

УДК 532.5

В. Ю. Данильченко, А.Ю. Дреус, В. І. Карплюк

DOI: 10.15421/372003

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара***ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОЛОГІЧНОЇ СИТУАЦІЇ
НАВКОЛО БУДІВЕЛЬ**

In this work, within the framework of the model of an ideal incompressible fluid based on the numerical method of discrete vortices [1, 2], a method is presented for calculating the separated unsteady flow around buildings, considering the influence of the earth's surface. According to this technique, the forming surface of the building and free vortex sheets were modeled by a system of discrete vortices. The boundary conditions for impermeability of the building surface were satisfied at the control points located in the middle between two adjacent discrete vortices. To ensure the fulfillment of the Chaplygin-Zhukovsky condition on the finiteness of the velocity, it was assumed that free vortex sheets ascend from all sharp edges and breaks of the generatrix. The influence of the earth's surface was considered by introducing a mirrored vortex system with vortices equal in magnitude and opposite in circulation sign, in comparison with vortices simulating a real building. With such a schematization on the line of symmetry – the surface of the earth, the impermeability condition is automatically satisfied. The unknown circulations of the attached discrete vortices at each time step were determined from the solution of a system of linear algebraic equations obtained from the boundary conditions of impermeability at control points. It was believed that the circulations of free vortices, which left the sharp edges at the previous time step, do not change further, and move along the trajectories of liquid particles. The known circulations of the attached and free vortices at each time step were used to determine the velocity and pressure fields around the structures under consideration.

Based on this methodology, a program for calculating the continuous and separated flow around an individual or a group of buildings located on the earth's surface has been created. This program allows at each calculation time step to determine the structures of free vortex sheets, the distribution of tangential velocities and pressure coefficient along the generatrix of the building, to construct vector fields of velocities and streamlines in the vicinity of structures. The presented methodology and the results obtained can be used in the design and construction of high-rise structures, in determining peak wind loads on the surface of a building, as well as in determining the aerological situation to ensure comfortable aerological conditions in each area of the structure location.

Key words: discrete vortex method, numerical simulation, vortex, circulation, aerological situation.

Вступ. Однією з актуальних задач архітектурного проектування міської забудови є прогностичне моделювання вітрових потоків у приземному шарі атмосфери з метою зменшення виникнення небажаних протягів між будинками. По всьому світу помічено вплив висотних будівель на коригування погодних умов [3]. Відомо, що при вітровому впливі в основі будівель виникають сильні вихрові потоки за рахунок зміни швидкості вітру, які ускладнюють рух людей, охолоджують нижню частину будівлі, що викликає додаткові витрати на опалення, а конструкції цієї частини будівель відчувають підвищене аеродинамічне навантаження і завчасно виходять з робочого стану, що вимагає додаткових витрат на їх ремонт. Перед початком проектування хмарочоса проводиться аеродинамічне і математичне випробування моделі будівлі, що враховує характер і напрям вітру,

визначаються місця впливу найбільшого вітрового навантаження, виникнення шумів, вібрацій тощо.

У даній роботі ця проблема розв'язується за допомогою відомого чисельного методу дискретних вихорів [1, 2, 4].

Постановка задачі. Розглядається відривне нестационарне обтікання плоского прямокутного тіла (споруди), яке почало рухатись в ідеальній нестискуваній рідині зі стану спокою в момент часу $t=0$ з заданою швидкістю \vec{U} (рис. 1). Параметри незбуреної рідини (щільність ρ_∞ та тиск P_∞) на нескінченності вважаються заданими. В якості характерного лінійного розміру було обрано висоту будівлі h .

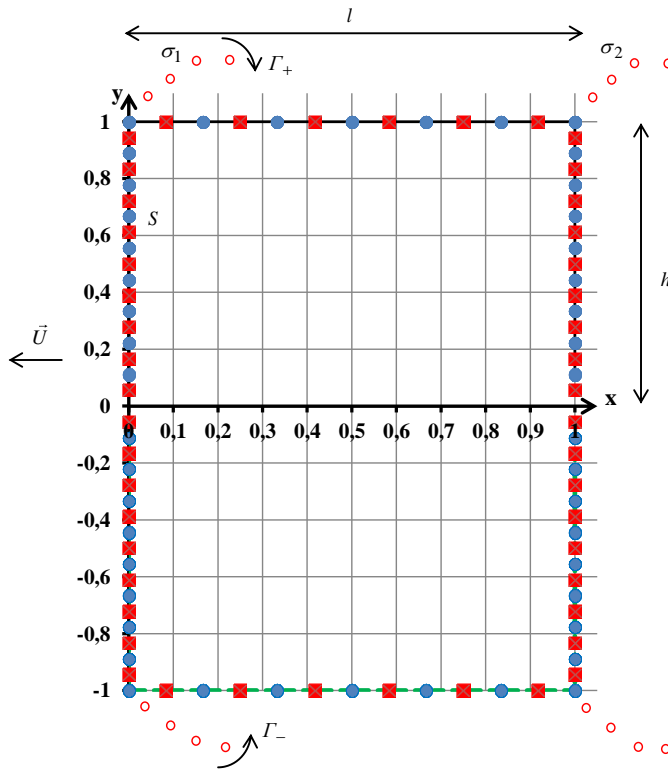


Рис. 1. Схема руху і розташування на поверхні будівлі дискретних вихорів та контрольних точок основної (—) та дзеркально відображеної (- - -) вихрових систем, де ● — приєднані вихори, ○ — вільні вихори, ■ — контрольні точки

Вважається, що всюди поза поверхнею рухомого тіла S , а також невідомих вільних вихрових поверхонь σ_i , рух рідини є безвихровим та задовольняє рівнянню Лапласа для потенціалу швидкостей

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

На поверхні рухомого тіла виконується гранична умова непротікання:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_S = \vec{U} \cdot \vec{n}, \quad (2)$$

де \vec{n} – зовнішня нормаль до поверхні тіла.

На поверхнях вільних вихрових пелен σ_i виконуються умови неперервності тиску та нормальної складової швидкості:

$$P_- = P_+, \quad V_n^- = V_n^+, \quad (x, y) \in \sigma_i \quad (i=1,2), \quad (3)$$

де індекси «+» та «-» належать різним сторонам вихрової поверхні.

На нескінченності від тіла та вільних вихрових пелен збурення, які викликані рухом тіла, затухають:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \nabla \Phi = 0, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (4)$$

Умова Чаплигіна-Жуковського про скінченність швидкості на всіх гострих кромках та зламах твірної забезпечується завдяки сходу вільних вихрових поверхонь σ_i .

Всі ці умови повинні виконуватись на кожному кроці за часом. Для розв'язку нестационарної задачі в якості початкової умови використовується умова про спокій рідини та тіла для $t \leq 0$.

Положення та розвиток вільних вихрових пелен визначається із теорем Гельмгольца, згідно яким вихрові поверхні в ідеальній рідині рухаються разом зі складовими їх матеріальними частками, а інтенсивність вихрових трубок з часом не змінюється. Розташування вільних вихорів на кожному кроці по часу визначалось із розв'язку системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = V_x(x, y, t), \quad \frac{dy}{dt} = V_y(x, y, t). \quad (5)$$

Гранична умова непротікання земної поверхні забезпечувалась дзеркальним відображенням відносно земної поверхні будівлі та вільних вихрових пелен, при цьому циркуляції відображених вихорів були однакові за величиною, але протилежні за знаком вихорам, моделюючим реальну будівлю та її вільні вихрові пелени (рис. 1). При такій постановці теореми Томсона про сталість циркуляції по замкнутому контуру виконувалась автоматично на кожному кроці за часом.

Поставлена задача розв'язувалась за допомогою методу дискретних вихорів [1,2], згідно з яким поверхня будівлі та вільні вихрові пелени моделювались системою дискретних вихорів. Граничні умови непротікання поверхні будівлі (2) виконувались у контрольних точках, розташованих посередині між двома вихорами.

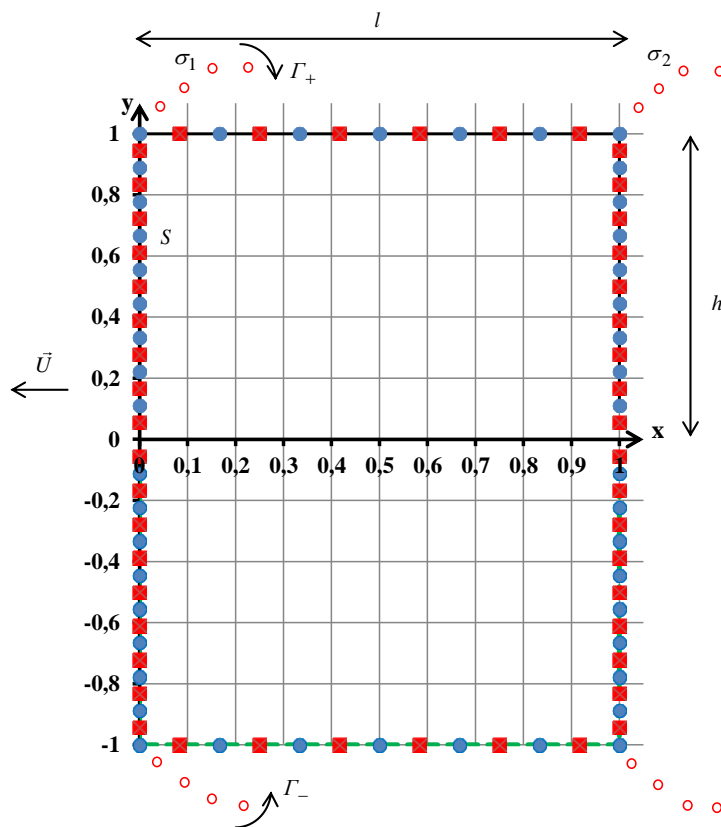


Рис. 1. Схема руху і розташування на поверхні будівлі дискретних вихорів та контрольних точок основної (—) та дзеркально відображеної (- - -) вихрових систем, де ● — присданні вихори, ○ — вільні вихори, ■ — контрольні точки

При дискретному підході граничні умови непротікання (2) на кожному кроці за часом можуть бути представлені у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=0}^N \Gamma_{\mu} \left[\cos(\vec{n}, x)_{\nu} (V_{x\mu\nu} - V'_{x\mu\nu}) + \cos(\vec{n}, y)_{\nu} (V_{y\mu\nu} - V'_{y\mu\nu}) \right] + W_0 = \\ & = 2\pi \cos(\vec{U}, \vec{n})_{\nu} - \sum_{p=1}^2 \sum_{i=1}^M \delta_i^p \left[\cos(\vec{n}, x)_{\nu} (V_{xiv} - V'_{xiv}) + \cos(\vec{n}, y)_{\nu} (V_{yiv} - V'_{yiv}) \right] \quad (6), \end{aligned}$$

де Γ_{μ} – невідомі циркуляції $N-2$ приєднаних та двох вільних вихорів;
 $\cos(\vec{n}, x)_V, \cos(\vec{n}, y)_V$ – косинуси кутів між нормаллю та осями x, y , відповідно;
 $\cos(\vec{U}, \vec{n})_V$ – косинус кута між вектором швидкості \vec{U} і нормаллю \vec{n} до поверхні

тіла в кожній ν -й контрольній точці; $V_{x\mu\nu}, V_{y\mu\nu}$ – компоненти збурених швидкостей від дискретних приєднаних вихорів, розташованих на реальній будівлі; $V'_{x\mu\nu}, V'_{y\mu\nu}$ – компоненти збурених швидкостей від дискретних приєднаних вихорів, розташованих на дзеркально відображеній будівлі; V_{xiv}, V_{yiv} – компоненти збурених швидкостей від вільних реальних вихорів; V'_{xiv}, V'_{yiv} – компоненти збурених швидкостей від вільних дзеркально відображених вихорів, які визначилися за формулами, наведеними в [1]; δ_i^p – відомі (із розрахунку на попередньому кроці) циркуляції вільних вихрових пелен; W_0 – регуляризуюча змінна [1].

Розподіл навантажень на поверхні будівлі визначався із інтегралу Коші-Лагранжа [2]:

$$\bar{P}_\nu = -2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_\nu + \left(1 - \bar{V}_{0\nu}^2 \right), \quad (7)$$

де $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_\nu$ – похідна у контрольній точці ν , $\bar{V}_{0\nu}$ – відносна швидкість у контрольній точці ν .

Дотична складова відносної швидкості на поверхні будівлі визначалась на підставі того, що для замкненої вихрової поверхні відносна дотична швидкість дорівнює інтенсивності вихрової пелени у цій точці [2]:

$$V_{0\nu} = \frac{\Gamma_{\mu-1} + \Gamma_\mu}{2\Delta l}, \quad (8)$$

де $\Gamma_{\mu-1}$ та Γ_μ – циркуляції дискретних вихорів, між якими розташована ν -я контрольна точка, Δl – відстань між ν -ю та $(\nu+1)$ -ю контрольними точками.

Розрахунок положення вільних вихорів визначався із розв'язку системи диференціальних рівнянь (5) методом Ейлера.

$$\begin{aligned} x_i^{r+1} &= x_i^r + \left(V_{xi}^r + U_\infty \right) \Delta t, \\ y_i^{r+1} &= y_i^r + V_{yi}^r \Delta t, \end{aligned} \quad (9)$$

де $x_i^r, y_i^r, x_i^{r+1}, y_i^{r+1}$ – положення i -го вільного вихору відповідно на r -му та $(r+1)$ -му кроці за часом.

Лінії струменів навколо будівлі визначались інтегруванням диференціального рівняння

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V_y(x, y)}{V_x(x, y) - U}, \quad (10)$$

де $V_x(x, y), V_y(x, y)$ – компоненти абсолютної швидкості, які індуктуються всією вихровою системою в точці з координатами (x, y) .

Результати розрахунків. За викладеною методикою була написана програма розрахунку нестационарного обтікання довільної будівлі (групи будівель) потоком ідеальної нестискуваної рідини. Деякі результати розрахунків відривного нестационарного обтікання прямокутної будівлі представлено у даній роботі.

На рис. 2, 3 наведено структури вільних вихрових пелен, які відірвались з гострих кромek квадратної та прямокутної будівлі для одного моменту часу. З цих рисунків видно, що обидві вільні вихрові поверхні збігають вздовж дотичної до твірної будівлі. З часом вільні вихрові поверхні закручуються у спіралі, які починають руйнуватися, створюючи великомасштабні вихрові структури (згустки).

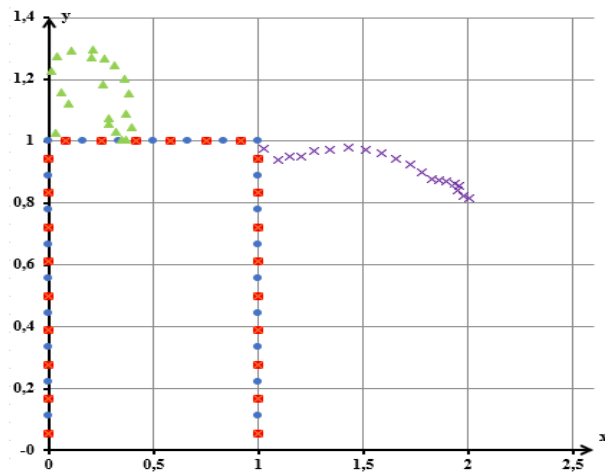


Рис. 2. Моделювання структури вихрового сліду при $l = 1$, $h = 1$ (20-й крок за часом)

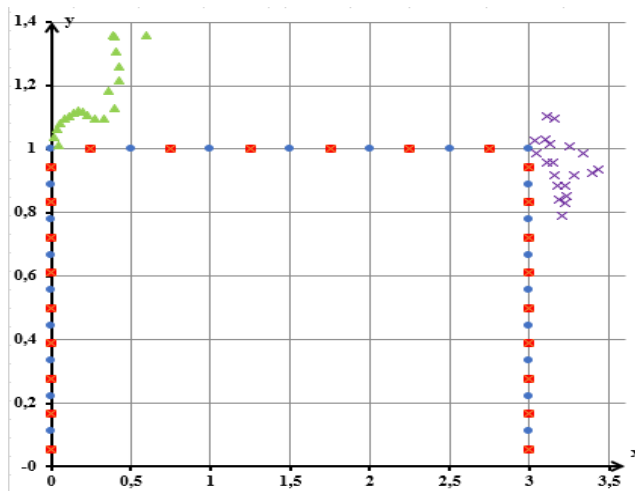


Рис. 3. Моделювання структури вихрового сліду при $l = 3$, $h = 1$ (20-й крок за часом)

Векторні поля швидкості у різні моменти часу представлені на рис. 4, 5, 6. На цих рисунках видно процес створення великомасштабних вихорів, які утворюються: перший – над дахом будівлі, другий – за будівлею. Далі ці вихрові утворення зносяться вниз за потоком, а на їх місці починають утворюватися нові великомасштабні вихори.

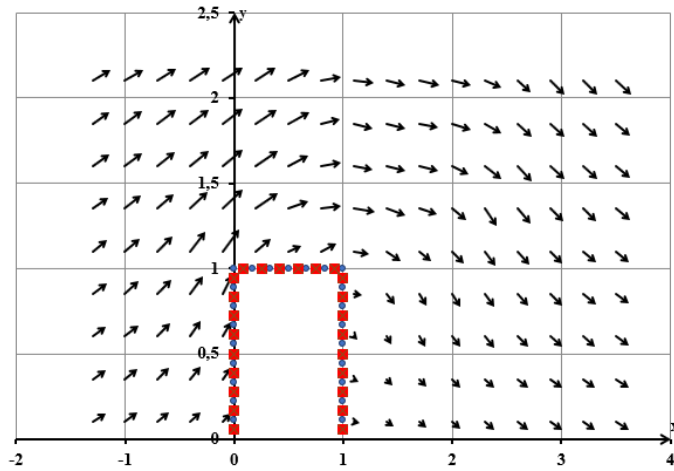


Рис. 4. Моделювання полів швидкості (20-й крок за часом)

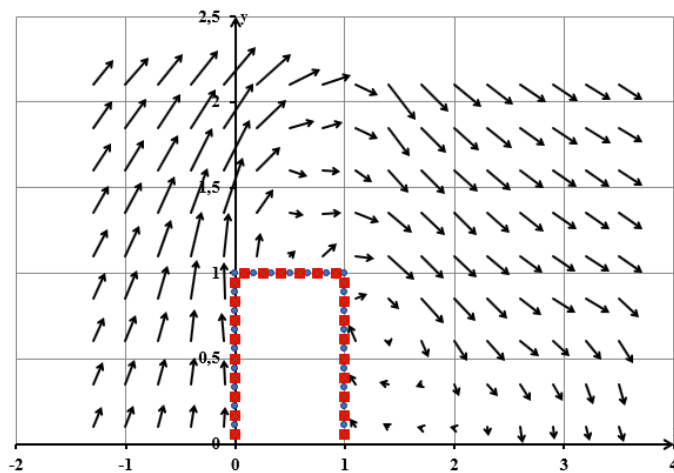


Рис. 5. Моделювання полів швидкості (55-й крок за часом)

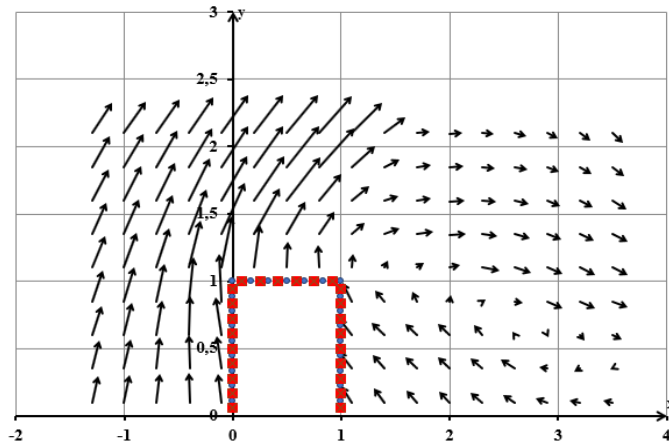
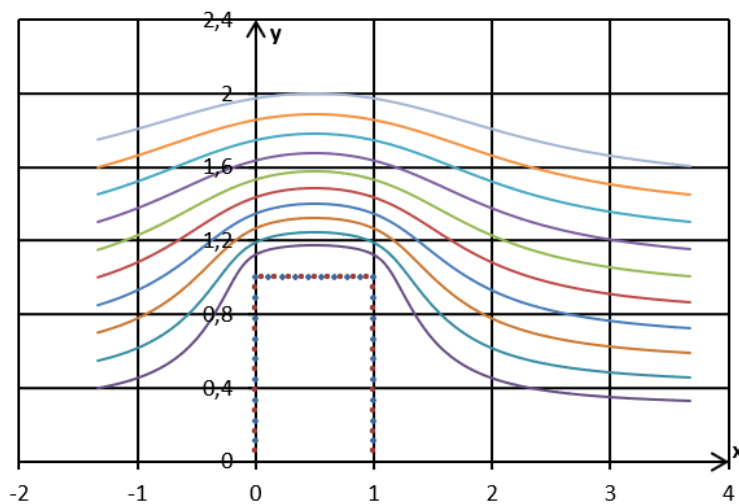
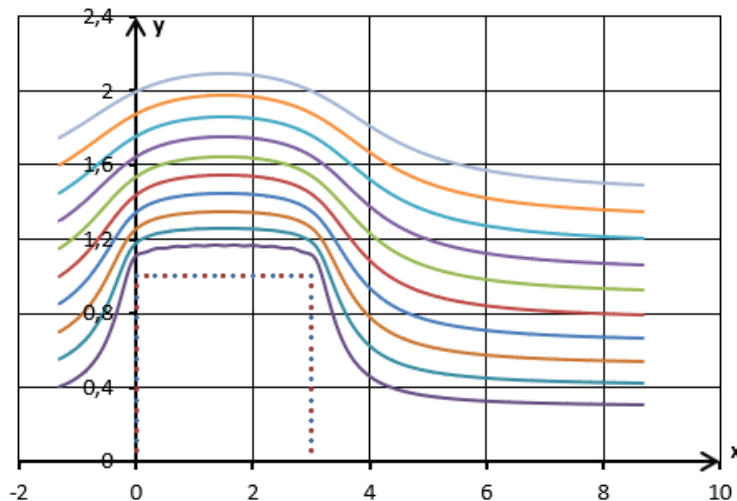


Рис. 6. Моделювання полів швидкості (135-й крок за часом)

Присутність вихорів поблизу твірної будівлі призводить до значних пікових навантажень: створюються локальні зони підвищеного або розрідженого тиску.

На рис. 7, 8 зображено розрахункові лінії струменів навколо будівель різної геометрії.

Рис.7. Побудова ліній струменю при $h = 1$, $l = 1$.

Рис.8. Побудова ліній струменю при $h = 1$, $l = 3$.

Висновки. У даній роботі в рамках моделі ідеальної нестисливої рідини на базі чисельного методу дискретних вихорів розроблено та чисельно реалізовано методику визначення аерологічної ситуації навколо будівлі або групи будівель з урахуванням присутності земної поверхні. Дана програма дозволяє визначити нестационарні аеродинамічні навантаження на поверхні будівлі, розрахувати поля швидкостей та форму вільних вихрових пелен навколо розглянутих споруд. Представлена методика та отримані результати можуть бути використані при проектуванні висотних споруд щодо визначення аерологічної ситуації в районі їх розташування, розрахунку вітрових навантажень на поверхню споруди тощо.

Бібліографічні посилання

1. Белоцерковский, С. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел / С. М. Белоцерковский, В. Н. Котовский, М. И. Ништ. – М. : Наука, 1988. – 232 с.
2. Гоман, О. Г. Численное моделирование осесимметричных отрывных течений несжимаемой жидкости / О. Г. Гоман, В. И. Карплюк, М. И. Ништ, А. Г. Судаков. – М. : Машиностроение, 1993. – 288 с.
3. Гордюк, І. В. Комп'ютерне моделювання повітряних потоків у міській забудові / І. В. Гордюк, Ю. О. Дорошенко // Новітні комп'ютерні технології. – 2013. – Вип. 11. – С. 166-168.
4. Данильченко В. Ю. Математичне моделювання аерологічної ситуації навколо споруд / В. Ю. Данильченко, В. І. Карплюк // Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях. Тези доповідей XV Міжнародної наукової конференції для студентів та молодих вчених – Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна, 13–14 березня 2020. – С. 14–15.

Надійшла до редколегії 21.10.2019