

УДК 532.5 + 523.2

## ПРО ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ І УМОВИ КОНДЕНСАЦІЇ ГАЗІВ ТУМАННОСТЕЙ У ПЛАНЕТАРНОМУ ВИХОРИ

Л. В. Ключинська\*, В. І. Перехрест\*\*

\* Севастопольський інститут банківської справи,  
99057, Севастополь, E-mail: klyuch.luda.1983@mail.ru

\*\* Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара,  
49050, Дніпропетровськ, E-mail: prokhrest@i.ua

Новий точний розв'язок сферично-осесиметричних рівнянь Ейлера, названий планетарним вихором, застосовано до проблеми утворення в планетарних туманностях зародків планет завдяки конденсації газів у зонах вихрових збурень — кільцях планетарного вихору. Показано, що вихрові збурення спричиняють перепади тиску та температури, за яких гази туманностей конденсуються, утворюючи планетозималі — зародки планет.

**Ключові слова:** вихрова течія, космічна туманність, температурне поле, конденсація газів.

### 1. Вступ

В астрономічній науці теорія утворення зірок і планет у газопилових туманностях є найменш розроблена і зіставна з експериментальними даними. Основний підхід, який домінує й до сьогодні — це випадкові стохастичні збурення фізичних полів туманності, які спричиняють певну нестабільність її однорідного стану (ротаційну, турбулентну, термо-, гідро-, магнітодинамічну тощо), що зрештою призводить до конденсації газів та утворення зародків скупчення речовини у так звані планетозималі [6, 7]. За логікою такого підходу випадкові у просторі й часі процеси привели б і до випадкових і не зіставних законів розподілу планетних відстаней у Сонячній та інших екзопланетних системах. Однак експериментальні дані [19] переконливо говорять про єдину закономірність законів розподілу планетних відстаней у всіх зіркових системах: із збільшенням номерів планет взаємні відстані між ними збільшуються.

Численні теоретичні дослідження багатьох астрофізиків ХХ століття [5, 7] та відповідні оцінки за реальних параметрів туманностей не дали виразних ефектів нестабільності, фрагментації та утворення зародків формування планет [7]. Найбільш значущим результатом цих досліджень є теорія «довжини і маси» Джинса та відповідний критерій Джинса [5], який визначає критичну довжину хвильового збурення полів туманності, з перевищенням якої настає

її нестабільність і фрагментація, — цим критерієм астрофізики ефективно послуговуються і сьогодні [13, 14].

Для подолання вказаних негативних результатів у останні десятиліття інтенсивно розвивались технології числового інтегрування гідродинамічних рівнянь Нав'є–Стокса, ускладнених наявністю термо- та магнітодинамічних полів [12–15]. У математичну модель вносили певні початкові чи постійно діючі нерівномірності — збурення полів густини чи тиску, і у деяких випадках отримували нестабільні вихрові форми, якісно схожі на реальні космічні структури. На сьогодні на цьому шляху реальних результатів не отримано, про що свідчать такі висновки провідних астрофізиків: «Хоча було досліджено різні правдоподібні ідеї, загальної подібності теорії та спостережень не було встановлено» [13].

Сучасний значний прогрес експериментальної астрономії, пов'язаний зі спостереженнями з сучасних потужних телескопічних систем (Hubble, Spitzer, Subaru, VLT, Kepler etc.) на землі й у космосі, поставив низку нових проблем і змусив суттєво переглянути деякі застарілі концепції та вирішувати нові й нові задачі [12]. Зокрема, астрофізики дійшли висновку про необхідність перегляду термінів формування зірок та їх планетних систем, — вони мають бути суттєво зменшені [16, 18]. Відповідно з'явилися дослідження та статті з лейтмотивом «rapid» — швидкий [17, 18].

Інший висновок експериментальної астрономії зводиться до твердження, що планети формувалися не у тих зонах, де вони знаходяться зараз, тобто мова йде про значну міграцію планет [12, 14, 15].

Більшість з указаних проблемних питань вирішує створена за останні 5 років теорія планетарного вихору [1–3], яка по-суті доводить правильність вихрової гіпотези К. Вайцекера [4] про створення Сонячної системи потужним просторовим вихором, який мав стільки вихрових зон-кілець, скільки є великих планет у системі. Хоча ідея К. Вайцекера через відсутність реальних результатів-розв'язків на той час була відкинута, провідні астрофізики фактично зараз до неї повертаються, досліджуючи гідродинамічні рівняння, які за чисельної реалізації часто породжують певні вихрові структури [13, 18].

## 2. Планетарний вихор і його характеристики

Наше дослідження температурних полів у вихорі ґрунтується на точному розв'язку сферично-осесиметричних рівнянь Ейлера [8],

$$\begin{aligned} V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} (V_\phi^2 + V_\theta^2) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (V_r - V_\theta \operatorname{ctg} \theta) &= 0, \\ V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (V_r V_\theta - V_\phi^2 \operatorname{ctg} \theta) &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (2.1)$$

та рівняння нерозривності

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{2}{r} V_r + \frac{1}{r} V_\theta \operatorname{ctg} \theta = 0, \quad (2.2)$$

де  $(r, \theta, \phi)$  — сферичні координати;  $V_r, V_\theta, V_\phi$  — компоненти вектора швидкості в цих координатах;  $p, \rho$  — тиск і густина нестисливого середовища в області течії.

Після введення функції течії  $\Psi(r, \theta)$  залежностями [9]

$$V_r = -(r^2 \sin \theta)^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad V_\theta = (r \sin \theta)^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad V_\phi = \frac{\tilde{N}_0 \Psi}{r \sin \theta} \quad (2.3)$$

подаємо її у відокремлених змінних

$$\Psi = \Phi(r) \Theta(\theta) \quad (2.4)$$

з вибором  $\Theta = \sin^2 \theta$ , як це покладалось у більшості досліджень течій цього класу [8–10], а функцію тиску шукаємо у вигляді відрізка ряду Фур'є за кутом  $\theta$

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2} (f_0(r) + f(r) \cos 2\theta) \quad (2.5)$$

де  $f_0(r), f(r)$  — нові невідомі функції;  $p_0$  — тиск у точці спокою.

Ці підстановки дають можливість відокремити змінні й отримати для визначальної функції  $\Phi(r)$  лінійне диференціальне рівняння 3-го порядку, яке інтегрується аналітично у сферичних функціях Бесселя [1], подібно як у роботах [10, 11]. Відтак отримуємо розв'язок

$$\Psi = \left[ C_1 y^2 + C_2 \left( \cos y - \frac{\sin y}{y} \right) + C_3 \left( \sin y + \frac{\cos y}{y} \right) \right] \sin^2 \theta, \quad (2.6)$$

де  $y = C_0 r$  — безрозмірна радіальна координата;  $C_1, C_2, C_3$  — довільні сталі.

Суттєвою перевагою нашого розв'язку (2.6) є його загальний метод побудови, на відміну від Н.В. Салтанова [10] і А.Г. Ярміцького [11] які слідом за Хіллом [9] застосовують дещо штучну схему спряження на сфері функцій течії поступально-гвинтового руху та розв'язків рівняння 2-го порядку з гіпотетичною функцією енергії. Відповідно розв'язок (2.6) має 3 довільні сталі  $C_1, C_2, C_3$  та параметр обертання  $C_0$ , варіювання яких спричиняє велике різноманіття вихрових структур (табл. 1).

Таблиця 1. Вихрові структури  $(n, m)$  залежно від параметра  $\alpha$

Інтервали $\alpha$	n	m
$0, 01186812676 < \alpha < 1/3$	1	0 – 6
$-0, 02872363139 < \alpha < -0, 006519887466$	2	2 – 11
$0, 00412853209 < \alpha < 0, 01186812676$	3	5 – 18
$-0, 006519887466 < \alpha < -0, 00285071083$	4	10 – 26

Ці структури можуть зовсім не мати непроникних сфер або ж мати їх  $1, 2, 3, \dots$ . Далі розглянемо неперервний варіант розв'язку (2.6) за  $C_3 = 0$ , який містить 2 константи  $C_2$  і  $\alpha = C_1/C_2$ . Параметр  $\alpha$ , зрештою, можна виразити через поступальну швидкість простору  $V_\infty$  і параметри  $C_0, C_2$  таким чином:

$$\alpha = -V_\infty/2C_0^2C_2 \quad (2.7)$$

— він і визначає структури  $(n, m)$  вихорів та умови їх біфуркації (табл. 1).

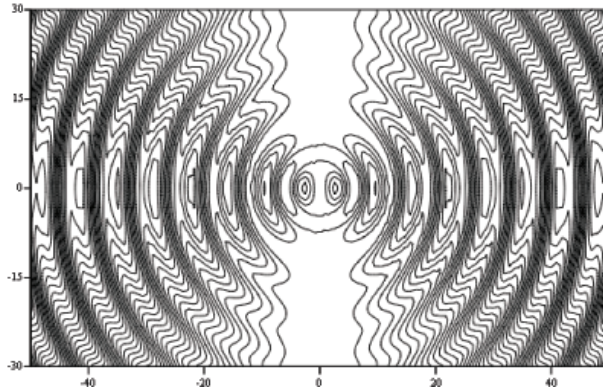


Рис. 1. Загальний вигляд планетарного вихору структури (2,11) — меридіональний переріз

Розв'язок (2.6) описує складну систему тороїдних вихрових кілець, внутрішня частина  $n$  яких лежить у замкнутих непроникних сферах, а зовнішні  $m$  кілець виокремлюються петлями сепаратрис і обертаються у один бік на зразок планетарних систем зірок (рис. 1, 2).

На рис. 1 зображено планетарний вихор структури (2, 11), якому відповідає параметр  $\alpha = -0,00655$  і яким ми у попередніх роботах моделювали первинний вихор, що породив Сонячну систему; геометрію зовнішнього вихрового кільця відтворено на рис. 2, геометричні ж параметри усіх кілець цього вихор наведено в табл. 2.

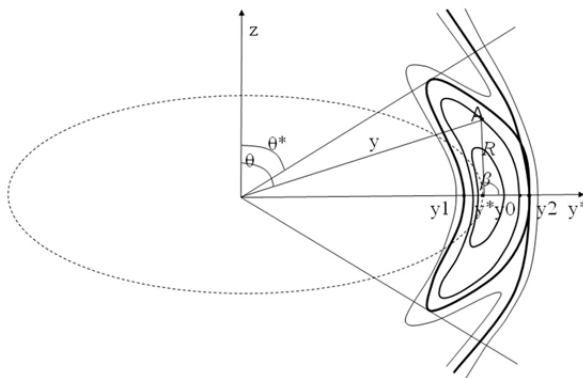


Рис. 2. Геометричні параметри зовнішнього вихрового кільця

Питання про утворення і природу центрального вихрового диполя, що породжує вихор, тут не порушується — він є стаціонарний точний розв'язок нелінійної системи вихідних рівнянь (2.1), що описує так званий «планетарний вихор» [2].

Таблиця 2. Геометричні параметри кілець вихору структури (2, 11)

№ кільця	$y_1$	$y^*$	$y_2$	$\theta^*$ рад.
<b>1-Сфера</b>	0	2,790261	4,638225	0
<b>2-Сфера</b>	4,638225	6,034193	7,359705	0
<b>3 (1)</b>	7,364163	9,442798	12,322191	0,053788
<b>4 (2)</b>	14,054792	15,854359	18,549720	0,773685
<b>5 (3)</b>	20,651323	22,242096	24,761679	1,025749
<b>6 (4)</b>	27,209576	28,623985	30,965688	1,176713
<b>7 (5)</b>	33,749232	35,005535	37,163518	1,278034
<b>8 (6)</b>	40,281229	41,389783	43,355026	1,351129
<b>9 (7)</b>	46,813972	47,779428	49,538901	1,406816
<b>10 (8)</b>	53,356269	54,177900	55,712465	1,451239
<b>11 (9)</b>	59,92070	60,590865	61,870496	1,488292
<b>12 (10)</b>	66,532530	67,030608	68,000987	1,520926
<b>13 (11)</b>	73,283037	73,542814	74,058441	1,552969

Указаний вихровий диполь та породжена ним низка кілець вихрової течії є збуренням первинного гвинтового руху простору, який до того перебував у стані термодинамічної рівноваги з фізичними параметрами  $\{p_\infty, \rho_\infty, V_\infty, T_\infty\}$ , які зберігаються у збуреній течії за  $\theta = 0, r \rightarrow \infty$ .

### 3. Диференціальне рівняння енергетичного балансу та інтеграл енергії

Далі виходимо з припущення, що матеріал туманностей є ідеальним газом з адіабатичним законом для термодинамічних процесів та рівноважними параметрами  $\rho_\infty = 10^{-12} \text{г/см}^3$ ,  $T_\infty = 100\text{K}$ ,  $\gamma = c_p/c_v = 1.67$ . За сучасними оцінками астрофізиків, складовими протопланетних туманностей є: 85 – 90% водню, 10 – 15% гелію та до 1% атомів легких металів [6].

За даних припущень покладемо в основу диференціальне рівняння енергетичного балансу [8]

$$\rho \frac{d}{dt} \left( U + \frac{V^2}{2} \right) = \rho F \cdot V - \text{div}(pV), \quad (3.1)$$

де  $U = c_v T$  — внутрішня енергія;  $\rho, p, T$  — густина, тиск і температура середовища;  $V(V_t, V_\theta, V_\phi)$  — вектор швидкості;  $F$  — вектор зовнішньої масової сили;  $c_v$  і  $c_p$  — теплоємності середовища за сталих об'єму та тиску відповідно.

Застосовуючи закон Клапейрона  $p = \rho RT$  та вводячи ентальпію  $h = c_p T$  рівняння (3.1) зводимо до вигляду

$$\rho \frac{d}{dt} \left( h + \frac{V^2}{2} - \frac{p}{\rho} \right) = \rho F \cdot V - \operatorname{div}(pV),$$

а подальше застосування рівнянь руху й нерозривності та умови стаціонарності полів  $\partial/\partial t() = 0$  остаточно приводить до рівняння [8]

$$V \cdot \operatorname{grad} \left( h + \frac{V^2}{2} + \Pi \right) = 0, \quad (3.2)$$

звідки випливає, що вздовж ліній течії  $L$  величина

$$\left( c_p T + \frac{V^2}{2} + \Pi \right)_L = \operatorname{const} \equiv E_L, \quad (3.3)$$

де  $\Pi$  — потенціал зовнішньої сили.

#### 4. Температурні поля в планетарному вихорі

Вихрова течія планетарного вихору виникає внаслідок збурення гвинтового руху простору: поступального руху зі швидкістю  $V_\infty$  та твердотілого обертання з кутовою швидкістю  $\omega_\infty = -(C_0 V_\infty)/2$ . Відповідне незбурене поле швидкостей має вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{V}_r &= -V_\infty \cos \theta, \\ \tilde{V}_\theta &= V_\infty \sin \theta, \\ \tilde{V}_\phi &= \omega_\infty r \sin \theta = -\frac{V_\infty}{2} y \sin \theta. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Повне поле швидкостей у планетарному вихорі за (2.3) і (2.6) має такі вирази:

$$\begin{aligned} V_r &= -2B \frac{\Phi(y)}{y^2} \cos t\theta, \\ V_\theta &= B \frac{\Phi'(y)}{y} \sin \theta, \\ V_\phi &= B \frac{\Phi(y)}{y} \sin \theta, \end{aligned} \quad (4.2)$$

де  $B = C_2 C_0^2$  — параметр із розмірністю швидкості;  $C_2$  — інтенсивність центрального вихрового диполя. Функції  $\Phi$  та  $\Phi'$  мають подання

$$\Phi(y) = y^2(\alpha + u(y)), \quad \Phi'(y) = y(2\alpha - u_s(y)), \quad (4.3)$$

де введено функції-збурення від центрального диполя

$$u = \frac{1}{y^2} \left( \cos y - \frac{\sin y}{y} \right), \quad u_s = \frac{\sin y}{y} + u(y) \quad (4.4)$$

з властивостями

$$\begin{aligned} u(0) &= -1/3, & \lim_{y \rightarrow \infty} u(y) &= 0, \\ u_s(0) &= 2/3, & \lim_{y \rightarrow \infty} u_s(y) &= 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Враховуючи, що між параметрами задачі має місце співвідношення (2.7) або

$$\alpha = -V_\infty/2B \quad \text{або} \quad V_\infty = -2B\alpha, \quad \omega_\infty/V_\infty = -C_0/2, \quad (4.6)$$

повне поле швидкостей (4.2) можна представити як суму незбуреного поля (4.1) та збурень, що містять функції диполя  $u$  та  $u_s$ :

$$V_r = (V_\infty - 2Bu) \cos \theta, \quad V_\theta = -(V_\infty + Bu_s) \sin \theta, \quad V_\phi = \tilde{V}_\phi + Buy \sin \theta. \quad (4.7)$$

Підрахуємо тепер квадрат швидкості  $V^2$ , виділивши в ньому квадрати незбурених швидкостей (4.1):

$$\begin{aligned} \frac{V^2}{2} &= \frac{1}{2} \left( \tilde{V}_r^2 + \tilde{V}_\theta^2 + \tilde{V}_\phi^2 \right) + (-2BV_\infty u + 2B^2 u^2) \cos^2 \theta + \\ &+ \left( BV_\infty u_s + \frac{1}{2} B^2 u_s^2 \right) \sin^2 \theta + B\tilde{V}_\infty uy \sin \theta + \frac{1}{2} B^2 y^2 u^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (4.8)$$

З урахуванням (4.1) розглянемо вираз інтеграла (3.3) вздовж осі  $Oz$ , яка, очевидно, є лінією течії (рис. 1). На ній  $\theta = 0$ ,  $V_\phi = 0$ ,  $V(\infty) = V_\infty$ . З (4.1) в будь-якій точці осі маємо

$$V^2/2 = V_\infty^2/2 - 2BV_\infty u + 2B^2 u^2.$$

Визначивши константу в (3.3) з умови за  $y \rightarrow \infty$  через  $V_\infty$ ,  $T_\infty$ , вздовж осі  $Oz$  маємо рівняння

$$c_p T + V_\infty^2/2 - 2BV_\infty u + 2B^2 u^2 = c_p T_\infty + V_\infty^2/2,$$

яке після спрощення зведемо до вигляду

$$\tau_0 \equiv \left( \frac{T}{T_\infty} \right)_{\theta=0} = 1 - k_T \left( \frac{u^2}{\alpha^2} + \frac{2u}{\alpha} \right) = 1 - k_T \left( \frac{(u + \alpha)^2}{\alpha^2} - 1 \right), \quad (4.9)$$

де  $k_T = V_\infty^2/(2c_p T_\infty)$  – безрозмірний параметр, що визначає співвідношення основних параметрів задачі.

З (4.9) визначимо температурний параметр  $\tau = T/T_\infty$  у точці перетину вертикальної осі з першою ззовні сферою радіусом  $y = y_1$ , яка теж є лінією течії і на якій з умови  $V_r = 0$  з огляду на (4.2) і (4.3)  $u(y_1) + \alpha = 0$ . Отже, в точці  $(y_1, 0)$  маємо

$$\tau_1 = 1 + k_T \quad \text{і} \quad T_1 = (1 + k_T)T_\infty. \quad (4.10)$$

Звідси  $T_1 > T_\infty$ , і в околі вертикальної осі вихору конденсація не виникає, про що свідчить більшість зімків таких протозіркових туманностей.

Тепер застосуємо інтеграл (2.3) до лінії течії — кола  $y = y_1$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ . На ній у точці  $(y_1, 0)$   $V = 0$  і константа  $E_L = c_p T_1$ , тому вздовж цієї лінії

$$\left( c_p T + \frac{V^2}{2} \right)_{y_1} = c_p T_1 = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2}, \quad (4.11)$$

а кінетична енергія дається виразом (4.1) за  $\theta = \pi/2$ .

Перейдемо вздовж цієї лінії в горизонтальну площину  $\theta = \pi/2$  і перепишемо вираз (4.5) з урахуванням (4.8) так:

$$c_p T + \frac{V_\infty^2}{2} \left[ 1 + \left( \frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha} \right) + y^2 \left( \frac{(u + \alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{1}{4} \right) \right] + \frac{V_\infty^2 y^2}{2 \cdot 4} = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2}$$

або після скорочення і застосування умови  $u(y_1) + \alpha = 0$

$$T_2 = T_\infty - \frac{V_\infty^2}{2c_p} \left[ \frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha} \right]_{y=y_1}, \quad \tau_2 = 1 - k_T \left[ \frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha} \right]_{y=y_1} \quad (4.12)$$

Очевидно, що на різних лініях течії, які перетинають горизонтальну вісь  $\theta = \pi/2$ , повна енергія (3.3) буде неперервною функцією змінних  $(T, y)$ , тобто

$$E_L(T, y) = c_p T + \frac{V_\infty^2}{2} \left[ 1 + \left( \frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha} \right) + y^2 \left( \frac{(u + \alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{1}{4} \right) \right] + \frac{\tilde{V}_\phi^2}{2} \quad y_1 \leq y \leq \infty. \quad (4.13)$$

При цьому відомі її значення у точках  $y = y_1$  (4.12) та за  $y \rightarrow \infty$ , де  $V = V_\infty$ ,  $T = T_\infty$ .

Уздовж незамкнених ліній течії, які по вертикалі прямують до  $z \rightarrow \infty$ , вираз (4.13) фіксується у точці  $y$  і зберігається вздовж кожної такої лінії, маючи у нескінченно віддаленій горизонтальній площині значення

$$E_L(\infty, y) = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2} + \frac{\tilde{V}_\phi^2}{2} \quad y_1 \leq y \leq \infty. \quad (4.14)$$

Прирівнюючи вирази (4.13) і (4.14), будемо функцію  $T(y)$  на горизонтальній осі з точністю до адитивної константи:

$$T = T_\infty - k_T T_\infty \left[ \left( \frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha} \right) + y^2 \left( \frac{(u + \alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{1}{4} \right) \right] + T_c. \quad (4.15)$$

Останню визначимо з умови, щоб у точці перетину кола  $y = y_1$  з горизонтальною віссю температура  $T$  була неперервною. Відтак отримуємо

$$T_c = -k_T \frac{y_1^2}{4} T_\infty. \quad (4.16)$$



Формулі (4.15) з допомогою (4.6) можна надати такого вигляду:

$$\tau(y) = 1 - k_B [(u_s^2 - 4\alpha u_s) + \alpha^2 y_1^2 + y^2 (u^2 + 2\alpha u)], \quad (4.17)$$

де  $k_B = B^2/2c_p T_\infty$ . Зображення (4.17) зручне тим, що можна варіювати швидкість збурення  $B$  та здійснювати граничний перехід  $B \rightarrow 0$  відповідно  $\tau \rightarrow 1, T \rightarrow T_\infty$ .

Враховуючи асимптотичні властивості функцій  $u(y)$  та  $u_s(y)$  із (4.4) та (4.5) за умови  $y \rightarrow \infty$ , з (4.17) отримаємо асимптотичну формулу

$$\tau_\infty \approx 1 - k_B (2\alpha \cos y + \alpha^2 y_1^2), \quad (4.18)$$

яку підтверджує графік залежності (4.17) на рис. 3. На рис. 5, а видно, як в туманності Egg Nebula завдяки періодичним збуренням простору виникають періодичні кільцеві зони конденсації, що повністю відповідає нашій теорії (рис. 3). Для вибраного числового прикладу з  $k_B = 45$  коливання мають розмах від  $20K$  до  $140K$ , якщо  $T_\infty = 100K$ .

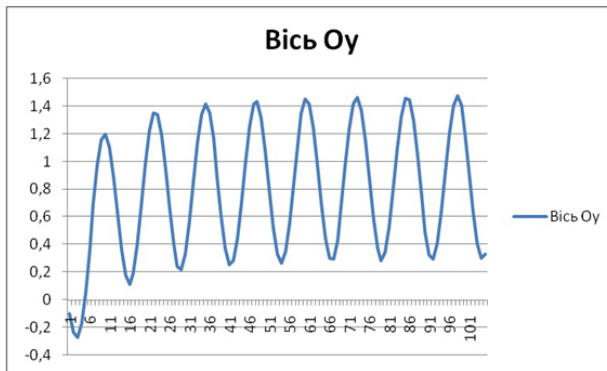


Рис. 3. Температурний коефіцієнт уздовж осі Oy (1 відповідає  $T = T_\infty$ )

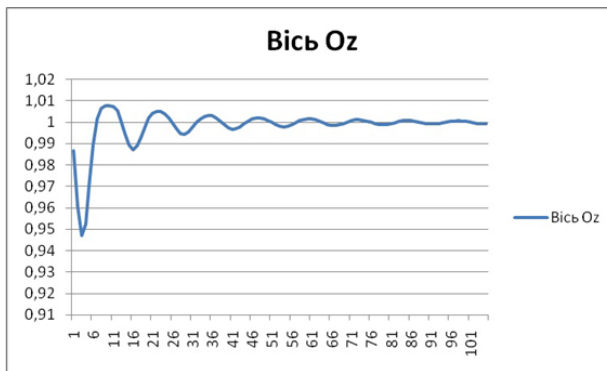


Рис. 4. Температурний коефіцієнт уздовж осі Oz (1 відповідає  $T = T_\infty$ )

Графік зміни температури вздовж осі вихору Oz (рис. 4) свідчить, що температурні хвилі збурення, які є значні у зоні перших двох сфер, далі досить швидко зникають, а коливання мають порядок  $\pm 1 - 2K$ . Це означає,

що вздовж осі вихору конденсація практично не виникає, що й демонструють численні знімки планетарних туманностей, у яких формується зірка та її планетна система (рис. 5, б).



Рис. 5. Протозіркові туманності: *a* — туманність Egg Nebula (фронтальний вигляд); *b* — туманність M-3 (вигляд збоку)

У табл. 3 наведено значення мінімумів температур та точки  $y = y_{\min}$ , де вони досягаються; паралельно вказано координати  $y^*$  найближчих до них центрів вихрових кілець вихору (2, 11). Порівняння  $min$  з даними  $y_1$  та  $y^*$  (табл. 2) говорить про те, що мінімальні температури мають місце у області вихрових кілець. Це сприяє утворенню на їх центрах зародків планет, оскільки за результатами роботи [20] у разі подальшої еволюції вихору центральні кола перетнуть усі внутрішні тороїди кільця, які, таким чином, будуть намотуватися на них, стикатися і злипатися.

Таблиця 3. Мінімальні температури, їх координати та радіуси центрів кілець у вихорі (2, 11)

№ кільця	$T_{\min}$	$y_{\min}$	$y^*$
1	-0,26940	9	9,4428
2	0,111901	15,5	15,854
3	0,215930	22	22,242
4	0,234861	28	28,624
5	0,267108	34,5	35,006
6	0,279138	41	41,39
7	0,285947	47	47,779
8	0,292221	53,5	54,178
9	0,298558	59,5	60,59
10	0,304273	66	67,03
11	0,309321	72,5	73,543

## 5. Висновки

1. Центральний вихровий диполь, здатний породити систему кілець порядку 10, є дуже потужним збуренням квазістаціонарного поля туманності, і в околі його центру, до  $y \approx 10$ , теоретичні падіння тиску й температур перевищують умови вакууму і тому є фізично неприйнятні. Як уже зазначалось нами [2,3], у даному випадку головними повинні бути інші фізичні чинники й закономірності, пов'язані з ядерними й електромагнітними процесами.

2. У межах зовнішніх вихрових кілець результати термодинамічного аналізу є більш прийнятні. Звертаємо увагу на різну поведінку температурних полів уздовж осі вихору  $Oz$  та горизонтальної осі  $Oy$ , а саме: уздовж осі вихору  $Oz$  після різкого падіння в центрі температура швидко стабілізується в околі 1 ( $T_\infty$ ), тоді як у площині вихору коливні збурення температури є практично незгасаючими і для вибраного числового варіанта коливаються між 1,4 – 0,2 від  $T_\infty$ . За  $T_\infty = 100K$  ці коливання становлять 20K – 140K, і зрозуміло, що у разі таких перепадів водень, гелій та азот конденсуються у кільцевих зонах мінімальних температур. Для них температури кипіння  $T_{H_2} = 20, 28K$ ,  $T_{He} = 4, 21K$ ,  $T_{N_2} = 77, 4K$ .

3. Указані зони конденсації знаходяться в околах центрів вихрових кілець (табл. 2,3), і цей фактор є сприятливий для утворення з цих кілець твердих планет на їх центральних колах, рух на яких є стійкий, що було доведено нами раніше [21].

### Бібліографічні посилання

1. *Перехрест В. І.* Новий розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихрових течій / В. І. Перехрест, Р. В. Іванов // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2002. — Вип. 6, т. 1. — С. 60–64.
2. *Перехрест В. І.* Планетарний вихор та гіпотези Лапласа і Вайцзекера / В. І. Перехрест // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2009. — Вип. 13, т. 2. — С. 113–124.
3. *Перехрест В. І.* Закон планетних відстаней у вихровій теорії планетарних систем / В. І. Перехрест // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2011. — Вип. 15, т. 1. — С. 21–33.
4. *Weizsäcker C. F.* Über die Entstehung des Planetensystems / C. F. Weizsäcker // Z. Astrophys. — 1943. — P. 319–355.
5. *J Jeans J. H.* Astronomy and cosmogony / J. H. Jeans. — Cambridge, 1929. — 320 p.
6. *Кононович Э. В.* Общий курс астрономии / Э. В. Кононович, В. И. Мороз — М. : Эдиториал УРСС, 2004. — 544 с.
7. *Сафронов В. С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет / В. С. Сафронов — М. : Наука, 1969. — 245 с.
8. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский — М. : Дрофа, 2003. — 840 с.
9. *Милн-Томпсон* Теоретическая гидродинамика / Милн-Томпсон. — М. : ИЛ, 1964. — 655 с.
10. *Салтанов Н. В.* Вихрь на сфере во внешнем потенциальном потоке и его связь с вихрем Хилла / Н. В. Салтанов, В. Н. Салтанов // К. : Доповіді НАНУ. — 1988. — № 9. — С. 70–75.

11. Ярмицкий А. Г. Сферические вихреобразования с ядром и оболочкой / А. Г. Ярмицкий // Изв. РАН. Сер. Механика жидкости и газа. — 2001. — № 3. — С. 21–27.
12. Boss A. P. Edited Vince Maunings / A. P. Boss, S. S. Russel // Protostars&Planets IV, Arizona Press. — 2000. — 378 p.
13. Bodenheimer P. Multiple fragmentataion of protostars / P. Bodenheimer, A. Burkert, R. Klein, A. Boss // Protostars&Planets IV, Arizona Press. — 2000. — P. 675–701.
14. Wuchterl G. Giant planet formation / G. Wuchterl, T. Guillot, J. Lissauer // Protostars&Planets IV, Arizona Press, 2000. — P. 1081–1109.
15. Ward W. R. Disk-planet interactions and the formation of planetary systems / W. R. Ward, J. Hahn // Protostars&Planets IV, Arizona Press. — 2000. — P. 1135–1155.
16. Ксанфомалити Л. В. Солнечная система, планетные системы звёзд и теория последовательной аккреции / Л. В. Ксанфомалити // Кинематика и физика небесных тел. — К. : ГАО НАНУ. — 2010. — Т. 26, № 4. — С. 84–106.
17. Mudryk I. R. RAPID: A fast, high resolution, flux-conservative algorithm desined for planet-disk interaction [Electronic resources] / I. R. Mudryk, N. W. Murray // The Journal of New Astronomy. — 2009. — [Cited 2008, 15 Dec.]. — Available from: <http://arxiv.org/abs/0812.2938>.
18. Boss A. P. Rapid formation of outer giant planets by disk instabiliny / A. P. Boss // Astroph. Journal, 10 December. — 2003. — P. 577–581.
19. The Exoplanet Data Explorer [Electronic resources] — Available from: <http://exoplanets.org/table?datasets=explorer,kepler,other>
20. Перехрест В. І. Інваріантні властивості кільця планетарного вихору та їх вплив на еволюцію вихору / В. І. Перехрест, Л. В. Ключинська // Вісник ДНУ. Серія: Моделювання. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2013. — Вип. 5, т. 21, № 8. — С. 107–117.
21. Перехрест В. І. Про стійкість і резонанси рухів у торових кільцях планетарного вихору / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук, Л. В. Ключинська // Вісник ДНУ. Серія: Моделювання. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2013. — Вип. 5, т. 21, № 8. — С. 98–106.

Надійшла до редколегії 31.01.2014