

мических аппаратов находятся вне зоны видимости наземной станции. Симметричность орбитальной структуры (равномерность разнесения ее орбитальных плоскостей по долготе восходящего узла) приводит к тому, что относительно постоянное число космических аппаратов для связи не используется.

Перед расчетом расписания видимости предлагается для одной из орбитальных плоскостей определить интервалы ее видимости и невидимости из наземной станции (основываясь на алгоритмах расчетов пунктов 2 и 5). Для всех остальных орбитальных плоскостей эти интервалы времени сдвинуты на постоянную величину. Для каждого космического аппарата группировки расчеты пунктов 1–6 выполняются только на тех интервалах времени, на которых его траектория видна из наземной станции.

**Выводы.** Предложенная методика может быть использована, когда точность определения начала и конца интервала видимости требуется невысокая (возможна погрешность до 2 минут). Однако составление расписания видимости в большинстве практических задач и не требует высокой точности. При этом шаг по времени, равный периоду обращения орбитального объекта, позволяет в сотни раз снизить время, затрачиваемое на прогноз. Исключение из рассмотрения значительной части множества космических аппаратов спутниковой системы, невидимых для наземной станции на текущем отрезке, для которого реализуется прогноз, также существенно снижает затраты времени на прогнозирование.

#### Библиографические ссылки

1. **Белянский П. В.** Управление наземными антеннами и радиотелескопами / П. В. Белянский, Б. Г. Сергеев. – М.: Сов. радио, 1980. – 280 с.
2. **Лабуткина Т. В.** Методика прогноза механических конфликтов между элементами квазистабильного множества орбитальных тел / Т. В. Лабуткина // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – 2009. – Т. IX. – С. 41–52.
3. **Лурье О. И.** Метод прогноза интервалов видимости орбитальных объектов / О. И. Лурье, Т. В. Лабуткина // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – 2012. – Т. XIII. – С. 48–56.
4. Основы теории полета и проектирования искусственных спутников Земли / под ред. М. К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1974. – 323 с.

*Надійшла до редколегії 01.09.2012.*

УДК 629.78

**А. А. Манойленко, В. Л. Тихонов\***

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара  
\*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”  
им. М.К. Янгеля»*

#### РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

**Наведено розрахунок похибок оцінювання кутових швидкостей ракети-носія, яка оснащена безплатформеною інерціальною навігаційною системою з використанням оптимального рекурентного фільтра Калмана.**

**Ключові слова:** ракета-носіє, навігаційна система, фільтр Калмана, похибка оцінювання.

**Приведен расчет погрешностей оценивания угловых скоростей ракеты-носителя, которая оснащена безлатформенной инерциальной навигационной системой, с использованием оптимального рекуррентного фильтра Калмана.**

**Ключевые слова:** ракета-носитель, навигационная система, фильтр Калмана, погрешность оценивания.

**The calculation of errors of evaluation of angular velocities of rocket-transmitter is resulted, which is equipped BINS, with the use of optimum recurrent filter of Kalman.**

**Key words:** carrier rocket, navigational, filter of Kalman, evaluation error.

**Введение.** При создании безлатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) одной из основных задач является обеспечение их высокоточной калибровки, которая связана с определением систематических погрешностей инерциальных измерителей (ИИ) системы с требуемой точностью. В связи с этим исследования, направленные на повышение точности определения систематических погрешностей инерциальных измерителей БИНС, включающих акселерометры (АК) и датчики угловых скоростей (ДУС), являются актуальными.

Для обеспечения таких исследований требуются:

- математическая модель погрешностей инерциальных измерителей БИНС;
- быстродействующие и точные алгоритмы фильтрации сигналов и оценивания параметров движения динамической системы в целом.

В общем виде *задача оценивания* вектора  $X$  состояния системы состоит в построении оценки  $\hat{X}$  для вектора  $X$  по измерениям  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ , где  $k$  – номер дискретного шага. Вектор измерений  $Z$  является аддитивной функцией полезного сигнала и помехи. Для решения этой задачи в данной работе использован оптимальный рекуррентный алгоритм оценивания, называемый фильтром Калмана, позволяющий минимизировать среднеквадратическую ошибку (СКО) оценивания вектора состояния объекта и выделять полезный сигнал на фоне помех. Алгоритм оптимального фильтра Калмана для дискретных наблюдений и дискретной модели сигнала позволяет выполнять оптимальное оценивание в реальном масштабе времени.

**Математическая модель объекта наблюдения.** В качестве объекта наблюдения рассмотрим ДУС в составе БИНС, которые измеряют угловую скорость ракеты-носителя (РН). Обозначим через  $X = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$  – вектор состояния объекта, где  $\omega_i$  – проекции вектора угловой скорости РН на оси приборной системы координат (ПСК) БИНС,  $i = x, y, z$ .

Предположим, что угловая скорость РН по тангажу постоянна  $\omega_z \approx \dot{\theta} = const$ , а по крену и рысканию  $\omega_x = \omega_y = 0$ .

Конечно-разностное уравнение дискретной линейной системы в пространстве состояний в векторно-матричной форме, удобной для применения фильтра Калмана, имеет вид:

$$X_k = F X_{k-1} + q, \quad (1)$$

где  $k = 1, 2, \dots$  – номер дискретного такта,  $T = 0,04$  с;  $q = (q_x, q_y, q_z)$  – случайный вектор входного возмущения (вектор шумов процесса, входной шум) с корреляционной матрицей

$$Q = \begin{vmatrix} q_e & 0 & 0 \\ 0 & q_e & 0 \\ 0 & 0 & q_e \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Примем, что случайные величины  $q_i$ ,  $i = x, y, z$  распределены по нормальному закону в диапазоне значений  $\pm 3\sqrt{q_e}$ ,  $q_e = 0,36 \cdot 10^{-13}$  град<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>.

Фундаментальная матрица  $F$  – единичная.

**Математическая модель процесса измерений.** Вектор суммарной погрешности показаний ДУС, обусловленной инструментальными погрешностями и погрешностями установки, в приборной системе координат БИНС имеет вид:

$$E = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} = H_0 \times \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta\omega_x + \delta\omega_x / \sqrt{t} \\ \Delta\omega_y + \delta\omega_y / \sqrt{t} \\ \Delta\omega_z + \delta\omega_z / \sqrt{t} \end{pmatrix} = H_0 X + \Delta\Omega; \quad (3)$$

где  $H_0 = \begin{pmatrix} \delta\mu_x & \delta\alpha_{xy} & -\delta\alpha_{xz} \\ -\delta\alpha_{yx} & \delta\mu_y & \delta\alpha_{yz} \\ \delta\alpha_{zx} & -\delta\alpha_{zy} & \delta\mu_z \end{pmatrix}$ ;  $\delta\mu_i$  – нестабильность цены импульса ДУС;  $\delta\alpha_{ij}$  –

неортогональность осей чувствительности ДУС в ПСК;  $\Delta\omega_i$  – нестабильность смещения нулей ДУС;  $\delta\omega_i$  – случайный уход (дрейф) ДУС;  $i, j = x, y, z$ .

Уравнение наблюдения в векторно-матричном виде, удобном для применения фильтра Калмана, запишем в виде:

$$Z = X + E + r = X + (H_0 X + \Delta\Omega) + r = (I + H_0)X + \Delta\Omega + r = HX + \Delta\Omega + r, \quad (4)$$

где  $Z$  – вектор измерения угловых скоростей РН, поступающих с ДУС;

$$H = \begin{pmatrix} 1 + \delta\mu_x & \delta\alpha_{xy} & -\delta\alpha_{xz} \\ -\delta\alpha_{yx} & 1 + \delta\mu_y & \delta\alpha_{yz} \\ \delta\alpha_{zx} & -\delta\alpha_{zy} & 1 + \delta\mu_z \end{pmatrix} - \text{переходная матрица измерения; } I - \text{единичная}$$

матрица;  $r$  – случайный вектор шумов измерений (измерительный шум) с корреляционной матрицей

$$R = \begin{pmatrix} r_e & 0 & 0 \\ 0 & r_e & 0 \\ 0 & 0 & r_e \end{pmatrix}.$$

Примем, что случайные величины  $r_i, i = x, y, z$ , распределены по нормальному закону в диапазоне значений  $\pm 3\sqrt{r_e}, r_e = 0,04 \text{ град}^2 / \text{с}^2$ .

**Результаты моделирования.** Моделирование процесса оценивания вектора угловой скорости РН на оси приборной системы координат БИНС проводилось с использованием оптимального рекуррентного фильтра Калмана. При этом в качестве начальной ковариационной матрицы ошибок оценивания  $P$  принималась матрица

$$P(0) = \begin{pmatrix} p_o & 0 & 0 \\ 0 & p_o & 0 \\ 0 & 0 & p_o \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $p_o = 0,225 \cdot 10^{-3} \text{ град}^2 / \text{с}^2$  – дисперсии величин  $\Delta\omega_i$ .

При моделировании принимались следующие данные, характеризующие номинальную траекторию полета трехступенчатой РН, и датчики угловых скоростей БИНС типа ADIS-16350, приведенные в табл. 1, 2.

Таблица 1

**Параметры, характеризующие номинальную траекторию полета РН**

Величина	1 ступень	2 ступень	3 ступень (разгонный блок)
Продолжительность полета ступени РН, $t, \text{с}$	0–110	110–354	354–1029
Среднее значение угловой скорости по тангажу $\omega_z, \text{град} / \text{с}$	–0,59	–0,11	0,1

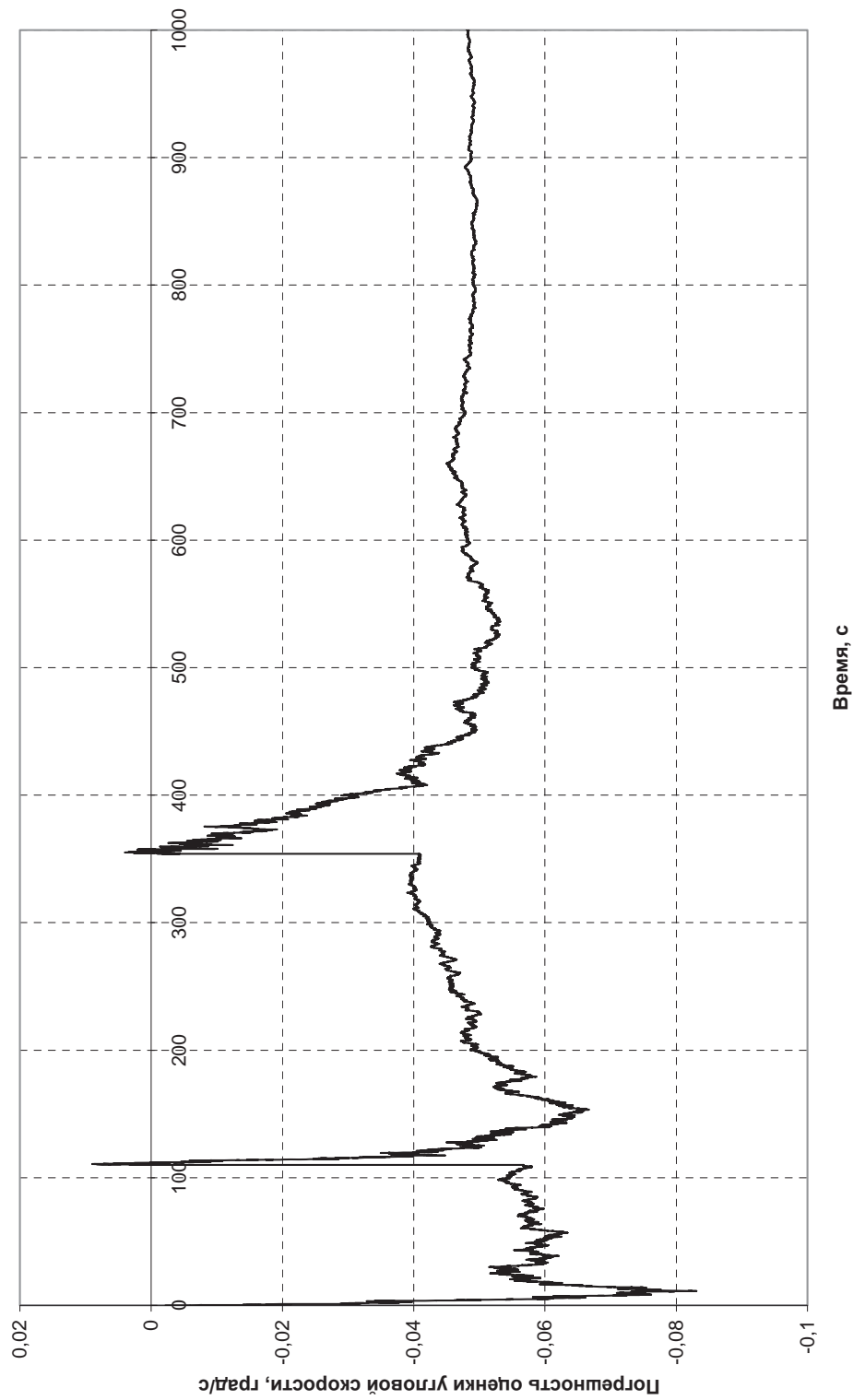


Рис. 1. Погрешность оценки угловой скорости  $\omega_x$

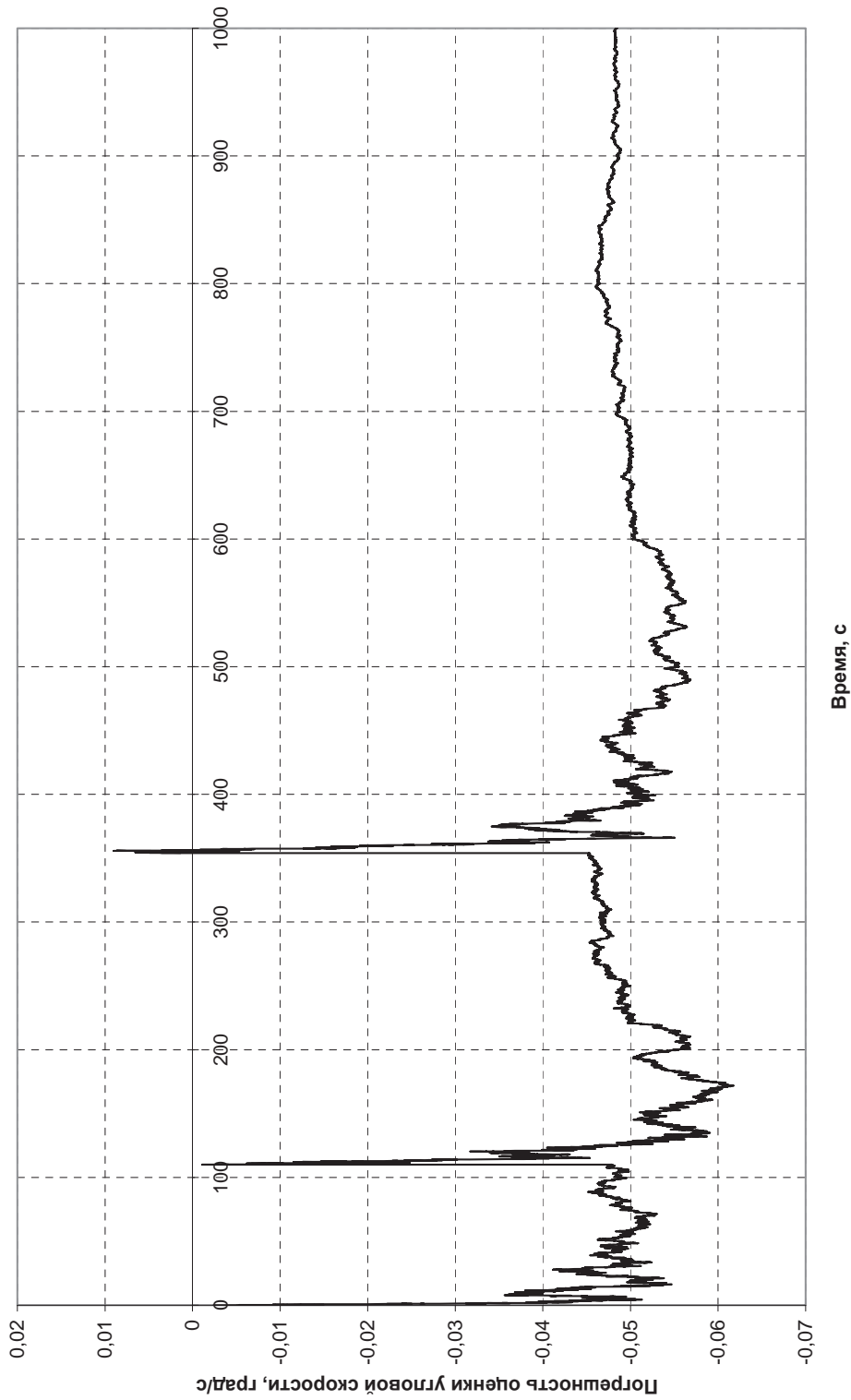


Рис. 2. Погрешность оценки угловой скорости  $\omega_y$

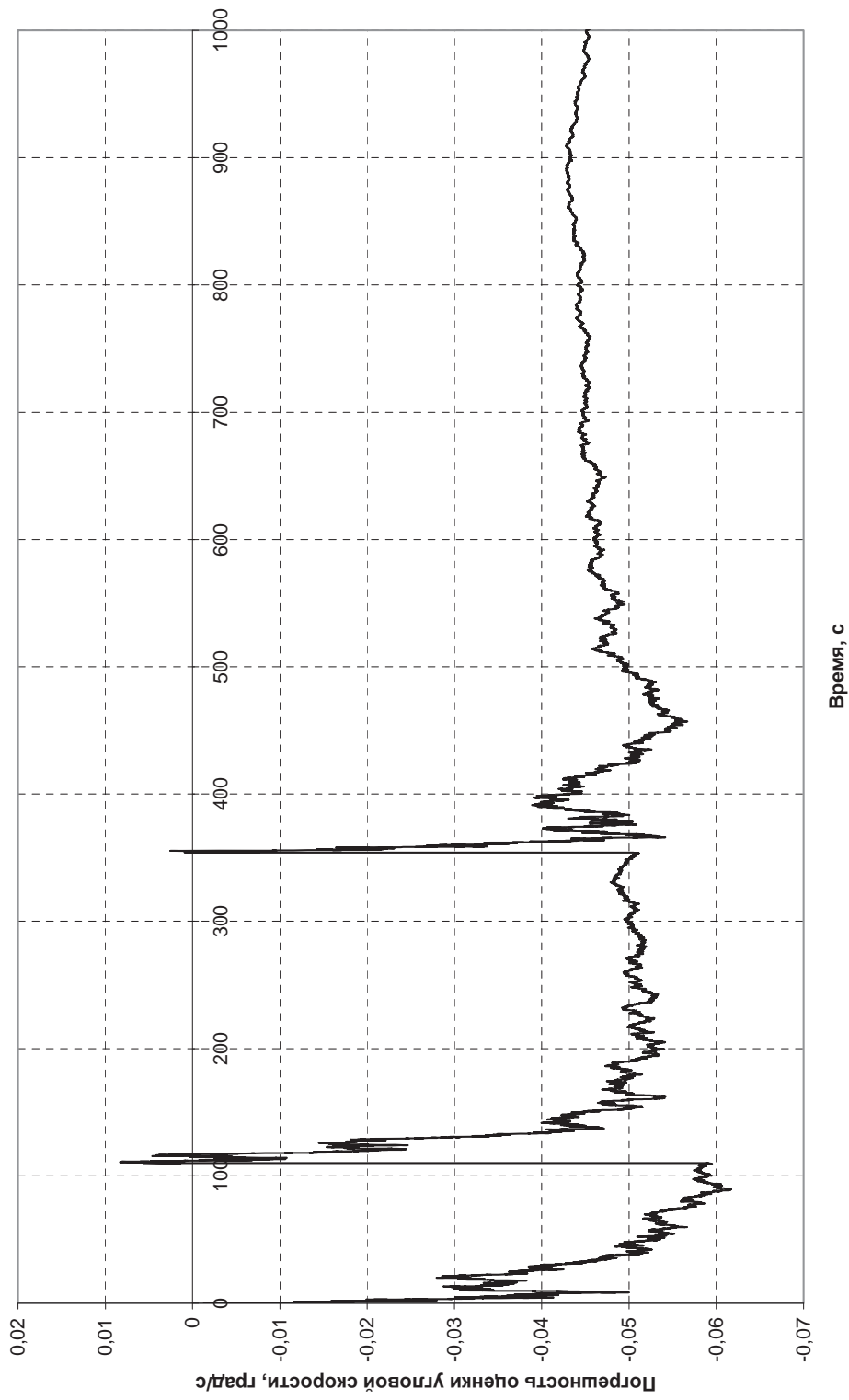


Рис. 3. Погрешность оценки угловой скорости  $\omega_z$

Таблиця 2

## Параметры, характеризующие ДУС БИНС РН

Характеристика	Датчики угловых скоростей
Нестабильность цены импульса, б/р	$\delta \mu_i = 0,01$
Нестабильность смещения нулей, ( $1\sigma$ );	$\Delta \omega_i = 0,015 \text{ град} / \text{с}$
Случайный уход (дрейф) нулей	$\delta \omega_i = 4,2 \text{ град} / \sqrt{\text{час}}$
Спектральная плотность шума измерения	$0,05 \text{ град} / \text{с} / \sqrt{\text{Гц}}$
Неортогональность осей чувствительности к плоскостям установки ПСК, град	$\delta \alpha_{ij} = 0,25$
Частота полосы пропускания сигналов, Гц	16

На рис. 1–3 представлены графики погрешности оценивания  $\varepsilon = \tilde{X} - X$  вектора  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$  угловой скорости РН в ПСК.

Из полученных результатов следует, что погрешности оценивания вектора угловой скорости РН в ПСК находятся в диапазонах значений:

- для первой ступени  $\pm 0,083 \text{ град} / \text{с}$  ( $t = 0-110 \text{ с}$ );
- для второй ступени  $\pm 0,066 \text{ град} / \text{с}$  ( $t = 110-354 \text{ с}$ );
- для третьей ступени  $\pm 0,056 \text{ град} / \text{с}$  ( $t = 354-1029 \text{ с}$ ).

## Библиографические ссылки

1. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана / А.В. Балакришнан. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
2. Браммер К. Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлинг. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
3. Кузовков Н.Т. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация / Н.Т. Кузовков, О.С. Салычев. – М.: Машиностроение, 1978. – 204 с.
4. Сейдж Э. Теория оценивания и её применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
5. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева / И.Н. Синицын. – М.: Университетская книга, Логос, 2007. – 640 с.

Надійшла до редколегії 01.06.2012.

УДК 532.51

Л. Е. Пицык, А. Л. Пицык

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

## РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ШЕРОХОВАТЫХ ЦИЛИНДРОВ ПРИ КРИТИЧЕСКИХ И ЗАКРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ОБТЕКАНИЯ

Пропонується асимптотичний метод розрахунку коефіцієнта опору еліптичного циліндра з шорсткою поверхнею при перехідному та турбулентному режимах обтікання, що враховує вплив кута атаки, числа Рейнольдса та ступеня шорсткості поверхні.

**Ключові слова:** еліптичний циліндр; шорстка поверхня; нестислива рідина; перехідний, турбулентний режим обтікання; асимптотичний метод; коефіцієнт опору; аналітичні вирази.