

УДК 533.6

А. О. Рожкевич, О. Г. Гоман, К. В. Геті

DOI: 10.15421/372006

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара***РОЗРАХУНОК РОТОРУ ДАР'Є В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЗМІННОГО
ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА**

Within the framework of the classical impulse theory, the influence of a variable Reynolds number on the general energy performance of a wind turbine with a vertical axis of rotation with three blades is investigated. The integral approach made it possible to use a single-disk impulse model to determine the main specific indicators of the system. The power factor was calculated based on the found value of the torque coefficient on the shaft, which, in turn, was determined by numerical integration of the expression for the total torque developed by the wind turbine.

The classic NACA 0018 profile was used to calculate the test problem. The proposed calculation algorithm allows not specifying the Reynolds number at the beginning of the calculation and the corresponding aerodynamic coefficients, but recalculates it depending on the relative speed, blade position and linear speed of the blade in a circle. According to the calculated Reynolds number, the aerodynamic coefficients are found by linear interpolation of the already known coefficients obtained by studying the characteristics of the specified profile in the full range of attack angles. The aerodynamic coefficients of this profile were determined by processing an array of experimental data. On the basis of a numerical algorithm, a software module was developed that allows you to vary the geometric parameters of the wind turbine and use other aerodynamic coefficients.

The proposed mathematical model of calculation can be used for different types of Darier rotor, and the created software module allows to vary the geometric parameters of the wind turbine. The numerical algorithm can be improved by using two-disk impulse theory taking into account the Reynolds variable number.

Keywords: vertical-axial wind turbine, single-disk impulse model, blade, speed factor, wind flow, moment factor, power factor, aerodynamic profile, influence of Reynolds number.

Вступ. На сучасному етапі світового розвитку галузі альтернативних джерел добування енергії, вітроенергетика стала однією з найбільш затребуваних галузей промисловості. Причинами розповсюдженості та популярності вітроенергетики є: низька собівартість, нульова вартість паливної складової, невичерпність і необмежена кількість джерел енергії та екологічність [10;11].

Для України перспективними вважаються вітроагрегати з вертикальною віссю обертання (рис. 1), що зумовлено відсутністю необхідності вибору напрямку набігаючого потоку вітру та можливістю роботи вітроенергетичної установки з низькими швидкостями вітру. Не менш важливим є також те, що такі пристрої зручно використовувати в автономних системах енергозабезпечення, що також є актуальним за теперішнього часу [8].

Ротор Дар'є є предметом досліджень багатьох вчених [1–5;13]. Для ідеального розрахунку такої моделі потрібно використовувати рівняння Нав'є – Стокса [6]. Чисельний розрахунок та створення моделі розрахунку цих рівнянь є дуже витратним за часом реалізації.



Рис. 1. Схема вітроенергетичної установки з вертикальною віссю обертання

Запропонований алгоритм розрахунку, що описаний у цій статті, використовує однодискову імпульсну теорію з уточненням – врахування змінного числа Рейнольдса, що, в свою чергу, дає більш логічний результат, аніж розрахунок за класичним підходом з фіксованим числом Рейнольдса для лопаті.

Загальна характеристика математичної моделі. В основу математичної моделі покладено класичну однодискову імпульсну теорію, суть якої зводиться до того, що у частині вітротурбіни положення «активного диску» залишається невизначеним, але на цьому диску виконуються закони збереження в інтегральному сенсі.

На рис. 2 схематично показано розподіл вітрового потоку для однодискової розрахункової моделі.

У математичному плані реалізація однодискової імпульсної теорії зводиться до наступного алгоритму: сили, що діють на лопаті та траверси, з одного боку, виражаються через аеродинамічні коефіцієнти профілів лопаті та траверс (розрахованих за місцевими кутами атаки та місцевою відносною швидкістю, яка заздалегідь невідома); з іншого – ті ж самі сили виражаються за допомогою теореми імпульсів. Математично такий баланс сил формалізується у вигляді трансцендентного рівняння, розв'язок якого передбачає знаходження основних енергетичних характеристик вітроагрегату – коефіцієнтів потужності та моменту [7].

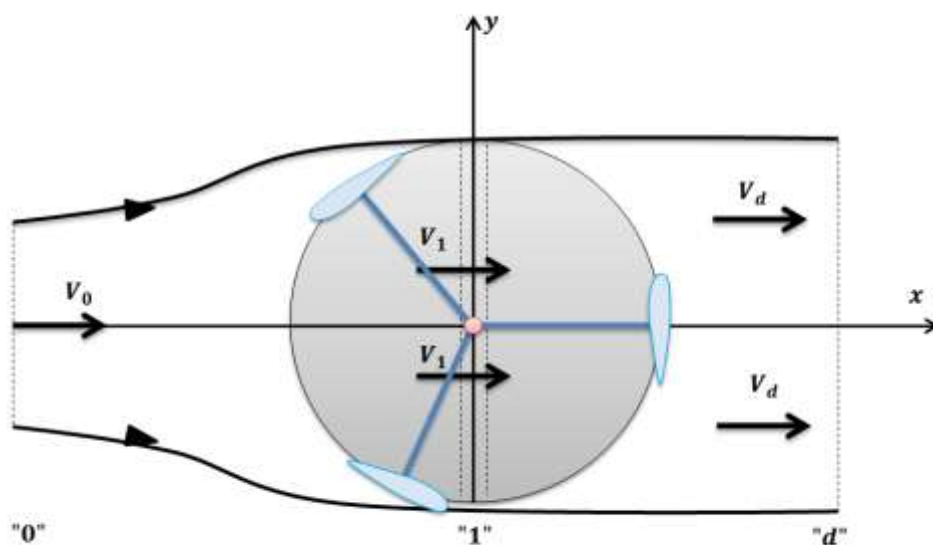


Рис. 2. Схема однодискової моделі

Рівняння для знаходження величини невідомої швидкості в «активному диску» V_1 в залежності від швидкості наближаючого потоку V_0 має вигляд:

$$\frac{V_0}{V_1} - 1 = F_1; \quad (1)$$

У рівнянні (1) безрозмірна величини F_1 визначається таким чином:

$$F_1 = \mu_1 \int_0^{2\pi} \bar{W}_1^2 (c_x(\text{Re}, \alpha) \cdot \sin(\beta - \psi) - c_y(\text{Re}, \alpha) \cos(\beta - \psi)) d\beta, \quad (2)$$

де $\mu_1 = \frac{Nc}{16\pi Rk}$ – коефіцієнт, що враховує геометричні параметри вітротурбіни;

$\bar{W}_1 = \frac{W_1}{V_1}$ – безрозмірна відносна швидкість, N – кількість лопатей;

β – азимутальний кут, c – довжина хорди лопаті; $c_x(\text{Re}, \alpha)$ і $c_y(\text{Re}, \alpha)$ – аеродинамічні коефіцієнти обраного профілю лопаті в залежності від місцевого числа Рейнольдса та місцевого кута атаки; Re – число Рейнольдса;

$\alpha = \alpha_0 + \psi$ – місцевий кут атаки; $\psi = \arctg \frac{-V_1 \cos \beta}{R\omega + V_1 \sin \beta}$ – кут між вектором

відносної швидкості \vec{W} і напрямком $\vec{W}_{\text{окр}}$ – лінійної швидкості лопаті по колу;

α_0 – кут установки лопаті відносно дотичної до кола (вважається додатнім, якщо

передня кромка профілю відхиляється всередину вказаного кола, і від'ємним, якщо – назовні) (рис. 3).

Відносна швидкість W_1 набігаючого потоку на лопать в положенні, що характеризується азимутальним кутом β , має значення:

$$W_1 = \sqrt{V_1^2 + 2W_{\text{окр}}V_1 \sin \beta + W_{\text{окр}}^2}. \quad (3)$$

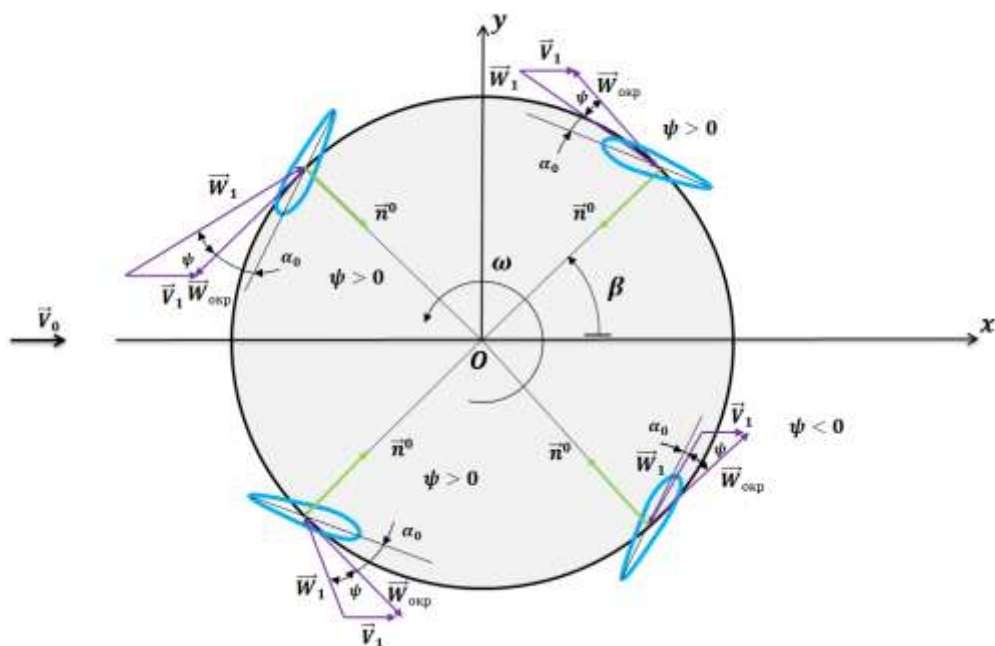


Рис. 3. Схема відносних швидкостей та кутів атаки елементів лопаті в залежності від положення азимутального кута

Знаходження швидкості V_1 є необхідними для знаходження коефіцієнта обертального моменту на валу та коефіцієнта потужності вітроенергетичної установки.

Методика розрахунку енергетичних характеристик вітроагрегату в залежності від змінного числа Рейнольдса. Перепишемо рівняння (1) у вигляді:

$$V_1 = \frac{V_0}{F_1 + 1}. \quad (4)$$

Ліва частина рівняння (4) залежить тільки від V_1 , тому зручно розв'язувати залежність:

$$V_1 = f(V_1, V_0, \omega R), \quad (5)$$

Трансцендентне рівняння (5) можна розв'язати за допомогою методу послідовних наближень [9]. Задаючи діапазон чисел V_0 можна отримати діапазон чисел V_1 .

Сумарний крутний момент відносно осі БЕУ у припущенні, що центр тиску профілю співпадає з серединою хорди, для однієї лопаті має вигляд [8]:

$$M_{cp} = \frac{1}{2} \rho W^2 c R (c_y(\text{Re}, \alpha) \cdot \sin \psi - c_x(\text{Re}, \alpha) \cdot \cos \psi). \quad (6)$$

Середнє значення сумарного моменту має вигляд:

$$M_{cp} = \frac{N}{4\pi} \rho c H V_1^2 \int_0^{2\pi} R W_1^2 (c_y(\text{Re}, \alpha) \cdot \sin \psi - c_x(\text{Re}, \alpha) \cdot \cos \psi) d\beta. \quad (7)$$

Подано вираз (7) у вигляді

$$M_{cp} = \frac{N}{4\pi} \rho c H \cdot \Phi(V_1, \omega R), \quad (8)$$

де

$$\Phi(V_1, \omega R) = \int_0^{2\pi} R \left((R\omega)^2 + 2V_1 R \omega \sin \beta + V_1^2 \right) (c_y(\text{Re}, \alpha) \cdot \sin \psi - c_x(\text{Re}, \alpha) \cdot \cos \psi) d\beta. \quad (9)$$

Середня потужність, що розвивається за один оберт:

$$P_{cp} = M_{cp} \omega. \quad (10)$$

Коефіцієнт крутного моменту і коефіцієнт потужності мають вигляд:

$$M_{cp} = c_m \frac{1}{2} \rho V_0^2 2R^2 H, \quad (11)$$

$$P_{cp} = c_m \frac{1}{2} \rho V_0^2 2R^2 H \omega = c_p \frac{1}{2} \rho V_0^3 2RH. \quad (12)$$

Прирівнюючи вирази (8) та (11), отримуємо:

$$M_{cp} = c_m \frac{1}{2} \rho V_0^2 2R^2 H = \frac{N}{4\pi} \rho c H \cdot \Phi(V_1, \omega R). \quad (13)$$

Остаточно вирази для коефіцієнтів моменту на валу та потужності мають вигляд:

$$c_m = \frac{Nc}{4\pi} \frac{1}{(V_0 R)^2} \cdot \Phi(V_1, \omega R), \quad (14)$$

$$c_p = c_m \cdot \frac{\omega R}{V_0}. \quad (15)$$

Для розрахунку були використані аеродинамічні коефіцієнти вказаного профілю для різних чисел Рейнольдса у діапазоні $Re = 10^4 \div 5 \cdot 10^6$ [14]. Залежність аеродинамічних коефіцієнтів c_x та c_y від кута атаки для вибраного профілю представлено на рис. 4 та рис. 5.

Для вказаного класу профілів зміна коефіцієнтів c_x та c_y в залежності від числа Рейнольдса прослідковується лише при невеликих кутах атаки: $\alpha = 0 \div 30^\circ$.

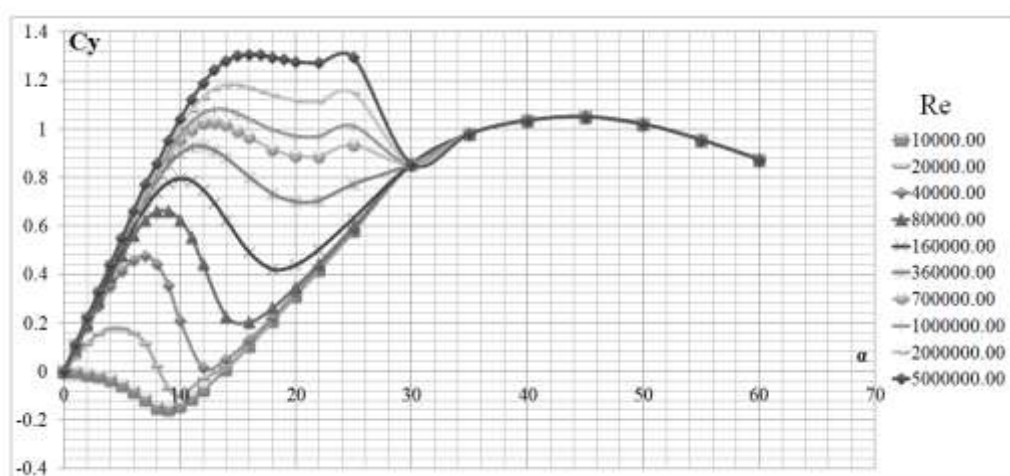


Рис.4. Залежність аеродинамічного коефіцієнта підйомної сили c_y від кута атаки та числа Рейнольдса згідно з [14]

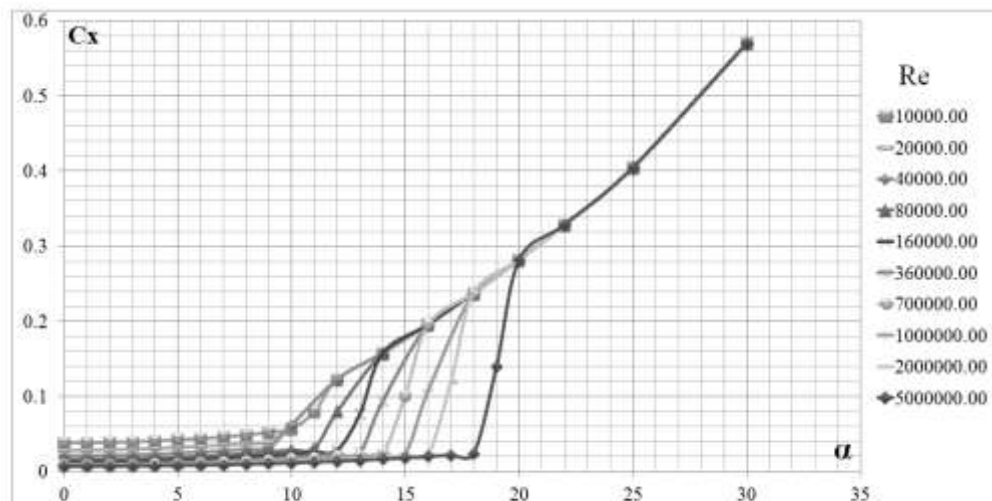


Рис.5. Залежність аеродинамічного коефіцієнта сили лобового опору C_x від кута атаки та числа Рейнольдса згідно з [14]

На рис. 6 показано залежність числа Рейнольдса від азимутального кута β та величини швидкості набігаючого потоку V_0 . Число Рейнольдса було розраховано за відносною швидкістю (3) [6]:

$$Re = \frac{W_1 c}{\nu} \quad (16)$$

З графіка рис. 6 видно, що число Рейнольдса змінюється в діапазоні $2 \cdot 10^3$ до $7.9 \cdot 10^5$ при різних швидкостях V_0 і фіксованій лінійній швидкості лопаті по колу $W_{окр} = 5 \text{ м/с}$, а тому цей факт змінності числа Рейнольдса є важливим у розрахунках загальних енергетичних показників вітроагрегату.

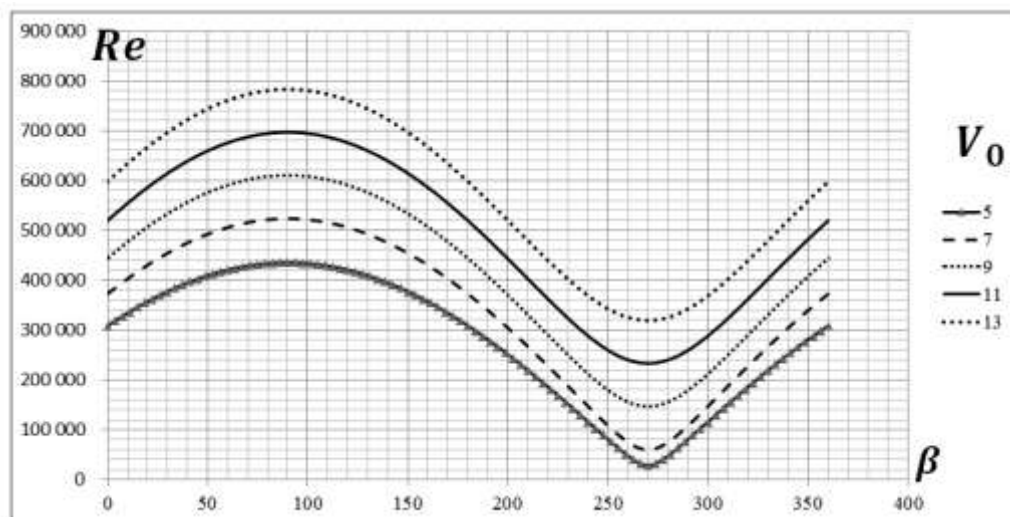


Рис. 6. Залежність числа Рейнольдса від азимутального кута β та величини швидкості набігаючого потоку V_0

Отже, за методикою змінного числа Рейнольдса, аеродинамічні коефіцієнти c_x та c_y перераховується в залежності від величини виразу (16) та відносної швидкості (3) і знаходяться за допомогою лінійної інтерполяції [12] при використанні діапазону вже знайдених c_x та c_y при фіксованих чисел Рейнольдса (рис. 4 та рис. 5), отриманих експериментальним шляхом для даного виду лопаті [14].

Результати чисельного моделювання. Для визначення основних енергетичних показників вітроагрегату на основі запропонованої математичної моделі було побудовано ітераційний чисельний алгоритм. Програмний модуль організовано з двох частин: в першій частині проводиться розв'язок трансцендентного рівняння (5) з розрахунком місцевого числа Рейнольдса (16), у другій – розрахунок інтеграла (9), знаходження коефіцієнтів моменту на валу (13) та потужності (14). Усі подальші графіки представлено в залежності від числа Z_0 – коефіцієнта швидкохідності:

$$Z_0 = \frac{\omega R}{V_0}, \quad (17)$$

де ω – кутова швидкість обертання вітроустановки.

Для розрахунку було взято математичну модель з такими геометричними розмірами: довжина хорди лопаті $c = 0.7$ м, радіус вітроустановки $R = 3.6$ м, коефіцієнт кінематичної в'язкості для розрахунку числа Рейнольдса $\nu = 15.06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

На рис.7 показано залежність коефіцієнта моменту від числа швидкохідності при фіксованих швидкостях вітру V_0 , на рис. 8 – коефіцієнта потужності відповідно.

Для розглянутої моделі робочий діапазон за числом швидкохідності становить:

$$0 < Z_0 < 3.1. \quad (18)$$

Розрахунок показав, що значення коефіцієнта обертового моменту та потужності у деякому діапазоні чисел Рейнольдса мають від'ємні значення, що свідчить про те, що установка для обертання має споживати енергію ззовні і її робота неефективна.

Максимальне значення коефіцієнта потужності (при куті установки лопаті $\alpha_0 = 0$) досягається при $Z_{0_{opt}} = 2.2$ і становить $c_p = 0.36$ при швидкості $V_0 = 10$ м/с. При $Z_0 = 0$ значення коефіцієнта моменту дорівнює $c_m = 0.009$.

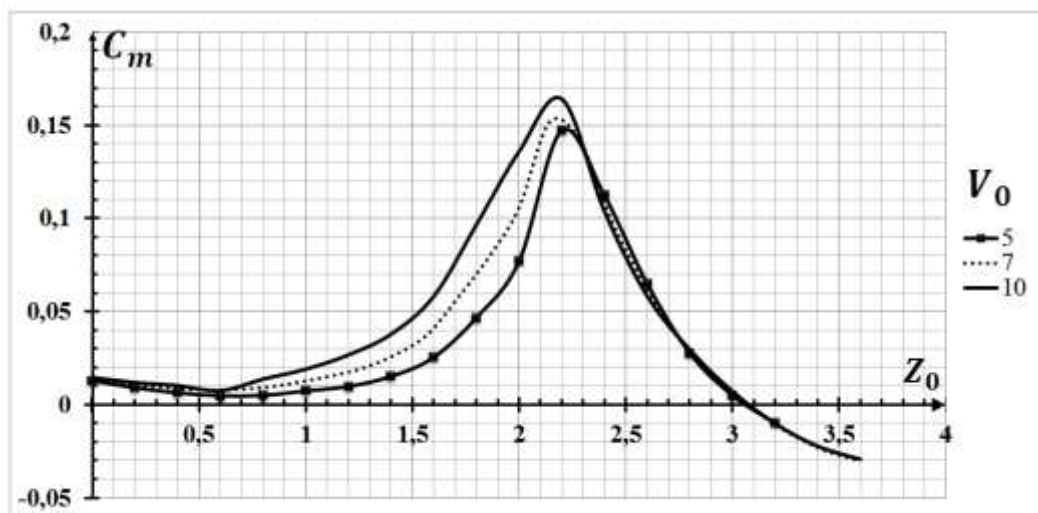


Рис. 7. Залежність коефіцієнта моменту від числа швидкохідності при фіксованих швидкостях вітру V_0

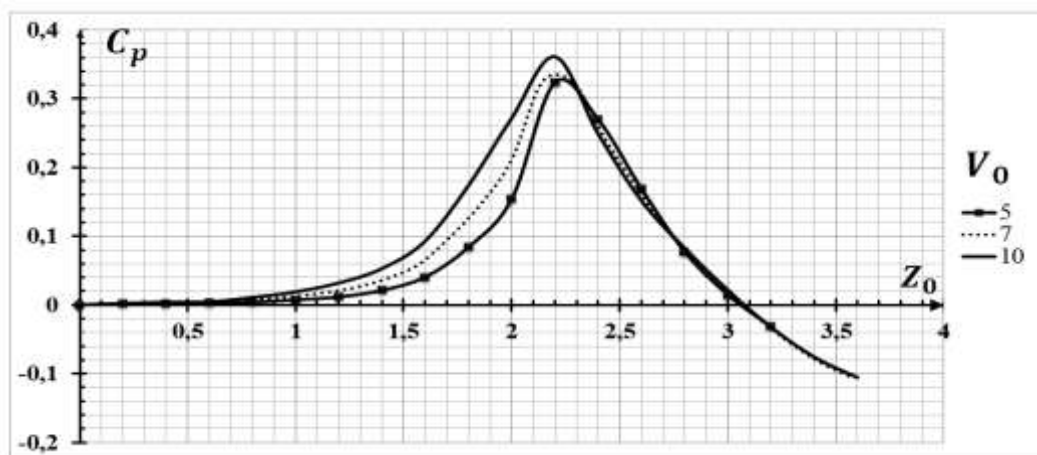


Рис. 8. Залежність коефіцієнта потужності від числа швидкості при фіксованих швидкостях вітру V_0

Висновки. У роботі представлено математичну модель розрахунку енергетичних показників вітроагрегату з вертикальною віссю оберт, що базується на однодисковій імпульсній теорії. Створено чисельний алгоритм та проведено параметричні дослідження енергетичних характеристик модельного вітроагрегату. Запропонований алгоритм розрахунку відрізняється від звичайних алгоритмів, що базуються на однодисковій теорії тим, що дає змогу не задавати число Рейнольдса перед початком розрахунку, а розраховує його безпосередньо в залежності від величини відносної швидкості, положення лопаті та лінійної швидкості лопаті по колу.

Запропоновану математичну модель розрахунку можна використовувати для різних видів ротору Дар'є, а створений програмний модуль дозволяє варіювати геометричні параметри вітроагрегату. Чисельний алгоритм може бути вдосконалений за рахунок використання дводискової імпульсної теорії [7] з урахуванням змінного числа Рейнольдса.

Бібліографічні посилання

1. **Абрамовський, Є. Р.** Проблеми оптимізації параметрів вітряних двигунів / Є. Р. Абрамовський. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2014. – 273 с.
2. **Горелов, Д. Н.** Экспериментальное исследование двухъярусного ротора Дарье / Д. Н. Горелов, В. В. Вьюгов, В. П. Кривосницкий // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. т.12, №2. – С.243 – 248.
3. **Горелов, Д. Н.** Аэродинамика ветроколес с вертикальной осью вращения // Д. Н. Горелов. Омск: Полиграфический центр КАН, 2012. – 67 с.
4. **Дзензерский, В. А.** Течение в окрестности Н – ротора Дарье / В. А. Дзензерский, С. В. Тарасов, И. Ю. Костюнов, В. М. Тюрин. – К.: Наукова думка, 2013. – 96 с.
5. **Карплюк, В. І.** Посібник до вивчення дисципліни «Аеродинаміка вітроенергетичних установок» / В. І. Карплюк, М. М.Личагін. – Д.: РВВ ДНУ, 2008. – 56 с.
6. **Лойцянский, Л. Г.** Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

7. **Рожкевич, А. О.** Использование двухдисковой импульсной теории для расчёта вертикально-осевого ветрогенератора / А. О. Рожкевич, Л. И. Кныш // Материалы XIX Международной молодёжной конференции «Людина і космос», Дніпро, 2017. – С. 123.
8. **Рожкевич, А. О.** Оцінка впливу кількості лопатей на енергетичні показники вітроагрегату з вертикальною віссю обертуті / А. О. Рожкевич, О. Г. Гоман, Л. І. Книш // Вісн. Дніпр. ун-ту. Сер.: Механіка. – 2017. – Вип. 19, т. 25. – С. 36–44.
9. **Самарский, А. А.** Численные методы: Учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.
10. **Серебряков, Р. А.** Вихревая электроэнергетика / Р. А. Серебряков, А. Б. Калиниченко / Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. – 2001. – №11.
11. **Тарасов, С. В.** Вычислительная гидродинамика на службе ветроэнергетики [Текст] / С. В. Тарасов, Д. А. Редчиц, О. Б. Полевой, И. Б. Чашина, С. В. Моисеенко // Вісн. Дніпр. ун-ту. Сер.: Механіка. – 2016. – № 5, Т. 24 (Вип.20) – С. 38 – 47.
12. **Турчак, Л. И.** Основы численных методов: Учеб. Пособие / Л. И. Турчак. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 320 с.
13. **Paraschivoiu, I.** Aerodynamic analysis of the Darrieus rotor including secondary effects / I. Paraschivoiu // Journal of Energy, Sept. – Oct., –1983, Vol. 7. – P. 416.
14. **Sheldahl, Robert E., Klimas, Paul C.** Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil Sections Through 180-Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines / Robert E. Sheldahl, Paul C. Klimas / – Sandia National laboratory. Energy report, 1981. – 120 p.

Надійшла до редколегії 5.11.2020