Таблица 2

Параметры, характеризующие ДУС БИНС РН

Характеристика	Датчики угловых скоростей
Нестабильность цены импульса, *б/р*	$\delta\mu_i = 0{,}01$
Нестабильность смещения нулей, (1σ);	$\Delta\ \omega_i = 0{,}015\ град/с$
Случайный уход (дрейф) нулей	$\delta\ \omega_i = 4{,}2\ град/\sqrt{час}$
Спектральная плотность шума измерения	$0{,}05\ град/с/\sqrt{Гц}$
Неортогональность осей чувствительности к плоскостям установки ПСК, *град*	$\delta\alpha_{ij} = 0{,}25$
Частота полосы пропускания сигналов, *Гц*	16

На рис. 1–3 представлены графики погрешности оценивания $\varepsilon = \tilde{X} - X$ вектора $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ угловой скорости РН в ПСК.

Из полученных результатов следует, что погрешности оценивания вектора угловой скорости РН в ПСК находятся в диапазонах значений:

– для первой ступени $\pm 0{,}083$ *град / с* (t = 0–110 c);

– для второй ступени $\pm 0{,}066$ *град / с* (t = 110–354 c);

– для третьей ступени $\pm 0{,}056$ *град / с* (t = 354–1029 c).

Библиографические ссылки

1. **Балакришнан А.В.** Теория фильтрации Калмана / А.В. Балакришнан. – М.: Мир, 1988. – 168 с.

2. **Браммер К.** Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлинг. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

3. **Кузовков Н.Т.** Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация / Н.Т. Кузовков, О.С. Салычев. – М.: Машиностроение, 1978. – 204 с.

4. **Сейдж Э.** Теория оценивания и её применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 496 с.

5. **Синицын И.Н.** Фильтры Калмана и Пугачева / И.Н. Синицын. – М.: Университетская книга, Логос, 2007. – 640 с.

Надійшла до редколегії 01.06.2012.

УДК 532.51

Л. Е. Пицык, А. Л. Пицык

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ШЕРОХОВАТЫХ ЦИЛИНДРОВ ПРИ КРИТИЧЕСКИХ И ЗАКРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ОБТЕКАНИЯ

Пропонується асимптотичний метод розрахунку коефіцієнта опору еліптичного циліндра з шорсткою поверхнею при перехідному та турбулентному режимах обтікання, що враховує вплив кута атаки, числа Рейнольдса та ступеня шорсткості поверхні.

***Ключові слова**:* елептичний циліндр; шорстка поверхня; нестислива рідина; перехідний, турбулентний режим обтікання; асимптотичний метод; коефіцієнт опору; аналітичні вирази.

Предлагается асимптотический метод расчета коэффициента сопротивления эллиптического цилиндра с шероховатой поверхностью при переходном и турбулентном режимах обтекания, учитывающий влияние угла атаки, числа Рейнольдса и степени шероховатости поверхности.

Ключевые слова: эллиптический цилиндр; шероховатая поверхность; несжимаемая жидкость; переходный, турбулентный режим обтекания; асимптотический метод; коэффициент сопротивления; аналитические выражения.

The asymptotical method for calculating the coefficient of drag exchange elliptical cylinder with a rough surface with a transitional and turbulent flow regimes, taking into account the influence of the angle attack, Reynolds number and roughness of the surface is proposed.

Key words: elliptical cylinder; the rough surface; incompressible fluid; the transitional, turbulent flow regime; the asymptotical method; the coefficient of drag; analitical expressions.

Введение. Обтекание эллиптического цилиндра потоком реальной жидкости, осложняемое эффектом шероховатости поверхности, а также различными режимами течения в вязком слое и следе, связано с широким кругом актуальных проблем аэродинамики. Поперечно обтекаемый цилиндр есть классический элемент наземных строительных конструкций. В то время как для расчета обтекания гладких цилиндров в настоящее время предложены численные и различные аналитические модели [2, 4], информация о влиянии шероховатости поверхности на характеристики обтекания, получена главным образом из экспериментальных исследований [2]. Методы расчета обтекания шероховатых тел находятся на начальной стадии развития [1, 3], что обусловлено аналитическими трудностями.

В данной работе на основе асимптотической модели отрывного обтекания, совместно с моделью пристенного вязкого течения около шероховатой поверхности, предложена аналитическая модель для расчета гидродинамических характеристик обтекания как гладких, так и шероховатых эллиптических цилиндров при критических и закритических режимах обтекания.

Постановка задачи. Рассматривается задача расчета влияния степени шероховатости поверхности и формы эллиптичности на коэффициент сопротивления цилиндра в плоском квазистационарном потоке несжимаемой жидкости при критическом и закритическом режимах обтекания. В качестве определяющих параметров выбираются: $U_\infty, P_\infty, \rho_\infty, Tu \to 0$ – скорость, статическое давление, плотность и степень турбулентности набегающего потока; Re, Re_s – число Рейнольдса, рассчитанное по толщине тела и высоте ε элемента распределенной шероховатости поверхности; α – угол атаки; $t = b/a$ – параметр эллиптичности; a, b – полуоси эллиптического цилиндра; d – диаметр кругового цилиндра;

Асимптотическая модель отрывного обтекания цилиндра при больших числах Рейнольдса. Предполагается, что к поперечно обтекаемому эллиптическому цилиндру большого удлинения может быть применена гипотеза плоских сечений. Известно, что отрывное обтекание цилиндра при $Re > 10^3$ определяется в основном силами инерции и давления, а доля сопротивления трения составляет 2–3% от общего сопротивления тела [2]. Тогда, в соответствии с асимптотическим методом [3], коэффициент главного вектора аэродинамической силы, действующей на единицу ширины цилиндра, можно записать в виде

$$C_R = \frac{2R}{\rho_\infty U_\infty^2 A} = \left(\frac{U_s}{U_\infty}\right)^2 - 1, \quad A = 2\sqrt{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}\,, \tag{1}$$

где R – аэродинамическая сила; A – площадь поперечного сечения тела плоскостью, перпендикулярной потоку на бесконечности; U_s – скорость в точке отрыва от поверхности цилиндра.

Предположим, что скорость U_s в точке отрыва потока может быть выбрана как среднее от скорости U_∞ и некоторой характерной скорости U_m на теле перед точкой отрыва

$$U_s^2 = \frac{2U_s^2 U_m}{U_\infty + U_m}, \quad \frac{U_m}{U_\infty} = (1+t)^\gamma, \tag{2}$$

Тогда коэффициент сопротивления гладкого цилиндра представим в виде

$$C_x(t) = \frac{3(1+t)^\gamma}{2+(1+t)^\gamma} - 1, \tag{3}$$

где $\gamma = 0{,}5146;\ 1{,}3286$ – постоянная переходного и турбулентного режима обтекания соответственно. Используя принцип аддитивности, коэффициент сопротивления шероховатого цилиндра запишем в виде

$$C_x = C_x(t) + t\,exp(1-t)\,C_x(\varepsilon), \tag{4}$$

где $C_x(\varepsilon)$ – сопротивление, обусловленное шероховатостью поверхности. Предполагается, что при $\varepsilon / 2b = 10^{-5}$ цилиндр можно считать гладким.

Модель пристенного вязкого течения около шероховатой поверхности. Предполагается, что область турбулентного течения с отрицательным градиентом давления в пограничном слое на цилиндре можно заменить плоской пластиной эквивалентной длины. Ее длина несколько меньше, чем действительное расстояние от передней критической точки до точки максимума скорости потенциального течения. Учитывая, что при отрицательном градиенте давления толщина пограничного слоя меньше, чем в потоке с нулевым градиентом, получим соотношение для связи чисел Рейнольдса для цилиндра и эквивалентной пластины в виде

$$\mathrm{Re}_x = 0{,}5\,\mathrm{Re}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin^2\beta + t^2\cos^2\beta}\, d\beta. \tag{5}$$

Сопротивление выступающих элементов распределенной шероховатости в общем случае состоит из сопротивления давления, трения и донного сопротивления, возникающих вследствие изменения скорости в окрестности препятствия. Учитывая это, воспользуемся интегральными уравнениями сохранения массы и количества движения во внутреннем вязком слое пристенного течения около шероховатой поверхности:

$$\rho U_\tau H \sim \rho U \varepsilon; \quad \rho U_\tau^2 H \sim (P - P_\infty)\varepsilon, \tag{6}$$

где U_τ – динамическая скорость; $U, U_\tau, \varepsilon, H$ – характерные скорости и высоты контрольного объема жидкости при наличии и отсутствии шероховатости соответственно. Тогда из (6) можно получить:

$$C_x(\varepsilon) \sim C_f \frac{U}{U_\tau} = C_f \varphi\left(\frac{U_\tau \varepsilon}{\upsilon}\right), \tag{7}$$

где φ – профиль средней скорости пристенного течения, C_f – локальный коэффициент трения при отсутствии шероховатости. Используя полуэмпирическую теорию турбулентности Прандтля, распределение средней скорости вязкого течения вблизи стенки, во внутренних переменных, запишем в виде

$$\varphi = \frac{U}{U_\tau} = nB\exp\left(\frac{C}{nB} - 1\right)\eta^{\frac{1}{n}}. \tag{8}$$

Можно показать, что степенной профиль скоростей (8) имеет две огибающие вида:

$$\varphi = C\eta^{\frac{1}{n}}, \quad \varphi = B\ln\eta + C, \quad \eta = \frac{U_\tau y}{\upsilon}, \tag{9}$$

где B, C – универсальные постоянные; n – показатель степени. Тогда, согласно трехслойной модели пристенного турбулентного течения, профиль средней скорости в ламинарном подслое, переходном буферном слое и турбулентном ядре потока можно представить в виде:

$$\varphi(\eta) = \begin{cases} \eta, & 0 \le \eta \le 5,13; \\ \sqrt{C\eta}, & 5,13 \le \eta \le 42,4; \\ B\ln\eta + C, & 42,4 \le \eta \le 0,2\delta. \end{cases} \tag{10}$$

Учитывая, что профиль средней скорости (10) удовлетворительно согласуется с опытными данными, предположим, что он может быть распространен и на вязкие течения вдоль шероховатых поверхностей. Локальный коэффициент трения и интегральные характеристики вязкого слоя можно найти из (8) в виде:

$$C_f = 2\left(\frac{\theta}{\delta}\right)^{\frac{2}{n}}(nB)^{-2}, \quad \mathrm{Re}_\theta = nbA\left(\frac{\theta}{\delta}\right)^{-\frac{1}{n}}, \quad A = \exp\left(n - \frac{c}{B}\right), \tag{11}$$

$$\mathrm{Re}_x = \mathrm{Re}_\theta^3 A^{-2} - 2B\,\mathrm{Re}_\theta^2 A^{-1} + 4B^2\,\mathrm{Re}_\theta - 4B^3 A,$$

где δ, θ – толщина и толщина потери импульса пограничного слоя на пластине соответственно.

Введем осредненное по высоте элемента шероховатости динамическое давление

$$\bar{q} = \frac{1}{2}\rho_\infty \bar{u}^2 = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^\varepsilon \frac{\rho_\infty}{2}u^2(y)dy = \frac{\rho_\infty u_\infty^2}{2}\,\frac{n}{n+2}\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^{\frac{2}{n}}. \tag{12}$$

Тогда соотношение для расчета сопротивления шероховатой поверхности запишется в виде

$$C_x(\varepsilon) \sim \frac{C_f}{2}\left(1 + \frac{2}{n}\right)\left(\frac{\mathrm{Re}_\theta\,\delta}{\theta\,\mathrm{Re}_\varepsilon}\right)^{\frac{2}{n}}\varphi\left(\sqrt{\frac{C_f}{2}}\,\mathrm{Re}_\varepsilon\right) = D\varphi(\eta). \tag{13}$$

Предполагается, что соотношение (13) может использоваться как при критических, так и закритических режимах обтекания цилиндра.

Критический режим обтекания. Предполагается, что кризисное число Рейнольдса совпадает со значением, где достигается наименьший коэффициент сопротивления цилиндра. Тогда соотношение, связывающее критическое число Рейнольдса с параметром шероховатости, можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\lg\mathrm{Re} = 6,7134\;T(t) - G(\varepsilon), \\ &T(t) = \exp(0,1(t+1,24)^2)\,/\,(t+1,24), \\ &G(\varepsilon) = 0,45\;\Phi(1,23(\lg(\varepsilon\,/\,2b) + 2,4)), \end{aligned} \tag{14}$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятности ошибки. Используя (10) и (13), получим коэффициент сопротивления в виде:

$$C_x(\varepsilon) = \begin{cases} 4,38\;D\eta^{0,556}, & \eta \le 14; \\ 0,19 + 5,667\;D(\eta - 14)^{0,732}, & \eta \ge 14. \end{cases} \tag{15}$$

Закритический режим обтекания. При сверхкритических числах Рейнольдса $\mathrm{Re} > 3\cdot10^6$ сопротивление гладкого цилиндра перестает зависеть от числа Re. Напротив, шероховатость поверхности приводит к росту сопротивления с увеличением числа Рейнольдса. Проводя аналогию с кризисным режимом, предположим, что сверхкритическое число Re связанно с параметром шероховатости следующим соотношением:

$$\lg \mathrm{Re} = 8,4494\ T(t) - G(\varepsilon). \tag{16}$$

Учитывая (10) и (13), получим соотношение для коэффициента сопротивления в виде:

$$C_x(\varepsilon) = \begin{cases} 0,3937\ D\eta, & \eta \le 269; \\ 15,42\ D\eta^{0,3444}, & \eta \ge 269. \end{cases} \tag{17}$$

Сравнение расчетных и опытных данных. В табл. 1 – 4 представлено сравнение расчетных данных с экспериментальными исследованиями [1, 2].

Таблица 1

Влияние степени шероховатости на критическое число Re и коэффициент сопротивления кругового цилиндра

ε / d	10^{-4}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$
$\lg \mathrm{Re}_\varepsilon$	1,4	2,05	2,27	2,43	2,55	2,68	2,69	2,9
lg Re	5,4	5,35	5,27	5,13	4,95	4,83	4,74	4,6
lg Re [2]		5,32		5,18	4,94	4,78	4,7	4,6
C_x	0,358	0,4	0,42	0,44	0,61	0,72	0,73	0,86
C_x [2]		0,4		0,44	0,6	0,75	0,77	0.86

Таблица 2

Влияние степени шероховатости на сверхкритическое число Re и коэффициент сопротивления кругового цилиндра

ε / d	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	$4 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}
$\lg \mathrm{Re}_\varepsilon$	1,68	2,67	3,55	3,83	4,0
lg Re	6,68	6,67	6,55	6,23	6,0
C_x	0,678	0,714	0,89	1,0	1,15
C_x [2]	0,67	0,72-0,74	0,85-0,89	0,97-1,06	1,05

Таблица 3

Влияние сверхкритического числа Re на коэффициент сопротивления кругового цилиндра при $\varepsilon / d = 10^{-3}$

$\lg \mathrm{Re}_\varepsilon$	2,5	3,1	3,55	3,97	4,53	5,08
lg Re	5,5	6,1	6,55	6,97	7,53	8,08
C_x	0,724	0,786	0,888	1,025	1,065	1,12

Таблица 4

Влияние параметра эллиптичности на сверхкритическое число Re и коэффициент сопротивления цилиндра при $\varepsilon / d = 4 \cdot 10^{-3}$

t	$\lg Re_{\varepsilon}$	$\lg Re$	$\lg Re_x$	C_x
0,5	3,72	6,12	5,58	0,7
1,0	3,83	6,23	6,12	1,0
2,0	4,6	7,0	6,6	1,34

Выводы. На основе асимптотического метода и модели пристенного вязкого течения разработаны аналитические соотношения для расчета коэффициента сопротивления эллиптического цилиндра с шероховатой поверхностью при переходном и турбулентном режимах отрывного обтекания. Предложенные соотношения обеспечивают удовлетворительное согласование расчетных и опытных данных в широких диапазонах изменения определяющих параметров.

Библиографические ссылки

1. **Гювен О.** Модель обтекания круговых цилиндров с шероховатой поверхностью при высоких числах Рейнольдса / О. Гювен, В. Пател, С. Фарелл // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1977. – № 3. – С. 144–154.

2. **Девнин С. И.** Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций: справочник / С. И. Девнин. – Л., 1983. – 320 с.

3. **Пицык Л. Е.** Расчет влияния режимов обтекания на аэродинамику эллиптического цилиндра с шероховатой поверхностью / Л. Е. Пицык, Л. Л. Пицык // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-космічна техніка. – 2011. – № 4. – С. 112–116.

4. **Пицык Л. Е.** Расчет влияния числа Рейнольдса на сопротивление и теплоотдачу цилиндра и эллипсоида в несжимаемом потоке / Л. Е. Пицык, Л. Л. Пицык // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-космічна техніка. – 2008. – № 4. – С. 127–132.

Надійшла до редколегії 01.09.2012.

УДК 629.764.02

П. В. Семененко

Государственное предприятие «Конструкторское бюро "Южное" им. М.К. Янгеля»

ВЫЯВЛЕНИЕ ОСОБЕННОСТИ СКОРОСТИ СПАДА ДАВЛЕНИЯ ПОД ГОЛОВНЫМ ОБТЕКАТЕЛЕМ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ «ДНЕПР»

На основі аналізу деяких особливостей перебудови зовнішнього обтікання ракети-носія «Дніпро» при переході ним трансзвукових швидкостей визначено спосіб керування швидкістю падіння тиску у зоні розміщення космічного апарату.

Ключові слова: дренування, швидкість падіння тиску, зона розміщення космічного апарату.

На основании анализа некоторых особенностей перестройки внешнего обтекания ракеты-носителя «Днепр» при прохождении им трансзвуковых скоростей определён способ управления скоростью спада давления в зоне расположения космического аппарата.

Ключевые слова: дренирование, скорость спада давления, зона размещения космического аппарата.