

УДК 519.246.22

**Ю. А. Агеев, В. М. Алхимова, Л. Ф. Винниченко, В. Л. Волошко,  
Н. В. Мищенко, А. В. Пашков, Л. Е. Пицьк, М. Е. Сердюк, А. Д. Фридман,  
В. Н. Цветков**

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара*

*Посвящается кафедре прикладной математики*

## **СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПАРАМЕТРЫ ИЗДЕЛИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ**

**Отримано алгоритм порівняння точності оцінок випадкових процесів, які описують параметри виробів ракетно-космічної техніки.**

**Ключові слова:** випадковий процес, математичне очікування, ракетно-космічна техніка, точність, ймовірнісні характеристики.

**Получен алгоритм сравнения точности оценок случайных процессов, которые описывают параметры изделий ракетно-космической техники.**

**Ключевые слова:** случайный процесс, математическое ожидание, ракетно-космическая техника, точность, вероятностные характеристики.

**Comparison algorithm for an estimating accuracy of random processes, which describe parameters of rocket and space technology products, was obtained.**

**Key words:** random process, expectation, rocket and space technology, accuracy, possible characteristics.

Реализации процессов, описывающих параметры изделий ракетно-космической техники, изменяются от наблюдения к наблюдению, то есть эти процессы по своей природе носят случайный характер [7]. Поэтому при решении задачи оценивания следует применять статистический подход, позволяющий по результатам измерительного эксперимента разработать алгоритм вычисления наилучшего в вероятностном смысле приближения измеряемого параметра [10].

При статистическом подходе важным является обоснование выбора вероятностной модели исследуемых процессов, так как при известной модели процесса из методической погрешности статистических измерений исключается ошибка классификации [6]. Кроме того, обоснованный выбор модели исследуемых процессов позволяет более конкретно и целенаправленно провести как выбор метода построения оценок параметров изделий ракетно-космической техники, так и формы этих оценок.

В связи с этим в качестве модели, описывающей процессы, протекающие в изделиях ракетно-космической техники, принята следующая линейная модель случайного процесса

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau), \quad t \in T. \quad (1)$$

Имеем линейную систему с импульсной переходной функцией  $\varphi(\tau, t) \in L_2(-\infty, \infty)$ . При каждом фиксированном  $t \in (-\infty, \infty)$  с помощью входного потока случайных элементарных импульсов, представляющих собой обобщенную производную  $\eta'(\tau)$  от действительного случайного процесса с независимыми приращениями  $\{\eta(\tau), \eta(0) = 0, \tau \in (-\infty, \infty)\}$ , имеем порождающий случайный про-

цесс. Неслучайная функция  $\varphi(\tau, t)$  – ядро интегрального представления (1). Линейные процессы обладают важными прикладными и математическими свойствами, представляющими особый интерес в нашем случае: высокой степенью универсальности описания. Поэтому гауссовы процессы являются их частным случаем и наличием общего вида характеристической функции, что позволяет упростить построение вероятностных характеристик случайных процессов.

Для экспериментального подтверждения корректности выбранной модели по результатам измерений, полученных при испытаниях изделий ракетно-космической техники, определялся класс распределений, к которому могут принадлежать эти процессы, и проверялась их стационарность [1]. При этом учитывалось, что важнейшей задачей испытаний жидкостного ракетного двигателя является отработка функционирования на главном стационарном режиме, и поэтому исследование физических процессов представляет наибольший интерес.

Гипотеза о нормальности распределения ординат исследуемых случайных процессов проверялась по различным критериям (Колмогорова,  $\chi^2$ -Пирсона, коэффициентам асимметрии и эксцесса), а также по отсутствию в их составе гармонических составляющих, что следует из анализа соответствующих графиков ковариационных функций и спектральной плотности, полученных по реализациям этих процессов. Гипотеза стационарности исследуемых процессов проверялась также по различным независимым критериям, использующим существенно отличительную измерительную информацию (по множеству реализаций, по критерию тренда).

Установленные при этом свойства нормальности и стационарности исследуемых процессов свидетельствуют об их случайности, обосновывают их линейность, что подтверждает корректность выбранной модели исследуемых процессов, и позволяют решать задачу оценивания случайных процессов в рамках энергетической (корреляционной) теории. Поэтому для стационарного действительного линейного процесса выражение (1) сводится к виду

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-\tau) d\eta(\tau).$$

Аналогично линейным случайным процессом с дискретным временем называется процесс  $\xi_t = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau,t} \xi_{\tau}$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$ , сформированный линейной системой с дискретной импульсной переходной функцией  $\varphi_{\tau,t}$ ,  $t \in (0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ ,  $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} |\varphi_{\tau,t}|^2 < \infty$

при каждом  $t \in (-\infty, \infty)$  с использованием входного белого шума  $\xi_{\tau}$ ,  $\tau \in (-\infty, \infty)$ .

Далее учтем, что важнейшей задачей оценивания случайных процессов является оценка их математического ожидания. При этом имеет место следующая теорема о соотношении дисперсий континуальной ( $\nu_T$ ) и дискретной ( $\nu_N$ ) оптимальных оценок математического ожидания случайных процессов [4].

**Теорема 1.** Пусть имеется сепарабельный стационарный финитный процесс  $\{\xi(t), t \in T\}$  с заданной ковариационной функцией  $\rho(\tau)$ ,  $\tau \in [0, T]$  и

$\nu_T = \int_0^{t_0} a(t) \xi_{\omega}(t) dt$  – оценка  $M\xi(t)$ , где  $a(t)$  некоторая весовая функция

$a(t) \geq 0$ ,  $\int_0^{t_0} a(t) dt = 1$ . Пусть  $\Delta_N = \{t_j, j = 1, N\}$  – произвольная решетка на  $[0, T]$  и

$v_N = \sum_{j=1}^N a_j \xi(t_j)$  – оценка  $M\xi(t)$ , построенная по отсчетам процесса  $\xi(t)$  на ре-

шетке,  $a_j > 0$ ,  $\sum_{j=1}^N a_j = 1$ . Кроме того,  $a(t)$  и  $a_j$  выбраны таким образом, что каждая из них обеспечивает минимум дисперсии для оценок непрерывного и дискретного случаев.

Тогда

$$D(v_T)_{opt} = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta_N^{\infty}}} D(v_N)_{opt},$$

где  $\Delta_N^{\infty}$  – произвольная решетка на множестве сепарабельности процесса  $\xi(t)$ .

Следствие 1. Величина  $D(v_T)$  оптимальной непрерывной оценки  $v_T$  является нижней границей дисперсий непрерывных и дискретных оценок, то есть в классе оптимальных оценок

$$D(v_T)_{opt} / D(v_N)_{opt} < 1. \quad (2)$$

Следствие 2. При неоптимальном выборе весовых функций  $a(t)$  и  $a(j)$  отношение дисперсий  $D(v_T)_{opt} / D(v_N)_{opt}$  может принимать произвольные неотрицательные значения.

Учитывая, что оптимальные непрерывная и дискретная оценки обладают повышенной трудоемкостью (для их применения требуются определения производных случайного процесса и его корреляционной функции, так как параметры последней входят явно в выражения оценок, решение линейных систем уравнений для нахождения  $a_j$ , а при построении непрерывной оценки – вычисление интеграла от реализации случайного процесса на интервале  $[0, T]$ , что сопоставимо с проблемой построения интегральной оценки), применение оптимальных оценок  $v_T$  и  $v_N$  увеличивает время и повышает стоимость обработки случайных процессов. Вследствие этого применение оптимальных оценок целесообразно лишь при обработке измерительной информации уникальных дорогостоящих экспериментов, когда точность обработки имеет особо важное значение. В связи с этим можно считать логичным и обоснованным предложение, что в большинстве реальных случаев, особенно когда объем статистического материала велик, целесообразнее применять неоптимальные менее точные, но более простые оценки, если они существенно упрощают получение оценок характеристик случайных процессов.

В связи с этим учтем, что в общем случае реализации, наблюдаемые на интервале  $(0, T)$ , представляют собой сумму измеряемого стационарного процесса  $\xi(t)$  и случайного процесса погрешностей измерений  $e(t)$  с нулевым средним и корреляционной функцией  $Re(t, u)$ . Тогда оценка математического ожидания случайного процесса  $\xi(t)$ , полученная методом максимального правдоподобия, имеет вид

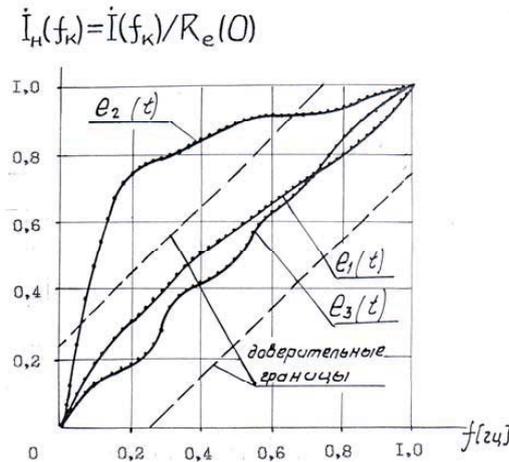
$$a(t) = \frac{v(t)}{\int_0^T v(t) dt},$$

где функция  $v(t)$  представляет собой решение неоднородного линейного интегрального уравнения

$$\int_0^T Re(t, u) v(u) = \xi(t). \quad (3)$$

В реальных условиях погрешности измерений  $e(t)$  могут представлять собой либо белый шум, либо автокоррелированный случайный процесс. В качестве

примера (рис. 1) приведены результаты проверки по частотному критерию [1] гипотезы белого шума относительно погрешностей измерений трех различных случайных процессов:  $\zeta_1(t)$  – расход окислителя ( параметр РО),  $\zeta_2(t)$  – давление горючего на входе в форсуночную головку (параметр ГПФ),  $\zeta_3(t)$  – давление газов в камере сгорания ( параметр  $P_k$ ) одного из жидкостных ракетных двигателей. Во всех случаях шаг съема данных  $\Delta = 0,5c$ , число точек  $N = 60$ , поэтому 95%-ные доверительные границы  $\pm 0,25$ , значения частот  $f_k = 0; 0,03; \dots, 1$  Гц.



**Рис. 1. Проверка гипотезы белого шума относительно погрешностей измерений параметров жидкостного ракетного двигателя**

Из рис. 1 видно, что значения нормированных спектральных функций  $I_H(f_k)$  погрешностей  $e_1(t)$  и  $e_3(t)$  целиком лежат в доверительных границах и, следовательно, эти погрешности являются белым шумом. И наоборот, погрешности  $e_2(t)$  являются автокоррелированными случайными процессами, так как значения спектральной функции в данном случае выходят за доверительные границы.

Поэтому, если погрешности измерений представляют собой белый шум, непрерывная оценка математического ожидания процесса, полученная методом максимального правдоподобия, имеет вид среднеинтегральной оценки

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T \xi_{\omega}(t) dt$$

с весовой функцией  $a(t) = 1 / T$ .

Аналогично при обработке случайных последовательностей, наложенных на этот процесс, приходим к среднеарифметической оценке

$$\bar{x} = \frac{\Delta}{T + \Delta} \sum_{j=0}^{\frac{T}{\Delta}} \xi(i\Delta)$$

с весовой функцией  $a(j\Delta) = 1 / N$ .

В классе этих неоптимальных оценок справедлива следующая теорема [8].

**Теорема 2.** Пусть сепарабельный стационарный финитный случайный процесс  $\{\xi(t), t \in T\}$  имеет корреляционную функцию  $\rho(\tau)$ . Тогда при оценке математического ожидания этого процесса для всех сочетаний знаков величин

$$A_m = \frac{1}{6} [1 + 5\rho(T) - T\rho(0)] + \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{3\tau}{T}\right) \rho(\tau) d\tau,$$

$$B_m = \int_0^T \left(1 - \frac{2\tau}{T}\right) \rho(\tau) d\tau,$$

криме  $A_m > 0$  и  $B_m < 0$  на интервале  $(0, T)$  существует шаг дискретизации  $\Delta_m$ , обеспечивающий меньшую дисперсию дискретной оценки  $\bar{x}$  по сравнению с континуальной  $\tilde{x}$ .

На рис. 2 приведен геометрический смысл этой теоремы. Здесь  $\delta D_m = D(\bar{x}) - D(\tilde{x}) = (A_m \Delta^2 - 2B_m \Delta) \frac{\sigma_x^2}{T^2}$  и видно, что максимум относительной точности оценки  $\bar{x}$  достигается при  $\Delta_{opt} = B_m / A_m$  и составляет

$$E_x^{(3)} = \frac{B_m^2}{A_m T^2}. \quad (4)$$

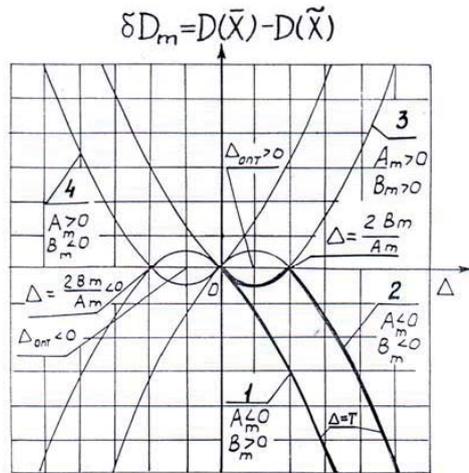


Рис. 2. Зависимость величины  $\delta D_m$  от шага дискретизации случайного процесса

Таким образом, при погрешности измерений, представляющих собой белый шум, согласно теоремам 1 и 2 подлежит сравнению точность оценок  $v_\tau, v_N, \tilde{x}, \bar{x}$ . С этой целью используем относительный показатель эффективности оценок, вводимый как  $K_{эм} = \frac{D(m)}{\sigma_x^2}$ , где  $m = v_\tau, v_N, \tilde{x}, \bar{x}$ ;  $\sigma_x^2$  – дисперсия измеряемого случайного процесса. На рис. 3 приведен пример показателей эффективности этих оценок для одного из стационарных случайных процессов, иллюстрирующий основные положения теорем 1 и 2 о точности оценок  $v_\tau, v_N, \tilde{x}$  и  $\bar{x}$ .

При отработке изделий ракетно-космической техники часто экспериментальные данные показывают, что процесс  $e(t)$  не является белым шумом, а представляет собой процесс с существенной корреляционной взаимосвязью сечений. Рассматривая такие погрешности как результат прохождения белого шума через динамическую систему измерений с постоянными или почти постоянными коэффициентами, приходим к следующим типовым нормированным корреляционным функциям  $\rho_e(\tau)$ :

$$\rho_e^{(1)}(\tau) = \exp(-\alpha_e |\tau|); \quad (5)$$

$$\rho_e^{(2)}(\tau) = \exp(-\alpha_e |\tau|) (1 + \alpha_e |\tau|); \quad (6)$$

$$\rho_e^{(3)}(\tau) = \exp(-\alpha_e |\tau|) \cos(\beta_e \tau); \quad (7)$$

$$\rho_e^{(4)}(\tau) = \exp(-\alpha_e |\tau|) \left( \cos \beta_e \tau + \frac{\alpha_e}{\beta_e} \sin \beta_e |\tau| \right). \quad (8)$$

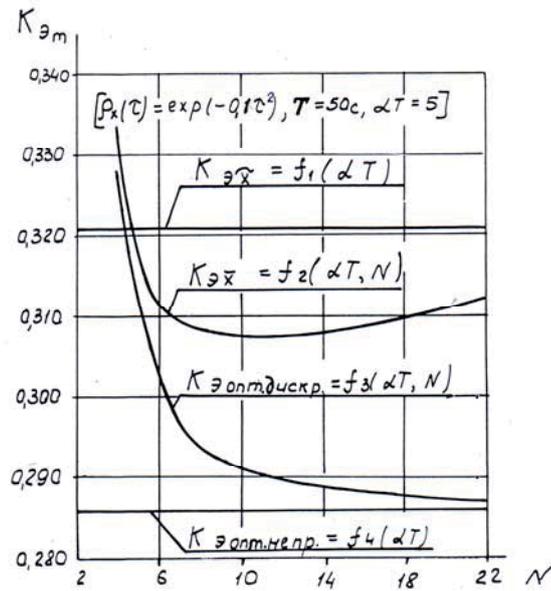


Рис. 3. Показатели эффективности оценок математического ожидания стационарного случайного процесса

При этом  $\rho_e(\tau)$  вида (5) и (7) соответствуют недифференцируемым, а вида (6) и (8) – дифференцируемым погрешностям измерений. При построении оценки математического ожидания решения интегрального уравнения (3) для ядер вида (5)–(8) имеют сложный вид [3] и поэтому выбираем другой путь, который является более простым и легче интерпретируемым.

Из всего временного ряда, начиная с  $i = r$ , выбираем на интервале  $(0, T)$  только некоррелированные измерения  $X_m (n = 1, 2, \dots, N)$ . Тогда по измерениям  $X_m$  можно построить оценки математического ожидания – среднеарифметические  $\bar{X}_r$ :

$$\bar{X}_r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_m, \tag{9}$$

которые являются состоятельными, несмещенными и эффективными оценками для совокупности измерений  $X_m$ . Однако оценки  $\bar{X}_r$  не будут эффективными для всех измерений потому, что варианты разбиения  $X_i$  на  $X_m$  случайны и таких возможных разбиений может быть  $R$ , так как  $r = 1, 2, \dots, R$ . Вследствие этого в качестве окончательной оценки принимаем

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \bar{X}_r, \tag{10}$$

которая будет состоятельной в силу состоятельности оценок  $\bar{x}_r$  и несмещенной:

$$M[\bar{\bar{X}}] = M\left[\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \bar{x}_r\right] = \bar{\bar{X}}.$$

Так как оценки являются линейными функциями измерений  $y_{rm}$ , то для любых двух оценок  $\bar{x}_{jr}, \bar{x}_{j\rho}$  имеем

$$\bar{x}_{jr} = b_{r1}y_{r1} + b_{r2}y_{r2} + \dots + b_{rm}y_{rm} + b_{rM}y_{rM},$$

$$\bar{x}_{j\rho} = b_{\rho1}y_{\rho1} + b_{\rho2}y_{\rho2} + \dots + b_{\rho m}y_{\rho m} + b_{\rho M}y_{\rho M},$$

где  $b_{ik}$  – некоторые коэффициенты;  $y_{rm}, y_{\rho m}$  – начинающиеся с номера  $i = r$  и  $i = \rho$  соответственно. Поэтому для коэффициента корреляции оценок  $\bar{x}_{jr}$  и

$\bar{x}_{j\rho}$ , полагая случайные погрешности измерений стационарным процессом, получаем [4]

$$r_{r\rho} = \rho_e (\rho - r) + \rho_e [\tau_{ke} - (\rho - r)]. \quad (11)$$

Тогда показатель эффективности оценок (9) и (10) имеет вид

$$\bar{K}_\rho = \frac{D(\bar{x})}{D(\bar{x}_r)} = \frac{1}{R^2} \sum_{r=1}^n \sum_{\rho=1}^n r_{r\rho}, \quad (12)$$

где справа стоит сумма всех элементов корреляционной матрицы  $\|r_{r\rho}\|$ . Так как для этой матрицы с учетом (11)

$$\sum_{r=1}^n \sum_{\rho=1}^n r_{r\rho} = R [1 + 2\rho_e(1) + 2\rho_e(2) + \dots + 2\rho_e(R-1)],$$

то из (12) окончательно получаем

$$\bar{K}_\rho = \frac{u}{R}, \quad \text{где} \quad u = 1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} |\rho_e(jh)|. \quad (13)$$

Из (13) следует, что коррелированность погрешностей измерений (при  $R = \text{const}$ ) приводит к увеличению погрешности оценки  $\bar{x}$ , а в общем случае величина  $\bar{K}_\rho$  зависит как от вида  $\rho_0(\tau)$ , так и от числа разбиений  $R$  на интервале  $\tau_k$ , то есть от шага обработки. Исследование влияния указанных факторов показали [5, 8], что существует такой рациональный шаг обработки коррелированных измерений  $h = \frac{\tau_{ke}}{k}$ , что если шаг обработки больше  $h$ , то точность оценки математического ожидания уменьшается. Если же шаг обработки меньше  $h$ , то увеличение затрат на обработку не компенсируется существенным пропорциональным увеличением ее точности. При этом

– при недифференцируемых погрешностях измерений

$$h^{\text{ндиф}} = \frac{0,2}{\alpha_e}; \quad (14)$$

– при дифференцируемых погрешностях измерений

$$h^{\text{диф}} = \frac{0,45}{\alpha_e}. \quad (15)$$

Поэтому с учетом (14) и (15) для показателя эффективности оценки  $\bar{x}$  получаем:

$$\begin{aligned} - K_{\bar{x}}^{\text{ндиф}} &= \frac{1}{5 \cdot \alpha_e \cdot \tau_{ke}} \left( 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \left| \rho_e \left( \frac{0,45j}{\alpha_e} \right) \right| \right); \\ - K_{\bar{x}}^{\text{диф}} &= \frac{1}{2,2 \cdot \alpha_e \cdot \tau_{ke}} \left( 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_e \left( \frac{0,45j}{\alpha_e} \right) \right). \end{aligned}$$

В заключение приведем пример сравнения точности исследованных оценок математического ожидания случайных процессов  $(v_T, \tilde{x}, \bar{x}, \bar{\bar{x}})$ , полученных при обработке реализаций параметра  $p_k$  одного из жидкостных ракетных двигателей  $(\rho_x(t) = \exp(-0,046\tau)(\cos 0,18\tau + 0,26 \sin 0,18\tau), T = 30 \text{ c})$ .

Показатели эффективности этих оценок в данном случае составляют:

– если погрешности измерений  $e(t)$  – белый шум, то

$$K_{\partial v_T} = \frac{D(v_T)}{\sigma_x^2} = \frac{4\alpha T}{(\alpha T)^2 \left( 1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) + 4\alpha T} = 0,207,$$

откуда в силу (2)  $K_{\partial v_T} > 0,207$ ;

$$K_{\bar{x}} = \frac{D(\bar{x})}{\sigma_x^2} = \frac{2}{T} \int_0^T \left( t - \frac{\tau}{T} \right) (\exp(-0,046\tau)(\cos 0,18\tau + 0,26 \sin 0,18\tau)) d\tau = 0,273,$$

$$K_{\bar{x}} = K_{\bar{x}} - E_{\bar{x}}^{(3)} = 0,273 - 0,061 = 0,212;$$

– если погрешности измерений  $e(t)$  – автокоррелированный процесс с  $\rho_e(\tau) = \exp(-\tau)$ , ( $\alpha_e = 1$ ;  $\tau_{ke} = 5$ ), то  $K_{\bar{x}}^{du\phi} = \frac{1}{5 \cdot 1 \cdot 5} (1 + 2 \cdot 4,99) = 0,439$ ;

– если погрешности измерений  $e(t)$  – автокоррелированный процесс с  $\rho_e(\tau) = \exp(\tau)(1 + \tau)$ , ( $\alpha_e = 1$ ;  $\tau_{ke} = 6$ ), то  $K_{\bar{x}}^{du\phi} = \frac{1}{2,2 \cdot 1 \cdot 6} (1 + 2 \cdot 3,32) = 0,579$ .

Из полученных результатов следует, что:

– при погрешностях измерений, представляющих собой белый шум, точность дискретной оценки  $\bar{x}$ , построенной согласно теореме 2 с шагом  $\Delta_{opt}$ , выше точности среднеинтегральной оценки  $\tilde{x}$ , причем по точности оценка  $\bar{x}$  ближе к континуальной оптимальной оценке  $\nu_T$ , чем к интегральной оценке  $\tilde{x}$ ;

– автокоррелированность погрешностей измерений существенно уменьшает точность оценки  $\bar{x}$ , причем эта оценка менее точна, если погрешности измерений представляют собою дифференцируемый процесс.

### Библиографические ссылки

1. **Дженкинс Г.** Спектральный анализ и его приложения. Вып. 2 / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. – М.: Мир, 1971. – 916 с.
2. К оптимизации параметров обработки случайных процессов / В.М. Цветков. – Вісник Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-космічна техніка. – Д. : Вид-во ДНУ, 2003. – Вип. 7. – С. 167–172.
3. **Тихонов В. Н.** Статистическая радиотехника / В. Н. Тихонов. – М.: Сов. радио, 1966. – 676 с.
4. **Сухорученков Б. И.** Статистический анализ большого объема коррелированной информации при космических исследованиях / Б. И. Сухорученков // Космические исследования АН УССР. – 1969. – Т. 7, №1. – С. 75–84.
5. **Цветков В. Н.** К вопросу нормирования корреляционной функции погрешности измерений / В. Н. Цветков, Е. Г. Гейда, В. М. Алхимова // Материалы МНПК «Україна наукова – 2003». Т. 28. Технічні науки. Сучасні інформаційні технології. – С. 28–29.
6. **Цветков В. Н.** Классификация случайных процессов, описывающих параметры изделий РКТ при их испытаниях / [В. Н. Цветков, В. М. Алхимова, Е. Г. Гейда, Н. В. Мищенко, В. Л. Волошко] // Materialy VII miedzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «EUROPEJSKA NAUKA XXI POWIEKA - 2011» 07–15 maja 2011. Т. 19. Математика, фізика, хімія і хімічні технології. – Przemysl. – С. 10–13.
7. **Цветков В. Н.** О модели случайных процессов в РКТ / [В. Н. Цветков, Е. Г. Гейда, В. М. Алхимова, Н. В. Мищенко, М. Е. Сердюк] // Materialy 6 МНПК ‘VEDECKY POKKOK NA ROZNEH TISICILETI’ – 2010, dil 25 Fysika Matematika. – Praga, 2010. – С. 74–76.
8. **Цветков В. Н.** Режимы обработки случайных процессов при автокоррелированных погрешностях измерений / [В. Н. Цветков, Е. Г. Гейда, В. М. Алхимова] // Материалы 7-ой МНПК «Наука і освіта – 2000». Т. 70. Математика. – С. 68–69.
9. **Цветков В. Н.** Теорема о существовании эффективного шага обработки случайных процессов / [В. Н. Цветков, Е. Г. Гейда, В. М. Алхимова, В. Л. Волошко, Н. В. Мищенко] // Materialy 6 МНПК “AKTUALNE PROBLEMY NOWOCZESNICU NAUK – 2010”. – Vol. 29. Matematika, budownictwo i architektura.
10. **Цветков В. Н.** Точностное сравнение аналоговых и цифровых методов построения оценок характеристик случайных процессов в задачах диагностики / [В. Н. Цветков, Е. Г. Гейда, В. М. Алхимова, В. Л. Волошко, Н. В. Мищенко] // Materialy VI МНПК ‘VEDECKY POKKOK NA ROZNEH TISICILETI’ – 2010, dil 27 Technike vedy vstavuda a architektura. – Praga, 2010. – С. 27–28.

Надійшла до редколегії 13.02.2012.