

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УТВОРЕННЯ ЗІРКИ ПІД ДІЄЮ ГРАДІЄНТНОГО ПОЛЯ ПЛАНЕТАРНОГО ВИХОРУ

The paper will use the hydrodynamic theory to explain the formation of stars through the gradient pressure field in the so-called «planetary vortex». Consideration is based on a separate exact solution of Euler's hydrodynamic equations for the case of axisymmetric swirling vortex flow in space, obtained in the paper by V. I. Perekhrest and R. V. Ivanov [15]. Such solution is a generalization of the well-known Hill vortex to swirling flows. The main feature of the obtained solution is the presence of fragmented annular vortex zones separated by some separatrix surfaces, as well as the presence of a separated central spherical zone.

As follows from the previous articles by authors of the hydrodynamic vortex theory, the main reason for the rapid formation of a star's protostar body in the center of the vortex can be the vacuum rarefaction of the pressure field, and, in accordance with this, the emerging powerful gradient force fields. The modulus of those fields in the central vicinity of the vortex can exceed the same values by three orders of magnitude in the middle and distant zones of the vortex. As a result of the action of these force fields, the masses of dusty particles in the central zone of the nebula are drawn to the center. Such action significantly accelerates the process of formation of the core of the protostar body.

The paper investigates the fields of pressure gradients in the central region of a planetary vortex of the type (2, 11) (according to the classification proposed by one of the authors of this work). Such type is characteristic of a solar-class stellar system. The article covers the motion differential equations of dust-like particles in a protostellar nebula, both under the action of gradient forces of pressure, and under the action of gravitational forces. The gravitational force arises due to the formation of the central mass of the protostar in the center of the vortex, accumulating due to the deposition of these particles.

**Key words:** star formation, hydrodynamic model, planetary vortex, gradient pressure fields.

**Вступ.** Процеси зоретворення у останні десятиліття є предметом досліджень багатьох астрофізичних груп, таких як ISDC (ESA-RSO), JPL (NASA), CITA; результати досліджень систематично друкуються у оглядах PROTOSTARS & PLANETS [1,2]. Як на нові й важливі для розуміння процесів зоре творення, вкажемо на результати спостережень за зонами зоретворення, проведені астрономами ESA-NASA за допомогою радіотелескопа Gershel [3]. Було виявлено заплутану мережу яскравих ниток, яка простягається від темних, менш щільних областей до яскравих, більш щільних частин туманності Taurus. Як правило, спалахи молодих зірок спостерігаються у околах цих ниток. У звіті про це на сайті [3] говориться: «Подібні нитки були виявлені Гершелем по всій Галактиці, що вказує на те, що ці структури відіграють основну роль у процесах, що ведуть до зародження зірок» (Credit: T. Pyle, R. Hurt /JPL-Caltech). Аналогічні картини було спостережено у галактичній туманності Rho Ophiuchi та інших, де відбувається активне зоретворення.

Таку ж думку півстоліття тому висловив засновник космічної електродинаміки Х. Альфвен: «Космічні «магнітні канати» самі по собі неспостережні, але пов'язані з ними волокна конденсованої речовини можна спостерігати за випромінюванням, яке вони випускають чи поглинають» [4]. Ці дані та міркування відповідають розробленим у наших працях концепції й моделі вихрового утворення зіркових і галактичних систем [5, 6].

Покладаємо, що на першому етапі зоретворення у протозоряних туманностях внаслідок виходу плазмового циліндричного шнура [4, 6] утворюється вихровий диполь планетарного вихору, який разом з кількома зовнішніми тороїдами у замкнених сферах складає матеріальну основу протозірки. Цей диполь при параметрах, що відповідають модельному вихору типу (2,11) для Сонячної системи [5], породжує об'ємну витрату порядку  $q \sim 1,5 \cdot 10^{31} \text{ м}^3/\text{с}$  і викидає або захоплює деяку масу протозоряної туманності. Як впливає з результатів робіт [6, 7], головним чинником швидкого утворення у центрі вихору зіркового тіла є сильне вакуумне розрідження поля тиску та відповідні потужні градієнтні силові поля, які у центральному околі в  $10^3$  разів перевищують ці поля у середніх та далеких зонах вихору. Внаслідок дії цих силових полів маси центральної частини туманності стягуються до центра і відносно швидко формують основу тіла зірки.

Зазначимо, що ці поля досі не враховувались у всіх теоріях утворення зірок та їх планетних систем [2,8]; в основу попередніх теорій закладено стохастичний підхід. Вважається, що зірка, як і планети, утворюється внаслідок випадкових збурень полів тиску чи швидкостей, які приводять до зародження в туманностях так званих «планетозималів». Процеси конденсації, акреції та акумуляції планетозималів протягом 100 тис. років призводять до утворення Протозірки масою  $\sim 0,1 M_{\odot}$ , а подальша гравітаційна дія Протосонця за  $\sim 100$  млн років спричиняє формування остаточного тіла газової зірки з твердим ядром.

Сучасні оцінки астрофізиків встановили неузгодженість вказаних вище оцінок часової шкали формування Сонця і планет ( $\sim 10^8$  років) з досить обмеженим процесом дисипації водню та гелію в протопланетних дисках ( $\sim 3 \cdot 10^6$  років) [9]. Мабуть тому в астрофізичній літературі з'явилося багато статей з лейтмотивом «rapid formation» - «швидке формування...» [10], [11], у яких виробляються і аналізуються моделі, здатні «пришвидшити» ці процеси. Деякі такі моделі показують ефекти інтенсифікації процесів формування фрагментів зірок і планет, проте остаточних обґрунтованих оцінок так і не встановлено. Дуже швидке, майже вибухове утворення планетарного вихору та наявність у ньому фрагментованих кілець і потужного градієнтного поля тиску є новими і суттєвими чинниками, що дійсно спричиняють значне прискорення процесів утворення зірок і планет.

У наших попередніх роботах [6,7] було досліджено тільки деякі основні характеристики градієнтних полів тиску у вихорах. Нижче ми більш детально вивчаємо ці поля та розглядаємо рух частинок протопланетної туманності під їх дією.

**Градієнтні сили тиску у вихорах.** Концепція вихрової природи утворення зірок та їх планетних систем, розвинена у попередніх роботах [5, 6], ґрунтується на новому вихровому розв'язку гідродинамічних рівнянь Ейлера, що описується у сферичних координатах  $(r, \theta, \varphi)$  функцією течії вигляду:

$$\Psi = C_2 \Phi(y) \sin^2 \theta, \quad \Phi(y) = \alpha y^2 + \cos y - \frac{\sin y}{y}, \quad (1)$$

де  $y = C_0 r$ ;  $\alpha$ ,  $C_2$ ,  $C_0$  – константи. Цей осесиметричний розв’язок було названо планетарним вихором [6].

Швидкості руху у вихорі виражаються через функцію течії (1) формулами [5]:

$$V_r = -2B \frac{\Phi(y)}{y^2} \cos \theta, \quad V_\theta = B \frac{\Phi'(y)}{y} \sin \theta, \quad V_\varphi = B \frac{\Phi(y)}{y} \sin \theta. \quad (2)$$

Параметри  $\{\alpha, C_2, C_0, B\}$  визначають кінематичні, геометричні та витратні характеристики вихрової течії [6]. Так, параметр  $C_0$  є одночасно масштабним параметром та параметром вихрової інтенсивності вихору, параметр  $C_2$  дає об’ємну витрату або момент центрального диполя, параметр  $\alpha$  визначає кільцеву структуру вихору, і для них мають місце співвідношення

$$\frac{\omega_\infty}{V_\infty} = -\frac{C_0}{2}, \quad \alpha = -\frac{V_\infty}{2B}, \quad B = C_2 C_0^2, \quad (3)$$

де  $V_\infty$ ,  $\omega_\infty$  – поступальна та кутова швидкості квазітвердого руху простору,  $B$  – швидкісний параметр вихору згідно з (2).

У роботі [7] отримано поле тиску у вихорі, яке має вигляд:

$$p = p_0 + \frac{\rho_0 B^2}{2} \left[ -\frac{4}{y^4} \Phi^2 \cos^2 \theta + \left( -\frac{\Phi^2}{y^2} - \frac{\Phi'^2}{y^2} + 2\alpha\Phi \right) \sin^2 \theta \right]. \quad (4)$$

Безпосереднім обчисленням похідних поля тиску (4) отримаємо градієнтне поле:

$$\tilde{G}_r = -\frac{\partial p}{\partial r} = k_p G_r = k_p \left[ 4 \left( \frac{\Phi\Phi'}{y^4} - \frac{2}{y^5} \Phi^2 \right) \cos^2 \theta + \left( \frac{2\Phi\Phi'}{y^4} - \frac{\Phi^2}{y^3} - \frac{\Phi'^2}{y^3} \right) \sin^2 \theta \right], \quad (5)$$

$$\tilde{G}_\theta = -\frac{\partial p}{r \partial \theta} = \frac{k_p}{y} G_\theta = \frac{k_p}{2y} \left[ -\frac{4}{y^4} \Phi^2 + \left( \frac{\Phi^2}{y^2} + \frac{\Phi'^2}{y^2} - 2\alpha\Phi \right) \right] \sin 2\theta,$$

де штрихом позначено похідну за радіусом  $y$ , а спільний множник у виразах (5) з урахуванням (3), зводиться до вигляду

$$k_p = \rho_0 C_0 B^2 = \rho_0 \frac{\omega_0^2}{C_0}, \quad \omega_0 = B C_0 = \frac{\omega_\infty}{\alpha}. \quad (6)$$

Дослідимо детальніше поведінку функції  $\Phi(y)$  та її похідної при  $y \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned}\Phi(y) &= y^2 \left( \alpha + u(y) \right), \quad u = \frac{1}{y^2} \left( \cos y - \frac{\sin y}{y} \right), \quad u(0) = -\frac{1}{3} \\ \Phi'(y) &= y \left( 2\alpha - \frac{\sin y}{y} - u \right), \quad \left( \frac{\Phi'^2}{y^2} \right)_{y=0} = 4 \left( \alpha - \frac{1}{3} \right)^2, \\ \left( \frac{4\Phi^2}{y^4} \right)_{y=0} &= 4 \left( \alpha - \frac{1}{3} \right)^2, \quad \left( \frac{\Phi^2}{y^2} \right)_{y=0} = 0, \quad \Phi(0) = 0.\end{aligned}\tag{7}$$

Застосовуючи ці оцінки, отримаємо, що

$$\lim_{y \rightarrow 0} \tilde{G}_r(y, \theta) = \lim_{y \rightarrow 0} \tilde{G}_\theta(y, \theta) = 0, \tag{8}$$

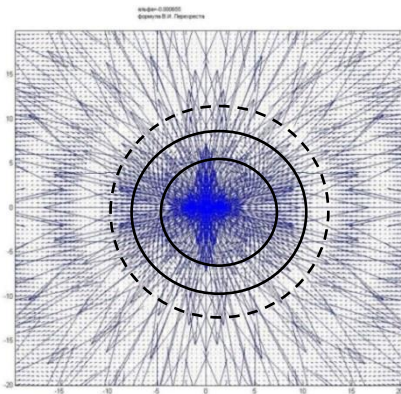
що видно із рис. 1 для векторного градієнтного поля (5), яке обчислене для модельного вихору структури (2,11) з параметром  $\alpha = -0,00655$ .

Крім того, для функції  $\Phi(y)$  (1) існує диференціальне співвідношення

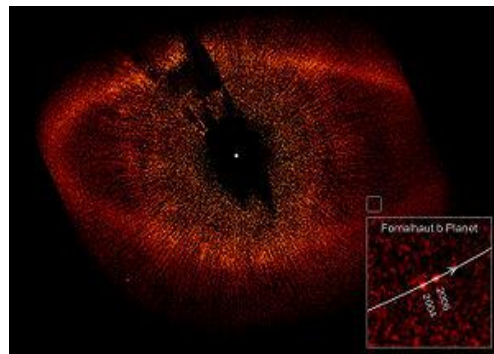
$$\Phi'' = \left( \frac{2}{y^2} - 1 \right) \Phi + \alpha y^2, \tag{9}$$

яке ми використовуємо далі для спрощення обчислень.

Областю наших досліджень є центральна зона вихору, що лежить всередині двох сфер вихору типу (2, 11) з радіусами  $y_1 = 4,6382$  та  $y_2 = 7,3597$  (табл. 1, рис. 1, а). Отже розрахунки і побудови ми можемо вести у області  $0 \leq y \leq 8$ . Ця область і є основною областю формування протозірки, хоча і у області першого кільця  $10 \leq y \leq 20$  доцентрові сили є ще суттєвими, що підтверджується рис. 1, а, б. На рис. 1, б видно перше вихрове кільце навколо протозірки, яке у нашому модельному вихорі знаходиться на радіусі  $y_1^* = 9,443$  і позначено пунктирним колом. Там же суцільними лініями нанесено кола для двох непроникних сфер



а)



б)

**Рис. 1. Градієнтне поле сили Архімеда:**

**а** – у центральній частині вихору структури (2,11) з  $\alpha = -0,00655$ ;  
**б** – доцентровий рух мас при формуванні зірки Fomalhaut (фото NASA [12])

Оскільки на сферах  $y = y_1$  та  $y = y_2$   $\Phi(y_{1,2}) = 0$  і згідно з (2) вони є непроникними для часток течії вихору, визначимо градієнтні сили на цих сферах за формулами (5). Покладемо у цих формулах  $\Phi = 0$ , тоді отримаємо:

$$\tilde{G}_r(y_1) = k_p \left[ -\frac{\Phi'^2(y_1)}{y_1^3} \sin^2 \theta \right], \quad \tilde{G}_\theta(y_1) = \frac{k_p}{2} \left( \frac{\Phi'^2(y_1)}{y_1^3} \right) \sin 2\theta. \quad (10)$$

Таблиця 1

**Характеристики геометричної структури центральної зони  
 планетарного вихору (2,11),  $\alpha = -0,00655$  (модель Сонця)**

№ вихора	$y_1$	$y^*$	$y_2$	$\theta^*$
1-сф.	0,00000	2,79026	<b>4,63822</b>	0
2-сф.	4,63822	6,03419	<b>7,35971</b>	0
3(1)	7,35971	9,44280	12,3222	0,05379
4(2)	14,0548	15,8544	18,5497	0,77369
5(3)	20,6513	22,2421	24,7617	1,02575

З формул (10) видно, що на обох сферах з радіусами  $y_1$  та  $y_2$  радіальний градієнт є доцентровим і досягає максимуму у горизонтальній площині  $\theta = \pi/2$ . Отже, непроникні для течії сфери є проникними для зважених частинок; завдяки цьому зірка стягує до центра не лише внутрішні маси цих сфер, а й деякі маси туманності ззовні них.

Меридіональні градієнти (10) на сферах у 2 рази менші, ніж радіальні, спрямовані від осі вихору до горизонтальної площини і досягають максимуму на промені  $\theta = \pi/4$  (рис. 1, а). Це є підтвердженням широко відомої тези про

сплюснення протопланетного диску до горизонтальної площини при формуванні зірки та її планетної системи.

На рис. 2, а подано картину ізоліній модуля градієнта у центральній частині вихору: вона має чотирипелюсткову структуру, подібну до відомих кількох зображень початкової фази формування зірки у вигляді чотирипелюсткового гарячого тіла, яке зображено на рис. 2, б [12].

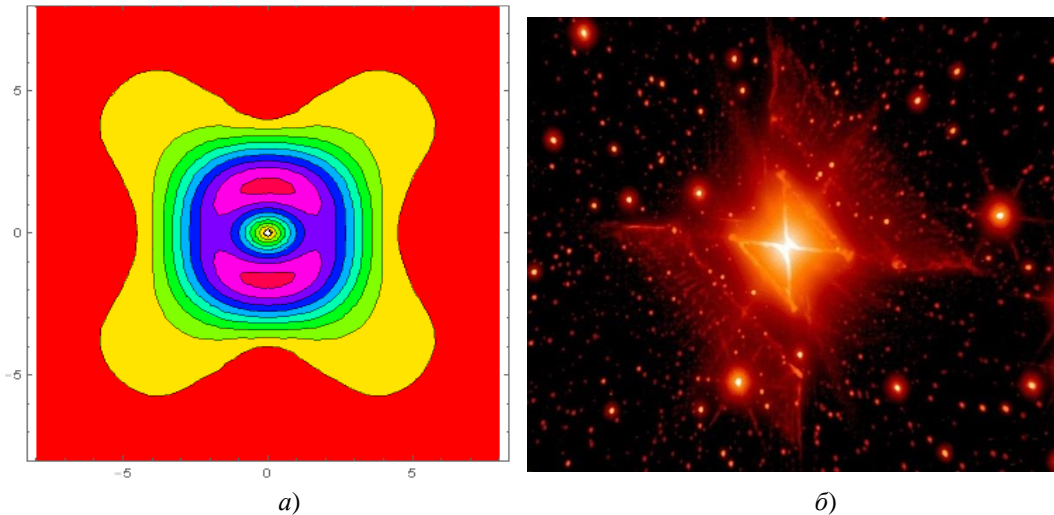


Рис. 2. Ізолії модуля градієнта поля тиску в центральній частині вихору:

а – розрахунок для системи типу (2, 11);

б – рання стадія формування зірки (фото NASA [12]).

**Рівняння руху частинок туманності у вихорі.** Для побудови рівнянь руху частинок у вихорі введемо у сферичній системі ортогональних координат  $(e_r, e_\theta, e_\varphi)$  швидкість  $V_p$  ( $V_r, V_\theta, V_\varphi$ ) рухомої частинки:

$$\begin{aligned} \vec{V}_p &= V_r \vec{e}_r + V_\theta \vec{e}_\theta + V_\varphi \vec{e}_\varphi, \\ V_r &= \frac{dr}{dt} = \frac{1}{C_0} \frac{dy}{dt}, \quad V_\theta = \frac{rd\theta}{dt} = \frac{y}{C_0} \frac{d\theta}{dt}, \quad V_\varphi = \frac{y \sin \theta}{C_0} \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \quad (11)$$

При формулюванні рівняння руху Чен прийняв наступні допущення [13]:

1. Частинка має сферичну форму, а її розмір настільки малий, що опір при відносному русі частинки й рідини описується законом Стокса.

2. Частинка мала в порівнянні з найменшою довжиною хвилі турбулентності, тобто рухом частинки, викликаним поперечним градієнтом швидкості, можна знехтувати.

При аналізі частинки сферичної форми не потрібно враховувати її орієнтацію. Припущення про малість частинки при загальному формулюванні задачі не є необхідним, однак таке припущення дозволяє знехтувати ефектом Магнуса в потоці з турбулентним поперечним зсувом.

Далі, у першому наближенні ми будемо нехтувати силами в'язкості та ефектом приєднаної маси, що для космічних середовищ є обґрунтованим, і тоді рівняння руху малої частинки набуває вигляду:

$$\tau \rho_p \vec{W}_p = \tau \text{grad} p + \vec{F}_g, \quad (12)$$

де  $\tau = \frac{4}{3} \pi R^3$  – об'єм сферичної частини;  $R$  – її радіус;  $\rho_p$  – густина частинки;  $\vec{F}_g$  – активна гравітаційна сила, що діє від центрального тіла з масою  $M$  на частинку масою  $\tau \rho_p$ ;  $\vec{W}_p$  – прискорення частинки.

$$\vec{F}_g = \tau \tilde{F}_g \vec{e}_r, \quad \tilde{F}_g = -\rho_p \frac{\mu}{r^2}. \quad (13)$$

Використовуючи вирази для компонентів градієнту тиску (5), диференціальне рівняння руху частинки у векторній формі запишемо у вигляді

$$\rho_p \vec{W}_p = (\tilde{G}_r + \tilde{F}_g) \vec{e}_r + \tilde{G}_\theta \vec{e}_\theta. \quad (14)$$

Враховуючи, що в сферичній системі координат прискорення виражається наступним чином

$$\begin{aligned} \vec{W}_p = & (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \vec{e}_r + \\ & + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta) \vec{e}_\theta + \\ & + (r\ddot{\phi} \sin \theta + 2\dot{r}\dot{\phi} \sin \theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta) \vec{e}_\phi, \end{aligned} \quad (15)$$

отримаємо систему диференціальних рівнянь руху зваженої частинки у сферичній системі координат. В проекціях на орти  $\vec{e}_r$  і  $\vec{e}_\theta$  матимемо рівняння

$$\rho_p \frac{d^2 r}{dt^2} = \tilde{G}_r(y, \theta) + \tilde{F}_g + \tilde{J}_r, \quad (16)$$

$$\rho_p r \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \tilde{G}_\theta(y, \theta) + \tilde{J}_\theta, \quad (17)$$

де введено радіальну і меридіональну сили інерції та вектор суми сил інерції

$$\tilde{J}_r = \rho_p (r\dot{\theta}^2 + r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta), \quad \tilde{J}_\theta = \rho_p (r\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta - 2\dot{r}\dot{\theta}), \quad \vec{J} = \tilde{J}_r \vec{e}_r + \tilde{J}_\theta \vec{e}_\theta.$$

Оскільки ні  $\text{grad} p$ , ні ньютонівська сила притягання не мають проекції на орти  $\vec{e}_\phi$  зводиться до рівності

$$r\ddot{\phi} \sin \theta + 2\dot{r}\dot{\phi} \sin \theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta = 0, \quad (18)$$

котра еквівалентна до запису



$$\frac{1}{r \sin \theta} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta) = 0, \quad (19)$$

або, враховуючи, що  $V_\phi = r \dot{\phi} \sin \theta$ , до запису

$$\rho_p \frac{d}{dt} (V_\phi r \sin \theta) = 0, \quad (20)$$

звідки маємо закон збереження кутового моменту частинок відносно осі вихору у формі, отриманій у [15]:

$$V_\phi y \sin \theta = V_\phi(y_0, \theta_0) \sin \theta_0. \quad (21)$$

Таким чином, система рівнянь руху зваженої частинки зводиться до розв'язання двох диференціальних рівнянь (16) і (17) для отримання двох функцій  $r(t)$  і  $\theta(t)$  у меридіональній площині. Залежність  $V_\phi$  від  $r$  і  $\theta$ , а, отже, і від часу визначається за допомогою інтегралу (21).

Із застосуванням формули (11) для  $V_\phi$  та (2) для  $V_\phi(y_0, \theta_0)$  отримуємо кутову швидкість

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\Phi(y_0)}{y^2} \left( \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} \right)^2 = \frac{\Psi_0}{R^2}, \quad (22)$$

де  $\omega_0 = BC_0$ ,  $\Psi_0 = \Phi(y_0) \sin^2 \theta_0$ ,  $R = y \sin \theta$ , і її можна виключити з усіх формул і після інтегрування системи (16), (17) отримати закон обертання.

Вираз (13) для гравітаційної сили та вирази для сил інерції можна перетворити до вигляду:

$$\begin{aligned} \vec{F}_g &= \tilde{F}_g \vec{r}^0, & \tilde{F}_g &= -\rho_p \frac{\mu}{r^2} = -\rho_p C_0^2 \frac{\mu}{y^2} = -\rho_p \left( \frac{\omega_0^2}{C_0 y^2} \right) \frac{\mu C_0^3}{\omega_0^2} = - \left( \rho_p \frac{\omega_0^2}{C_0} \right) \frac{\mu}{C_0 y^2 \beta^2}; \\ \tilde{J}_r &= \frac{\rho_p \omega_0^2}{C_0} \left( y \frac{\dot{\theta}^2}{\omega_0^2} + \frac{\Psi_0^2}{R^3} \sin \theta \right), \\ \tilde{J}_\theta &= \frac{\rho_p \omega_0^2}{C_0} \left( \frac{\Psi_0^2}{R^3} \cos \theta - 2 \frac{\dot{y} \dot{\theta}}{\omega_0^2} \right), \end{aligned}$$

де  $\beta = C_2 C_0$  – параметр кутового моменту вихору.

Зведемо систему рівнянь руху (16), (17) до безрозмірного вигляду, введенням безрозмірного часу  $\tau = \omega_0 t$  і перетворимо систему рівнянь (24) до стандартного вигляду нормальної системи, увівши дві нові функції

$$V = \frac{dy}{d\tau}, \Omega = \frac{d\theta}{d\tau}.$$

Остаточно система безрозмірних рівнянь має вигляд



$$\begin{aligned}
\frac{dy}{d\tau} &= V, \\
\frac{dV}{d\tau} &= \rho G_r(y, \theta) + F_g + J_r, \\
\frac{d\theta}{d\tau} &= \Omega, \\
\frac{d\Omega}{d\tau} &= \frac{\rho}{y^2} G_\theta(y, \theta) + \frac{1}{y} J_\theta,
\end{aligned} \tag{23}$$

де  $\rho = \rho_0/\rho_p$  – відношення густини середовища до густини частинок, а безрозмірні функції у правій частині виражені в (5) та виразами

$$J_r = y\Omega^2 + \frac{\Psi_0^2}{R^3} \sin \theta, \quad J_\theta = \frac{\Psi_0^2}{R^3} \cos \theta - 2V\Omega, \quad F_g = -\frac{\mu}{\beta C_0 y^2}.$$

Початковими умовами для швидкостей доцільно взяти поле швидкостей (2) у первинному планетарному вихорі. Точніше, при  $\tau = 0$  зафіксуємо радіальну та меридіональну швидкості на певній сфері  $y = y_0$  у системі точок  $\theta = \theta_i, i = 1, 2, \dots, n$ .

Звідси та з формул (2) отримуємо такі початкові умови для системи (23):

$$\begin{aligned}
y(0) &= y_0, & \theta(0) &= \theta_i \\
V(0) &= -2 \frac{\Phi(y_0)}{y_0^2} \cos \theta_i, & \Omega(0) &= \frac{\Phi'(y_0)}{y_0^2} \sin \theta_i.
\end{aligned} \tag{24}$$

Можна запропонувати декілька стратегій вибору множин початкових точок для системи (23). Перша – це схема (24). Урахуємо, що найбільші градієнти досягаються у межах внутрішньої першої сфери  $0 \leq y \leq 4,638223822$  (табл. 1). Тоді на першому етапі можна вибрати декілька сфер,  $y = \{0,8; 1,6; 2,4; 3,2; 4,0; 4,638\}$  і декілька точок на них з кроком  $\Delta\theta$ , як початкові точки, та шляхом інтегрування системи (23) будувати потоки траєкторій, що виходять з цих точок.

### Бібліографічні посилання

1. PROTOSTARS & PLANETS V. – Tucson: Arizona Univ. Press, 2009, – 327 p.
2. PROTOSTARS & PLANETS VI. – Tucson: Arizona Univ. Press, 2014, – 305 p.
3. Electronic resources ESA: [www.esa.int/herchel](http://www.esa.int/herchel)
4. Альфвен Х. Космическая электродинамика. Основные принципы. 2-е изд. / Х. Альфвен, К.-Г. Фальтхаммер – Москва: «Мир», 1967, – 260 с.
5. Перехрест В. І. Про структури планетарних вихорів і закономірності їх обертання / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук // –Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ, Вісник Дніпропетр. ун-ту, сер. Механіка, 2010 – вип. 14, т.1 – С. 110–118.
6. Perekhrest V.I. Vortex theory of planetary systems origin and evolution /V.I. Perekhrest – Lambert Academic Publishing, Saarbrücken, Germany – 2016, 303 p. ISBN 978-3-659-90265-9.
7. Перехрест В. І. Поля тиску та градієнтів тиску в планетарних вихорах / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук // –Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ, Вісник Дніпропетр. ун-

ту, серія Механіка, Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2014 – вип. 22. – С. 83 –97.

8. **Кононович Э. В.** Общий курс астрономии /Э. В. Кононович, В. И. Мороз/ –Москва: Изд-во МГУ, «Эдиториал УРСС», 2004, – 544 с.

9. **Ксанфомалити Л. В.** Солнечная система, планетные системы звёзд и теория последовательной аккреции. / Л. В. Ксанфомалити // – Киев: Изд-во ГАО НАНУ, Кинематика и физика небесных тел, 2010 – т.26, №4, – С. 84–106.

10. **Boss A.P.** Rapid formation of outer giant planets by disk instability./ A. P. Boss // Astrophys. J., 2001 – 563, – P. 367–373.

11. **Mudryk I. R.** RAPID: A fast, high resolution, flux-conservative algorithm desined for planet-disk interaction. / I. R. Mudryk, N. W. Murray, // – Toronto: Publ. CITA, arXiv:0812.2938v1 astro-ph 15 Dec 2008.

12. Electronic resourses NASA: [www.habblesite.org](http://www.habblesite.org)

13. **Соу Д.** Основы механики многофазных сред. – М: ИЛ, 1989 – 58 с.

14. **Перехрест В. І.** Застосування вихрової теорії до дослідження еволюції обертальних швидкостей галактик. / В.І. Перехрест, М.М. Осипчук // Österreichisches Multiscience Journal – Innsbruck, Austria: – No 23, VOL 1, (2019) С. 29–45.

15. **Перехрест В. І.** Новий розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихрових течій / В. І. Перехрест, Р. В. Іванов // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. – Д.: Вид-во ДНУ. – 2002. – Вип.6, т. 1. – С. 60–64.

*Надійшла до редколегії 20.11.2020*