2) \right] + \frac{p_0}{\rho} - k \left[b_{II} (x - h_1) + \frac{1}{2} a_{II} (x^2 - h_1^2) \right], \quad (8)$$

где постоянная интегрирования определена из равенства давлений на границе h_1 . В верхней части, учитывая условие (5) и отсутствие прифурменного пузыря, получим

$$\frac{p_{III}}{\rho} = -gx - \frac{db_{III}}{dt} (x - h_2) - \left[\frac{1}{2} \frac{da_{II}}{dt} (h_2^2 - h_1^2) + \frac{db_{II}}{dt} (h_2 - h_1) \right] - \left[a_{II} b_{II} (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} a_{II}^2 (h_2^2 - h_1^2) \right] + \frac{p_0}{\rho} - k \left[b_{III} (x - h_2) + b_{II} (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} a_{II} (h_2^2 - h_1^2) \right]. \quad (9)$$

Постоянную интегрирования определяли исходя из равенства давлений на границе h_2 . Если теперь в (9) положить $x = H$, то, учитывая, что на этой границе $p_{III} = p_a$ (p_a - атмосферное давление), получим давление на днище сосуда.

Выписанные уравнения для давления в жидкости необходимы для составления уравнений движения прифурменного пузыря. Уравнение сохранения массы для него имеет вид

$$\frac{dM_p}{dt} = G_F - G_G, \quad (10)$$

где G_F - расход газа из фурмы; G_G - уход газа при разрушении прифурменного пузыря и образовании отрывного, при этом согласно схеме

$$M_p = \rho_p S_p (h_2 - h_1), \quad (11)$$

Примем, что давление в пузыре подчиняется адиабатическому уравнению, т.е

$$p_p = p_{p0} \left(\frac{\rho_p}{\rho_{p0}} \right)^k, \quad (12)$$

где ρ_{p0}, p_{p0} - постоянные. Для определения давления в пузыре примем также, что на поверхностях пузыря выполняются условия равенства сил, действующих как снаружи пузыря, так и изнутри. Из этих условий получим следующие соотношения: на нижней и верхней плоскостях -

$$p_p = p_0 - \frac{1}{2} \rho g (h_2 + h_1) - \frac{1}{2} \rho \left[a_{II} b_{II} (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} a_{II}^2 (h_2^2 - h_1^2) \right] - \frac{1}{2} \rho \left[\frac{1}{2} \frac{da_{II}}{dt} (h_2^2 - h_1^2) + \frac{db_{II}}{dt} (h_2 - h_1) \right] - k \frac{1}{2} \rho \left[b_{II} (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} a_{II} (h_2^2 - h_1^2) \right], \quad (13)$$

на боковой поверхности -

$$p_P = p_0 - \frac{1}{2} \rho g (h_2 + h_1) - \frac{1}{2} \rho \left[a_{II} b_{II} + \frac{1}{3} a_{II}^2 (h_2 + 2h_1) \right] (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} \rho \left[\frac{db_{II}}{dt} + \frac{1}{3} \frac{da_{II}}{dt} (h_2 + 2h_1) \right] (h_2 - h_1) - k \frac{1}{2} \rho \left[b_{II} + \frac{1}{3} a_{II} (h_2 + 2h_1) \right] (h_2 - h_1) \quad (14)$$

Вычитая одно уравнение из другого, получим условие согласования колебательного движения боковой и верхней поверхностей пузыря

$$\frac{da_{II}}{dt} + a_{II}^2 + ka_{II} = 0. \quad (15)$$

К выписанной системе уравнений необходимо добавить описание разрушения прифурменного пузыря. Примем следующую схему. Из теории устойчивости Рэлея известно, что цилиндр капиллярной жидкости абсолютно неустойчив при определенных относительных длинах. Наблюдения за прифурменным пузырем показывают, что при наддуве с небольшим расходом газа пузырь увеличивается, достигает некоторого критического размера, а затем от него отделяется отрывной пузырь, который начинает всплывать. Прифурменный пузырь при этом резко уменьшается, становится гладким и по форме близким к полусфере.

Таким образом, динамика пузыря сводится к надуванию, для которого нужно какое-то время, и к разрушению, которое также имеет определенное время. Между этими стадиями он еще колеблется, как упругое тело. В нашей схеме предусмотрены также два основных этапа: наддув определенным расходом газа, поступающего из фурмы G_F , при этом $G_G = 0$. При достижении критической длины цилиндра (в нашем случае отношение $l_{**} / R_p = \pi$) начинается разрушение, которое характеризуется отбором некоторого расхода газа из пузыря, при этом $G_G > G_F$. Этот процесс продолжается до наступления устойчивого состояния (в нашем случае принятого равным $l_* / R_p = \pi / 2$), после которого расход G_G отключается. Длины l_*, l_{**} являются условными, хотя они характеризуют квазипериодический процесс, однако в нашем случае более важной является величина G_G . Варьируя ее значение, можно получить различные времена и соответственно частоты отрывов пузырей.

Еще одной важной деталью в описываемой модели является взаимосвязь фурмы и прифурменного пузыря. Примем, что в фурме непосредственно к пузырю примыкает некоторый объем V_C , для которого можно также написать условие сохранения массы газа

$$\frac{dM_C}{dt} = G_0 - G_F, \quad (16)$$

где $M_C = \rho_C V_C$ – масса газа в объеме; ρ_C – плотность газа в этом объеме; G_0 – расход газа от компрессора;

$$G_F = a(p_C - p_P), \quad (17)$$

a – некоторый коэффициент расхода; p_C – давление в объеме V_C . Как и в пузыре, будем считать, что давление в камере адиабатически связано с плотностью.

Последние соотношения показывают связь прифурменного пузыря с объемом

V_C . Это дает возможность, хотя бы в таком простом описании, просмотреть получаемые сигналы от колебания прифурменного пузыря, как в жидкости, так и в объеме фурмы.

Важной особенностью таких исследований являются условия, в которых находится регистрирующий прибор. Это объясняется влиянием этих условий на получаемые результаты. В нашем случае это были микрофоны, помещаемые в газовый канал и в жидкость; в [4] регистрирующий прибор находился на внешней поверхности ванны. Эти условия в той или иной степени должны быть освещены в уравнениях. Наши измерения амплитудно-частотных характеристик с помощью датчиков и манометров показали существенное отличие друг от друга (получаемые кривые от датчиков имели более закругленный характер). Далее в приведенной схеме примем, что регистрирующим прибором является практически безынерционный прибор, например микрофон (устройство и динамическое описание работы микрофонов дано в [7, 8]), для которого собственная частота значительно выше частот, которые могут быть существенны в данном процессе. В этом случае к выписанной системе уравнений можно ничего не добавлять. Покажем теперь примеры численных решений и экспериментальных результатов измерения колебаний как в физической плоскости (амплитудно-частотные характеристики), так и в плоскости БПФ.

Результаты численных решений. На рис. 3, 4 в качестве примера показаны графики изменения давления в присопловом газовом объеме (p_p), которое можно принять в качестве давления в жидкости на уровне этого объема, а также в присопловой камере (p_c).

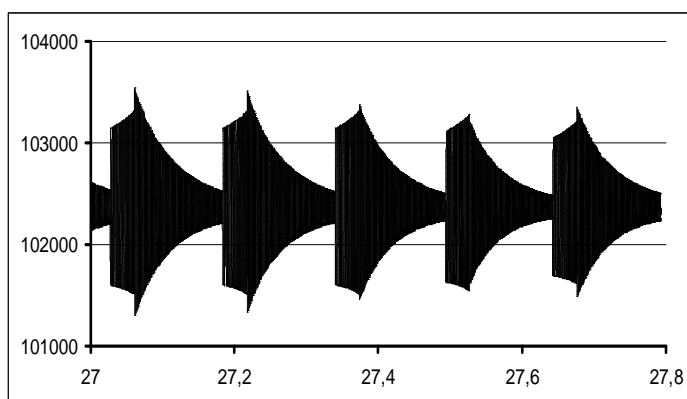


Рис. 3 Изменение давления p_p в присопловом газовом объеме по времени

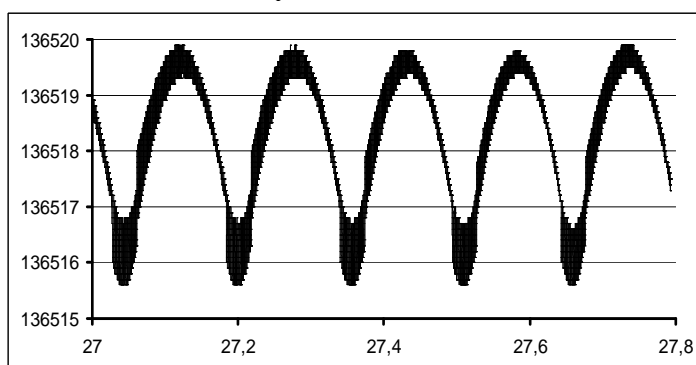


Рис. 4 Изменение давления p_c в камере по времени

Эти кривые были получены при определенной величине G_G . Здесь важным моментом является то, что из этих рисунков легко определяется частота колебания давления в соответствующем объеме. Из них следует, что частота хорошо видимых колебаний примерно равна $f = 5.125$. В нашем случае она соответствует частоте образования отрывных пузырей. Как следует из рисунков, эта величина должна присутствовать в амплитудно-частотных распределениях, как для газа в канале, так и в объеме жидкости. Помимо этой основной частоты существуют зоны со значительно более высокими частотами колебаний (темные области на рисунках), которые соответствуют колебаниям самих пузырей (в нашем случае он один в присопловой зоне). Приведенным физическим картинам колебаний соответствуют следующие амплитудно-частотные характеристики, полученные с помощью БПФ.

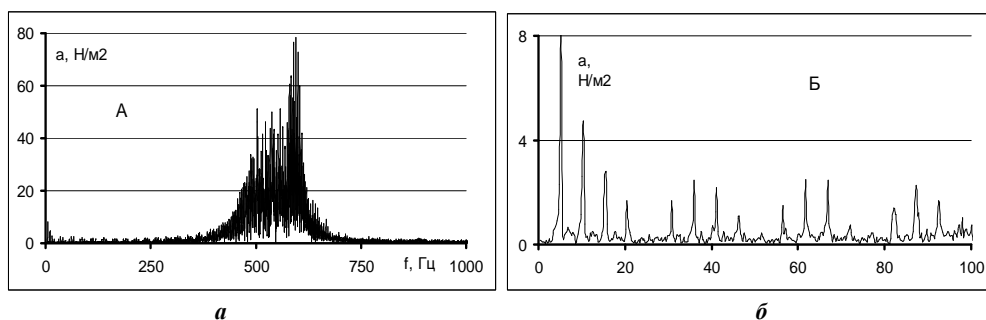


Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики колебаний в жидкости $h = 0.05$ см

Из рис. 5,а следует, что довольно широкая зона сравнительно больших амплитуд приходится на высокие частоты примерно 400-700 Гц. Здесь необходимо отметить, что шаг интегрирования уравнений на два порядка меньше $1/f$ указанных частот, поэтому сам математический процесс интегрирования хоть и вносит свои возмущения, но они не существенны. Величины этих амплитуд таковы, что амплитуды с частотой отрыва пузыря (рис. 5,а) практически не заметны. Она видна на рис. 5,б – это первый всплеск кривой при значении частоты $f = 5.188$. Последующие всплески являются гармониками первого и появляются вследствие нелинейности колебаний. Таким образом, в данной математической модели видно, что основные амплитуды колебаний связаны в первую очередь с колебаниями присоплового пузыря и с его разрушением; основная энергия колебаний приходится на эту зону. Зона частот, связанных с образованием отрывных пузырей, находится в начале частотного диапазона и в масштабах рис. 5,а слабо выражена.

Несколько иная картина обнаруживается для газа. На рис. 6 показаны амплитудно-частотные характеристики колебаний газа в камере. Здесь сразу видно (рис. 6,а), что амплитуды колебаний присоплового пузыря значительно меньше первого всплеска кривой. Этот всплеск соответствует $f = 5.188$, т.е. частоте отрыва пузыря. Таким образом, частоты, связанные с процессом распада присоплового объема в микрофоне М1, должны быть представлены значительно ярче, чем процессы колебаний пузырей. В сигналах от микрофона М2 должно быть наоборот. В какой-то степени, как следует из рис.1, 2, качественно это подтверждается. Из экспериментальных кривых (рис.1, 2) также следует, что частота отрыва пузырей ($f \approx 5$ Гц) хорошо просматривается для микрофона в газовом тракте (М1), для микрофона в жидкости (М2) она еле заметна в начале спектра в виде небольшого импульса.

Таким образом, из теоретических расчетов следует, что все частоты колебаний, которые заметны в воде, представлены и в газовом канале, однако распределения их несколько различны. Сравнивая найденные из математической модели спектры частот с экспериментальными, видим, что они значительно беднее, но более понятны. Обедненность частотных характеристик в модели связана, прежде всего, с отсутствием всплывающих пузырей, которые в зависимости от радиусов дают дополнительные возмущения в жидкости.

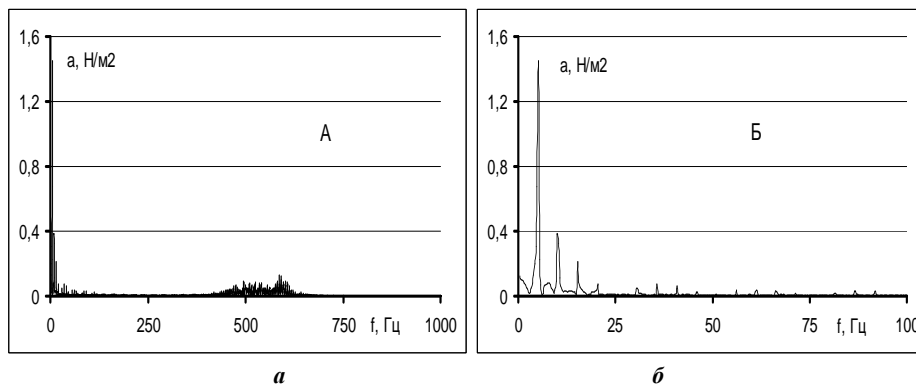


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики колебаний в газовом тракте.
 $h = 0.05$ см

Кроме того, в реальных условиях граница фаз имеет чрезвычайно сложную форму, вследствие чего она излучает возмущения с широким спектром частот. В модели же частоты колебаний связаны только с сжатием и расширением газовой емкости в присопловой зоне, отсюда более узкая зона высоких амплитуд. Представленная модель является достаточно простой, но и в этой форме она отражает важные особенности амплитудно-частотных характеристик газожидкостной системы с разрушающимся и колеблющимся прифурменным газовым объемом.

Библиографические ссылки

1. Явойский В.И. Теория продувки сталеплавильной ванны / В.И. Явойский, Г. А. Дорофеев, И. Л. Повх. – М.: Металлургия, 1974. – 496 с.
2. Охотский В.Б. Физико-химическая механика сталеплавильных процессов. М.: Металлургия, 1993. – 151 с.
3. Явойский В.И. Применение пульсирующего дутья при производстве стали / В.И. Явойский, А. В. Явойский, А.М. Сизов. – М.: Металлургия, 1985. – 174с.
4. Костецкий Ю.В. Метод контроля режимов продувки стали инертным газом на печи ковше / Ю.В. Костецкий, И.В. Квасов, И.В. Дегтяренко. Наук. праці ДонНТУ. Металургія. – 2009. – Вип. 11(159). – С. 93 – 99.
5. Накоряков В.Е. Волновая динамика газо-и парожидкостных сред / В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев, И.Р. Шрейбер. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248с.
6. Елисеев В.И. Частота отрыва пузырей от газового прифурменного объема / В.И. Елисеев., А.П. Толстопят, Л. А. Флеер // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Серія Механіка. – 2013. – Т. 21, № 5. – Т. 1. – Вип. 17. – С. 86 – 94.
7. Вахитов Ш.Я. Современные микрофоны. Теория, проектирование / Ш.Я. Вахитов – С.-Пб: изд. СПбГУКиТ. – 2003. – 396с.
8. Аш Ж. Датчики измерительных систем. – М.: Мир, 1992. Кн. 2. – 424с.

Надійшла до редколегії 16.04.2014