

УДК 532.5 + 523.9

РЕГУЛЯРНИЙ ТА СИНГУЛЯРНИЙ ПЛАНЕТАРНІ ВИХОРИ: ПОРІВНЯННЯ СТРУКТУР І ХАРАКТЕРИСТИК

М. М. Осипчук*, В. І. Перехрест**

* Придніпровська державна академія будівництва та архітектури,
49050, Дніпропетровськ, E-mail: Nikolay1111@bigmir.net

** Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара,
49050, Дніпропетровськ, E-mail: prokhrest@i.ua

Проведено порівняльне дослідження двох фундаментальних розв'язків просторово-осесиметричних рівнянь Ейлера, один з яких є регулярний у всьому просторі й описує регулярну систему вихрових кілець, а інший — сингулярний у початку координат. Показано, що попри особливість в нулі сингулярний розв'язок породжує течію зі скінченними інтегральними характеристиками та системами вихрових кілець, подібними до регулярного випадку і близькими з ним за глобальною структурою.

Ключові слова: гідродинамічні рівняння, фундаментальні розв'язки, регулярний і сингулярний диполі.

1. Вступ

У основоположній статті [1] було отримано окремий точний розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферично-осесиметричної вихрової течії; відповідна функція течії $\Psi(y, \theta)$ має вигляд

$$\Psi = \left[C_1 y^2 + C_2 \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) + C_3 \left(\sin y + \frac{\cos y}{y} \right) \right] \sin^2 \theta, \quad (1.1)$$

де (r, θ, φ) — сферичні координати; $y = C_0 r$, C_0 — стала, параметр обертання.

Планетарним вихором було названо [1-3] неперервний варіант окремого розв'язку (1.1) за $C_3 = 0$, який описує складну осесиметричну систему тороїдних вихорів, центральні з яких (n) знаходяться у замкнутих непроникних сферах, а зовнішні (m) — зовні останньої сфери — вільно «висять» у просторі й обтікаються наскрізними лініями течії (рис. 1). Кожній такій вихровій структурі (n, m) відповідає конкретне значення параметра $\alpha = C_1/C_2$. Центри (центральні кола) тороїдних кілець лежать у екваторіальній площині, причому всі зовнішні вихрові кільця обертаються в один бік на зразок космічних планетарних систем, зокрема Сонячної системи. У попередніх роботах [2,3] розглянуто регулярний планетарний вихор як регулярний варіант

розв'язку (1.1) у разі, коли $C_3 = 0$. Наразі вдаємося до дослідження сингулярної частини розв'язку (1.1) за умови $C_2 = 0$ та проведемо порівняння характеристик та структур цих вихорів.

2. Сингулярний та регулярний вихори, порівняння структур

Перш ніж розглядати повний розв'язок (1.1) з трьома доданками, розглянемо сингулярний вихор, що породжується сумою першого та третього доданків, а саме функцію

$$\Psi = C_3 \left(\alpha y^2 + \delta \left(\frac{\cos y}{y} + \sin y \right) \right) \sin^2 \theta = C_3 \tilde{\Phi}(y) \sin^2 \theta, \quad (2.1)$$

де C_3 виражає інтенсивність сингулярного диполя у центрі, а $\alpha = C_1/C_3$ — співвідношення інтенсивностей диполя та руху закрученого простору, як це було і для регулярного вихору [3]; δ — коефіцієнт інтенсивності сингулярного диполя, який спочатку покладемо $\delta = 1$.

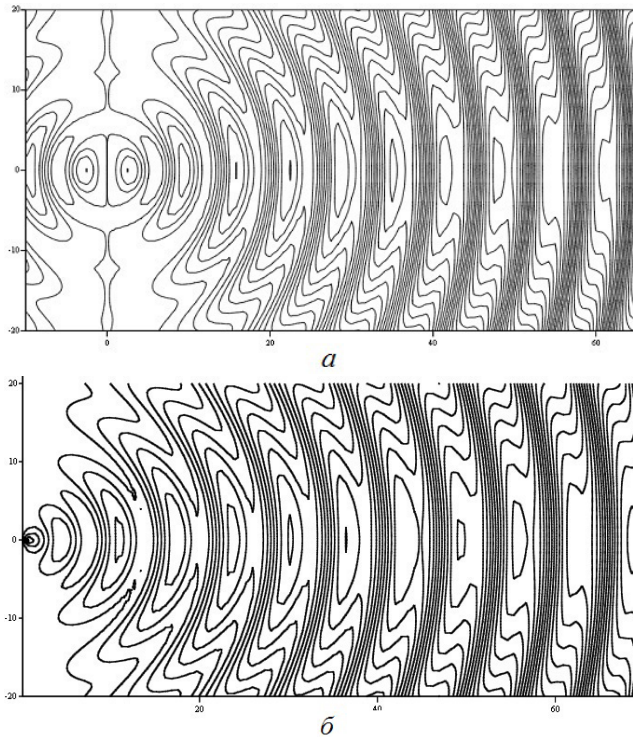


Рис. 1. Глобальні топологічні картини регулярного — a та сингулярного — b вихорів

Очевидно, що другий доданок у (2.1) є необмежений в околі $y = 0$ з особливістю порядку $O(y^{-1})$. За [4] швидкості представимо так:

$$\tilde{V}_r = -2\tilde{B} \frac{\tilde{\Phi}(y)}{y^2} \cos \theta, \quad \tilde{V}_\theta = \tilde{B} \frac{\tilde{\Phi}'(y)}{y} \sin \theta, \quad \tilde{V}_\varphi = \tilde{B} \frac{\tilde{\Phi}(y)}{y} \sin \theta; \quad (2.2)$$

усі вони є розривні у центрі вихору $y_0 = 0$; $\tilde{B} = C_3 C_0^2$.

Структури (n, m) вихорів визначаються кількістю n замкнутих сфер у центральній його частині та кількістю m вихрових кілець зовні (рис. 1). Умови для знаходження радіусів сфер, на яких $V_r = 0$, за (2.2) зводяться до рівняння

$$\tilde{\Phi}(y) \equiv \alpha y^2 + \delta \left(\sin y + \frac{\cos y}{y} \right) = 0, \quad (2.3)$$

множина коренів якого залежить від параметрів α та δ .

Таблиця 1. Порівняння параметрів і структур регулярного та сингулярного вихорів

№	$\alpha = -0,00655$			$\alpha = -0,01$		
	Регул.	Синг.		Регул.	Синг.	
		$\delta = 1$	$\delta = -1$		$\delta = 1$	$\delta = -1$
1	2,79026*	2,74592	2,85506	2,81522*	2,71977	2,88695
2	4,63822	4,54624*	4,41880*	4,72386	4,58097*	4,38626*
3	6,03419*	6,39602	5,88819	5,99136*	6,57362	5,77659
4	7,35970	7,62038*	7,82848*	7,17975	7,56702*	7,88551*
5	9,44279*	8,78520	10,04195	9,51132*	8,50600	10,68491
6	12,32219	11,0504*	10,7598*	12,23621	11,1306*	14,3599*
7	15,8543*	13,88153	11,4521	15,9709*	13,78431	16,87375
8	18,54972	17,4523*	14,2554*	18,41734	17,5816*	20,8018*
9	22,2421*	20,10369	16,99568	22,4117*	19,95900	23,03927
10	24,76168	23,8378*	20,6470*	24,57767	24,0219*	27,2438*
11	28,6239*	26,31331	23,20932	28,8552*	26,11521	29,18729
12	30,96569	30,2192*	27,0287*	30,72128	30,4679*	33,6973*
13	35,0055*	32,51571	29,41463	35,3138*	32,25416	35,31507
14	37,16352	36,6012*	33,4110*	36,84314	36,9327*	40,1786*
15	41,3897*	38,71202	35,61436	41,8074*	38,36869	41,41052
16	43,35503	42,98658*	39,7939*	42,92616	43,4417*	46,7397*
17	47,7794*	44,90179	41,80706	48,4230*	44,43555	47,42714
18	49,53891	49,37805*	46,1813*	48,88485		
19	54,1779*	51,08340	47,99377			
20	55,71247	55,7794*	52,5778*			
21	60,5908*	57,25372	54,17023			
22	61,87051	62,1975*	58,98640*			
23	67,0306*	63,40646	60,33291			
24	68,00099	68,6480*	65,4170*			
25	73,5428*	69,52603	66,47235			
26	74,05844	75,2137*	71,9000*			
27		75,52983	72,55635			
Структ.	(2, 11)	(3, 11)	(4, 10)	(2, 7)	(3, 6)	(2, 7)

Будемо порівнювати характеристики регулярного та сингулярного вихорів одиничної інтенсивності, тобто за $C_2 = C_3 = 1$ та $\delta = 1$; при цьому параметр α буде спільним. Грунтуючись на результатах, отриманих в [3], проведено порівняння за двох значень: $\alpha = -0,00655$ та $\alpha = -0,01$, яким відповідають структури (2, 11) та (2, 7) регулярних вихорів [3].

Порівняння проводили після того, як були чисельно пораховані всі корені рівняння (2.3) та двох рівнянь:

$$\Phi'(y) = 2\alpha y + \left(-\sin y + \frac{\sin y}{y^2} - \frac{\cos y}{y} \right) = 0 \text{ (регулярний вихор)}, \quad (2.4)$$

$$\tilde{\Phi}'(y) = 2\alpha y + \delta \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} - \frac{\cos y}{y^2} \right) = 0 \text{ (сингулярний вихор)}, \quad (2.5)$$

які визначають положення особливих точок у горизонтальній площині вихору $\theta = \pi/2$, за $\delta = \pm 1$. Зазначимо, що зміні знака коефіцієнта δ відповідає зміна напрямку викиду об'єму центральним диполем відносно напрямку швидкості V_∞ поступального руху простору вздовж осі Oz : за $\delta = 1$ вказані напрями є однакові, за $\delta = -1$ вони є протилежні.

Результати обчислень зведено в таблицю 1. Радіуси, виділені жирним шрифтом, відповідають непроникним сферам, а кожному зовнішньому кільцю відповідають 2 точки: радіус центра кільця (відзначений зірочкою *) та радіус точки самоперетину петлі сепаратриси, яка виділяє дане вихрове кільце (рис. 1).

Як бачимо з табл. 1, регулярний та сингулярний диполі з однакою інтенсивністю $C_2 = C_3 = 1$ та однаковим зовнішнім потоком з характеристикою α породжують близькі за структурою планетарні вихори, які мають майже однаковий набір зовнішніх вихрових кілець. Для першого прикладу з $\alpha = -0,01$ регулярний вихор має структуру (2, 7), а сингулярний — (3, 6), тобто кількість замкнутих сфер у сингулярному вихорі на 1 більша, а зовнішніх вихорів — на 1 менша. У вихорів з $\alpha = -0,00655$ структури регулярного (2, 11) і сингулярного (3, 11) мають однакову кількість зовнішніх кілець — 11, але, як і у попередньому випадку, кількість внутрішніх сфер у сингулярному на 1 більша (рис. 1).

Таким чином, як бачимо, що інтегральна потужність цих диполів у смислі породження ними зовнішніх серій вихрових кілець майже однакова. Суттєво відрізняються лише структури самих центральних диполів (рис. 2). У регулярному вихорі центр є звичайною точкою із скінченною швидкістю $V_0 = = 51,89V_\infty$, центральний тор заповнює першу сферу з центром, що є особливою точкою типу «центр» всередині сфери. Сингулярний диполь також міститься у центральній сфері, і єдиною особливою точкою типу «вузол» є центр вихору $y_0 = 0$, де усі параметри руху необмежені. Зовні першого диполя картини обох течій топологічно подібні: між сусідніми сферами міститься

одне торове кільце, а скінченна низка зовнішніх кілець обертається в один бік (рис. 1).

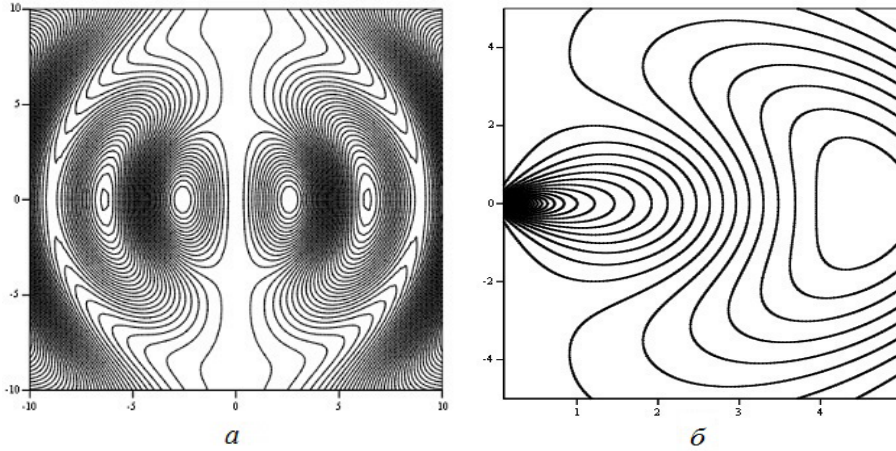


Рис. 2. Порівняння структур центральних вихрових диполів:
а — регулярний диполь; б — сингулярний диполь

3. Інтегральні характеристики регулярного і сингулярного вихорів

У особливому вихорі самі швидкості (2.2) у центрі $(0, 0)$ розривні, але ми покажемо, що осьовий кінетичний момент першої сфери-диполя є скінченний.

Для рухомої точки складова кутового момента відносно осі Oz дорівнює

$$I_z = |r \times V|_z = V_\varphi r \sin \theta, \quad (3.1)$$

де r — радіус-вектор; V — вектор швидкості; V_φ — колова швидкість (2.2).

Кінетичний момент руху течії відносно осі Ox також відмінний від нуля і дорівнює

$$I_x = |r \times V|_x = V_\theta r. \quad (3.2)$$

Інтегруємо кінетичні моменти (3.1) і (3.2) елементарних об'ємів

$$dQ = r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi \quad (3.3)$$

за об'ємами перших сфер y_1 регулярного і \tilde{y}_1 сингулярного вихорів. Маємо

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{B}{C_0^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{y_1} \left(\alpha y^2 + \cos y - \frac{\sin y}{y} \right) y^2 dy, \\ \tilde{I}_z &= \frac{\tilde{B}}{C_0^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{\tilde{y}_1} \left(\alpha y^2 + \frac{\cos y}{y} + \sin y \right) y^2 dy. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Після обчислення усіх інтегралів отримуємо:

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{8\pi B}{3C_0^4} \left[\frac{\alpha y_1^5}{5} + 3y_1 \cos y_1 + (y_1^2 - 3) \sin y_1 \right], \\ \tilde{I}_z &= \frac{8\pi \tilde{B}}{3C_0^4} \left[\frac{\alpha \tilde{y}_1^5}{5} - \tilde{y}_1^2 \cos \tilde{y}_1 + 3\tilde{y}_1 \sin \tilde{y}_1 - 3(1 - \cos \tilde{y}_1) \right]. \end{aligned} \quad (3.5)$$

За рівномірного розподілу густини у області вихорів доцільно ввести питомі кутові моменти

$$\mu_z = I_z/Q, \quad (3.6)$$

де $Q = \frac{4\pi y_1^3}{3C_0^3}$ — об'єм відповідної кулі.

Тоді відповідні значення питомих моментів дорівнюють

$$\tilde{\mu}_z = \frac{2\tilde{\beta}}{\tilde{y}_1^3} \left[\frac{\alpha\tilde{y}_1^5}{5} - \tilde{y}_1^2 \cos \tilde{y}_1 + 3\tilde{y}_1 \sin \tilde{y}_1 - 3(1 - \cos \tilde{y}_1) \right] \quad (3.7)$$

для сингулярного диполя і

$$\mu_z = \frac{2\beta}{y_1^3} \left[\frac{\alpha y_1^5}{5} + 3y_1 \cos y_1 + (y_1^2 - 3) \sin y_1 \right] \quad (3.8)$$

для регулярного, де $\beta = C_0 C_2$ — параметр кутового момента в $m^2/сек$. Аналогічно обчислюємо інтеграли для кінетичних моментів I_x , які є також неособливі:

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{B}{C_0^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \int_0^{y_1} \left(2\alpha y - \sin y + \frac{\sin y}{y^2} - \frac{\cos y}{y} \right) y^2 dy, \\ \tilde{I}_x &= \frac{\tilde{B}}{C_0^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \int_0^{\tilde{y}_1} \left(2\alpha y + \cos y - \frac{\sin y}{y} - \frac{\cos y}{y^2} \right) y^2 dy, \end{aligned} \quad (3.9)$$

і остаточно отримуємо питомі кутові моменти:

$$\mu_x = \frac{3\pi\beta}{4y_1^3} \left[\frac{\alpha y_1^4}{2} - 3y_1 \sin y_1 - 4(\cos y_1 - 1) + y_1^2 \cos y_1 \right], \quad (3.10)$$

$$\tilde{\mu}_x = \frac{3\pi\tilde{\beta}}{4\tilde{y}_1^3} \left[\frac{\alpha\tilde{y}_1^4}{2} + (\tilde{y}_1^2 - 4) \sin \tilde{y}_1 + 3\tilde{y}_1 \cos \tilde{y}_1 \right]. \quad (3.11)$$

Порашовані значення питомих кутових моментів для регулярного і сингулярного диполів з однаковим значенням $\alpha = -0,00655$ і $C_2 = C_3 = 1$ наведено в табл. 2. Скориставшись формулами (3.7), (3.8), (3.11) та значеннями з табл. 1, $y_1 = 4,6382251$ та $\tilde{y}_1 = 2,745922$, отримуємо значення коефіцієнтів питомих моментів:

$$\begin{aligned} \mu_z &= -0,4470785\beta & \mu_E &= +0,355688\beta, \\ \tilde{\mu}_z &= +0,4018318\tilde{\beta} & \tilde{\mu}_E &= -0,73095\tilde{\beta}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

За отриманими значеннями питомих моментів (3.12) можна бачити, що, незважаючи на те, що $\lim_{y \rightarrow 0} \tilde{V}_\varphi(y) = \lim_{y \rightarrow 0} \tilde{V}_\theta = +\infty$, інтегральні значення кутових моментів центральної сфери сингулярного диполя є скінченні і мають один порядок з кутовими моментами регулярного диполя з такою ж одиничною інтенсивністю (табл. 2). Проте за $\delta = +1$ обертання у центральному диполі буде додатним, що за наявності 3 сфер з чергуванням напрямів обертань на них забезпечує однакове (за годинниковою стрілкою) обертання зовнішньої

серії вихорів. Останнє для обох вихорів визначається спільним параметром α і за $\alpha < 0$ буде від'ємним, оскільки

$$\omega_\infty = \lim_{y \rightarrow \infty} B\Phi(y) = \lim_{y \rightarrow \infty} B\tilde{\Phi}(y) = B\alpha. \quad (3.13)$$

У разі $\delta = -1$ викид маси центральним диполем є протилежний до напрямку швидкості V_∞ простору, а його обертання — від'ємне. Тому в цьому варіанті виникає 2 сфери, що забезпечує також від'ємне обертання зовнішніх кілець.

Оцінимо ще витратні характеристики центральних диполів обох вихорів.

Характерним для дипольних джерел об'єму (маси) є те, що сумарний потік швидкості через сфери, що оточують дипольне джерело, дорівнює нулю. Точніше, з огляду на антисиметрію додатний потік через одну півсферу компенсується таким же від'ємним потоком через другу півсферу. Тому інтенсивність або момент дипольного джерела визначається потоком вектора швидкості через одну півсферу.

Потік $q = \iint_S V_n dS$ векторного поля

$$V_n = V_r = -2B \frac{\Phi(y_0)}{y_0^2} \cos \theta, \quad dS = r_0^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad (3.14)$$

через верхню півсферу S радіуса r_0 визначається інтегралом

$$q = -\frac{B\Phi(y_0)}{C_0^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin 2\theta d\theta = -2\pi C_2 \Phi(y_0) \quad (3.15)$$

для регулярного диполя і

$$\tilde{q} = -\frac{\tilde{B}\tilde{\Phi}(y_0)}{C_0^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin 2\theta d\theta = -2\pi C_3 \tilde{\Phi}(y_0) \quad (3.16)$$

для сингулярного. Звідси видно, що константи C_2 і C_3 є витратними характеристиками цих диполів з розмірністю $m^3/сек$.

З (3.15) і (3.16) видно, що витрати для обох диполів по півсферах радіусів $0 < y_0 \leq y_1$ є скінченні, але

$$\lim_{y_0 \rightarrow 0} q(y_0) = 0, \quad \lim_{y_0 \rightarrow 0} \tilde{q}(y_0) = -\infty, \quad (3.17)$$

причому $q(y_1) = \tilde{q}(\tilde{y}_1) = 0$, бо сфери радіусів y_1, \tilde{y}_1 є непроникні з властивістю $V_r(y_1) = 0$.

Очевидно, що для обчислення повної витрати регулярного диполя треба у (3.15) покласти $y_0 = y_1^*$ — радіусу центра першого кільця всередині першої сфери, і тоді інтеграл (3.15) по сфері радіуса y_1^*

$$q = -2\pi C_2 \Phi(y_1^*) \quad (3.18)$$

дає також потік вектора по кругу радіуса y_1^* , що є основою замкнутої півкулі.

Для оцінки витратної характеристики сингулярного диполя до розривної функції розподілу (3.16) застосуємо інтегральну теорему про середнє значення по кругу $[0, \tilde{y}_1]$, тобто підрахуємо інтеграл

$$\tilde{q}_* = \frac{2\pi C_3}{\pi \tilde{y}_1^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\tilde{y}_1} \tilde{\Phi}(y) y dy \quad (3.19)$$

який, очевидно, вже є збіжний, а його обчислення дає величину

$$\tilde{q}_* = \frac{4\pi C_3}{\tilde{y}_1^2} \left(\frac{\alpha \tilde{y}_1^4}{4} + 2 \sin \tilde{y}_1 - \tilde{y}_1 \cos \tilde{y}_1 \right). \quad (3.20)$$

Якщо витрати (3.19) і (3.20) поділити на об'єми відповідних півкуль (3.6), то одержимо коефіцієнти усередненої дивергенції у цих диполях

$$\begin{aligned} k_v &= \frac{2q}{Q} = \frac{3C_2 C_0^3}{y_1^3} \left(\alpha y_1^2 + \cos y_1 - \frac{\sin y_1}{y_1} \right), \\ \tilde{k}_v &= \frac{6C_3 C_0^3}{y_1^5} \left(\frac{\alpha \tilde{y}_1^4}{4} + 2 \sin \tilde{y}_1 - \tilde{y}_1 \cos \tilde{y}_1 \right). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Для вихору з $\alpha = -0,00655$, $\tilde{y}_1 = 2,745922$, $y_1^* = 2,790261$; обчислені за (3.21) при $C_2 = C_3 = C_0 = 1$ коефіцієнти витрат наведено також у табл. 2. Там же наведено об'єми Q центральних сфер обох диполів.

Таблиця 2. Порівняння інтегральних характеристик двох диполів,
 $\alpha = -0,00655$

Тип	Струк.	Q	k_v	$V_\theta(y_1)$	$V_\theta(y_n)$	$\mu_z(y_1)$	$\mu_x(y_1)$
Рег.	(2, 11)	418,515	0,15373	+0,1953	-0,1392	-0,447	0,3356
Синг.	(3, 11)	86,8401	0,12343	-0,3556	-0,1109	0,4018	-0,731

Рух від центральних диполів передається назовні через меридіональні швидкості на перших сферах, тобто

$$V_{\theta 1} = \left(B \frac{\Phi'(y)}{y} \sin \theta \right)_{y=y_1} \quad \text{і} \quad \tilde{V}_{\theta 1} = \left(\tilde{B} \frac{\tilde{\Phi}'(y)}{y} \sin \theta \right)_{y=\tilde{y}_1}, \quad (3.22)$$

оскільки з огляду на (2.2) і (2.3) на цих сферах $V_r(y_1) = V_\varphi(y_1) = 0$. Покладемо у формулах $\delta = C_3 = C_2 = 1$, тобто порівняємо вихори з однаковою одиничною потужністю їх центральних диполів. Очевидно, що максимальні значення функцій (3.16) досягаються за $\theta = \pi/2$ і їх обчислення дає величини, наведені у табл. 2. Там же наведено максимальні значення меридіональних швидкостей на крайніх сферах (у регулярному на 2-й з $y_2 = 7,359704$, у сингулярному — на 3-й з $y_3 = 8,785201$), які передають рух на зовнішні кільця.

4. Порівняння, висновки

З порівняння характеристик диполів (табл. 2) бачимо, що об'єм сингулярного центрального диполя є у 5 разів менший за об'єм регулярного диполя.

Але регулярний і сингулярний диполі мають питомі кінетичні моменти одного порядку (табл. 2) та породжують меридіональні швидкості також одного порядку. Відповідно на першій крайній 3-й сфері сингулярного вихору і на крайній 2-й сфері регулярного вихору швидкості майже однакові, тому в цілому обидва диполі породжують однакову кількість, 11 зовнішніх вихрових кілець. Коефіцієнти дивергенції обох вихорів близькі за величиною з відношенням 1,25 на користь регулярного вихору.

Отже, інтегральна потужність регулярного й сингулярного вихорів стосовно породження ними серії зовнішніх тороїдних кілець майже однакова, глобальні топологічні картини цієї системи кілець також ідентичні. Суттєво відрізняються лише топологічні структури центральних диполів (рис. 2), але, незважаючи на існування в сингулярному вихорі розривної особливості в нулі, інтегральні характеристики руху в цьому диполі (кінетичний момент, інтегральна витрата) є обмеженими величинами.

Таким чином, сингулярний вихровий диполь (2.1) є один із фундаментальних розв'язків нелінійних рівнянь гідродинаміки, що стоїть у ряду таких класичних особливостей рівнянь математичної фізики, як просторове джерело ($1/r$), вихроджерело $\ln r$ та ін., де самі функції є розривні в нулі, а інтегральні характеристики руху середовища для них існують і є скінченні.

Насправді ми не знаємо, яким є дійсне співвідношення інтенсивностей регулярного і сингулярного диполів у разі утворення реальних космічних вихорів з усіма трьома доданками у (1.1). Зазначимо лише, що ідея «сингулярності» присутня у більшості сучасних астрофізичних теорій утворення космічних систем, зокрема у понятті Великого Вибуху, наприклад: «З точки зору математики момент Великого Вибуху є тим, що називається сингулярністю або особливістю. У околі такої сингулярності кривина простору-часу прямує до нескінченності» [5]. Прочитуємо ще класика астрофізики Дж. Джинса, який говорить: «Припущення, яке настійно виникає, полягає в тому, що центри туманностей мають характер «сингулярних точок». У цих точках матерія втікає у наш світ з якогось іншого і зовсім стороннього простору. Тим самим мешканцю нашого світу сингулярні точки уявляються місцями, де постійно народжується матерія» [6].

Тому на черзі дослідження повного розв'язку (1.1), тобто вихрових структур, які він породжує, та аналіз впливу інтенсивностей C_2 , C_3 регулярної та сингулярної складових на структури первинних вихорів, що може привести за методикою робіт [7,8] до уточнення закону планетних відстаней та його кращої відповідності експериментальним даним.

Бібліографічні посилання

1. *Перехрест В. І.* Новий розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихрових течій / В. І. Перехрест, Р. В. Іванов // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2002. — Вип. 6, т. 1. — С. 60–64.
2. *Перехрест В. І.* Планетарний вихор та гіпотези Лапласа і Вайцзекера / В. І. Перехрест // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2009. — Вип. 13, т. 2. — С. 113–124.
3. *Перехрест В. І.* Про структури планетарних вихорів і закономірності їх обертання / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2010. — Вип. 14, т. 18, № 5. — С. 110–118.
4. *Милн-Томпсон.* Теоретическая гидродинамика / Милн-Томпсон — М., 1964. — 655 с.
5. *Парновский С. Л.* Введение в современную космологию / С. Л. Парновский, А. С. Парновский — К. : Наукова думка, 2013. — 149 с.
6. *Jeans J. H.* Astronomy and cosmology / J. H. Jeans // Cambridge. — 1929. — 184 p.
7. *Перехрест В. І.* Закон планетних відстаней у вихровій теорії планетарних систем / В. І. Перехрест // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2011. — Вип. 15, т. 1. — С. 21–33.
8. *Перехрест В. І.* Обернена задача планетних відстаней / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук // Вісник ДНУ. Серія: Моделювання. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2012. — Вип. 4, т. 20, № 8. — С. 116–127.

Надійшла до редколегії 17.01.2014