

УДК 629.7.051

В. А. Андронов*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”
имени М.К. Янгеля»***ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ПОЛЕТЕ БЫСТРОХОДНОГО
СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА
В АТМОСФЕРЕ**

Розглянуто питання забезпечення сталості польоту статично нестійких літальних апаратів, політ яких в атмосфері проходить в умовах значних швидкісних напорів.

Ключові слова: літальний апарат, керування польотом, рівняння руху, сталість, алгоритми стабілізації.

Рассмотрены вопросы обеспечения устойчивости полета статически неустойчивых летательных аппаратов, полет которых в атмосфере проходит в условиях значительных скоростных напоров.

Ключевые слова: летательный аппарат, управление полетом, уравнения движения, устойчивость, алгоритмы стабилизации.

Questions of sustainability flight statically unstable aircraft, which fly in the atmosphere is in a significant dynamic pressure.

Key words: aircraft, flight control, the equations of motion, stability, stabilization algorithms.

Летательные аппараты (ЛА), предназначенные для скоростных полетов в атмосфере, обычно проектируются таким образом, чтобы с теми или иными запасами обеспечивалась их статическая устойчивость, так как в этом случае значительно снижаются требования к динамическим характеристикам исполнительных элементов контура управления полетом и облегчается задача обеспечения необходимых запасов их устойчивости [1–3].

Однако в настоящее время достигнуты определенные успехи в создании высокودинамичных вентильных электроприводов с так называемыми безинерционными роторами на основе высококоэрцитивных магнитов, датчиками углового положения ротора на основе лазерных гироскопов (ЛГ) и микроэлектромеханических систем и быстродействующих вычислительных устройств. Все перечисленное создает предпосылки для реализации устойчивого управления ЛА даже при значительных величинах его статической неустойчивости [4, 5].

Структура контура управления полетом ЛА показана на рис. 1. Он состоит из ЛА, снабженного навигационными датчиками, органами управления с приводами и алгоритмической части, которая на рисунке представлена в виде алгоритмов навигации и наведения.

При исследовании устойчивости полета ЛА удобно использовать линеаризованные уравнения движения, записанные для каналов стабилизации (рыскания, тангажа или вращения), так как при этом получают выражения, которые можно анализировать, используя известные методы анализа устойчивости линейных систем, например, с помощью D-разбиения и критерия Найквиста.

Для примера рассматривается канал тангажа. Схема отсчета координат и углов показана на рис. 2.

Система координат $O_N X_N Y_N$ – программная система координат, ось $O_N X_N$ которой движется по текущей программной траектории полета ЛА. Ось $O_N Y_N$ направлена по нормали к текущей программной траектории полета ЛА.

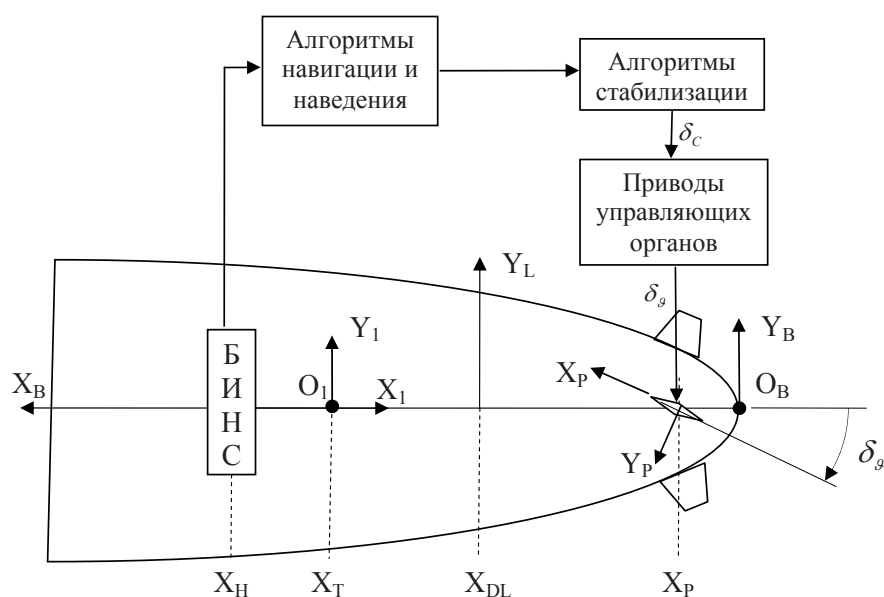


Рис. 1. Структура контура управления полетом ЛА

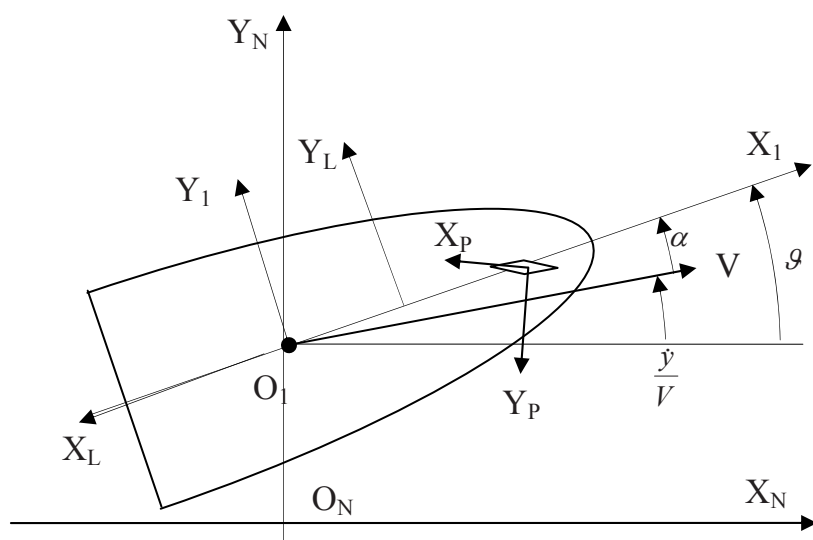


Рис. 2. Схема отсчета координат и углов

ЛА осуществляет возмущенное движение относительно $O_N X_N Y_N$, которое характеризуется отклонением по нормальной скорости центра масс (ЦМ) – $\Delta \dot{y}$ и угла тангажа – $\Delta \theta$.

В свою очередь данные отклонения вызывают отклонения угла атаки от программного значения. Во всех случаях речь идет именно об отклонениях от программного движения, однако для упрощения записи в дальнейших выкладках символ Δ опускается.

Уравнения движения ЛА. Линеаризованные уравнения возмущенного движения ЛА, соответствующие рис. 2, имеют вид:

$$\ddot{y} = a_{yy} \cdot \dot{y} + a_{y\theta} \cdot \theta + a_{y\delta} \cdot \delta + \overline{f_y};$$

$$\ddot{\theta} = a_{\theta y} \cdot \dot{y} + a_{\theta\theta} \cdot \theta + a_{\theta\delta} \cdot \delta + \overline{m_\theta};$$

$$\dot{y}_B = \dot{y} - (X_B - X_T) \cdot \dot{\delta},$$

где \dot{y}, \ddot{y} – нормальные скорость и ускорение ЦМ ЛА; \dot{y}_B – нормальная скорость, рассчитанная по информации бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС); $\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}$ – угловое рассогласование в канале тангажа и его две первые производные; δ – угол отклонения управляющих органов в канале тангажа; $X_B - X_T$ – расстояние между ЦМ ЛА и центром масс БИНС; $a_{yy}, a_{y\delta}, a_{y\delta}, a_{gy}, a_{g\delta}, a_{g\delta}$ – коэффициенты линеаризованных уравнений возмущенного движения; $\overline{f_y}, \overline{m_g}$ – приведенные возмущающие сила и момент в канале тангажа, например от ветра.

Для вычисления коэффициентов уравнений возмущенного движения используются общеизвестные выражения, имеющие, применительно к рассматриваемому ЛА вид:

$$\begin{aligned} a_{yy} &= - \frac{C_{YL}^{\alpha}(\alpha_n, M) \cdot S + 2 \cdot (C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M) - C_{XP}(\delta_n - \alpha_n, M)) \cdot \cos \delta_n \cdot S_P}{m \cdot V} \cdot q; \\ a_{y\delta} &= \frac{C_{YL}^{\alpha}(\alpha_n, M) \cdot S + 2 \cdot (C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M) - C_{XP}(\delta_n - \alpha_n, M)) \cdot \cos \delta_n \cdot S_P}{m} \cdot q; \\ a_{y\delta} &= - \frac{2 \cdot (C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M) - C_{XP}(\delta_n - \alpha_n, M)) \cdot \cos \delta_n \cdot S_P}{m} \cdot q; \\ a_{gy} &= - \frac{C_{YL}^{\alpha}(\alpha_n, M) \cdot (X_T - L \cdot C_{DL}(\alpha_n, M)) \cdot S}{J \cdot V} \cdot q - \\ &\quad \frac{2 \cdot (C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M) - C_{XP}(\delta_n - \alpha_n, M)) \cdot \cos \delta_n \cdot (X_T - X_P) \cdot S_P}{J \cdot V} \cdot q; \\ a_{g\delta} &= \frac{C_{YL}^{\alpha}(\alpha_n, M) \cdot (X_T - L \cdot C_{DL}(\alpha_n, M)) \cdot S}{J} \cdot q + \\ &\quad + \frac{2 \cdot (C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M) - C_{XP}(\delta_n - \alpha_n, M)) \cdot \cos \delta_n \cdot (X_T - X_P) \cdot S_P}{J} \cdot q; \\ a_{g\delta} &= - \frac{2 \cdot C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M) \cdot \cos \delta_n \cdot (X_T - X_P) \cdot S_P}{J} \cdot q, \end{aligned}$$

где α_n, δ_n – углы атаки и отклонения управляющих органов, соответствующие программной траектории полета ЛА; $C_{YL}^{\alpha}(\alpha_n, M)$, $C_{DL}(\alpha_n, M)$ – аэродинамические коэффициенты при программных углах атаки; V, q, M – величины относительной скорости ЦМ ЛА, скоростного напора и числа Маха соответственно; X_T, J, m – продольная координата ЦМ, поперечный момент инерции и масса ЛА; L, S – длина и площадь, к которым отнесены аэродинамические характеристики (АДХ) ЛА; X_P, S_P – продольная координата и площадь, к которой отнесены АДХ органов управления; $C_{YP}^{\alpha}(\delta_n - \alpha_n, M), C_{XP}(\delta_n - \alpha_n, M)$ – аэродинамические коэффициенты управляющих органов при программных углах атаки и отклонения управляющих органов.

Выражения, описывающие динамические свойства исполнительных элементов контура управления. Высокие динамические характеристики электроприводов с вентильными двигателями, которые обеспечивают практически постоянный статический коэффициент усиления в диапазоне частот 0–30 Гц и имеют линейную зависимость фазы от частоты, можно представить в достаточно простой, но точной математической форме передаточной функции:

$$W_S(p) = K_p \cdot e^{-p \cdot \tau_p} \cdot e^{-p \cdot \tau_z},$$

где K_p, τ_p – коэффициент передачи и постоянная времени сервопривода управляющих органов (величины коэффициента и постоянной времени составляют с учетом разбросов характеристик привода $K_p = 0,97-1,03$, $\tau_p = 3,7-4,9$ мс); τ_z – постоянная времени, учитывающая такт обработки информации в БЦВК и задержку вычислений, которая принята равной половине такта обработки информации в БЦВК (предварительно принята величина τ_z равная 4,3 – 5,5 мс).

Для дальнейших выкладок удобно объединить две экспоненты и записать их в виде дробно-рационального выражения:

$$W'_S(p) = K_p \cdot \frac{1 - p \cdot \tau_S}{1 + p \cdot \tau_S},$$

где $\tau_S = \frac{\tau_p + \tau_Z + \Delta\tau}{2}$, $\Delta\tau = 0-1,6$ мс – дополнительная постоянная, учитывающая разницу в фазовых набегах выражения $W_S(p)$ и $W'_S(p)$ на частотах 0–20 Гц, таким образом, $\tau_S = 4-6$ мс.

Уравнение алгоритмов стабилизации. Уравнение алгоритмов стабилизации запишем в виде:

$$\delta_C = K_g \cdot \left(g - \frac{\dot{y}_B}{V} \right) + K_\omega \cdot \dot{g} + K_y \cdot \dot{y}_B,$$

где K_g, K_ω, K_y – коэффициенты усиления алгоритма.

Для дальнейшего анализа устойчивости полета ЛА удобно провести замену коэффициентов:

$$\begin{aligned} K'_g &= K_p \cdot K_g; \\ K'_\omega &= K_p \cdot \left(K_\omega + \left(\frac{K_g}{V} - K_y \right) \cdot (X_B - X_T) \right); \\ K'_y &= K_p \cdot \left(K_y - \frac{K_g}{V} \right). \end{aligned}$$

В этом случае, выражение, описывающее алгоритм стабилизации и динамические свойства элементов контура управления, запишется в виде

$$\delta = \frac{1 - p \cdot \tau_S}{1 + p \cdot \tau_S} \cdot \left((K'_g + p \cdot K'_\omega) \cdot g + p \cdot K'_y \cdot y \right).$$

Получение приближенных границ областей устойчивости. Попробуем получить выражения отдельно для верхней и нижней границ.

Приближенная оценка верхней границы области устойчивости. Будем считать, что на частотах, при которых достигается верхняя граница области устойчивости, движением центра масс ЛА можно пренебречь: $\dot{y} \approx 0$, таким образом, уравнения существенно упрощаются. Для этого случая можно записать характеристическое уравнение:

$$p^3 \cdot \tau_S + p^2 \cdot (1 + a_{g\delta} \cdot \tau_S \cdot K'_\omega) + p \cdot (a_{g\delta} \cdot \tau_S \cdot K'_g - a_{g\delta} \cdot \tau_S - a_{g\delta} \cdot K'_\omega) - a_{g\delta} - a_{g\delta} \cdot K'_g = 0.$$

Следующие выражения дают значения координат точек приближенной верхней границы области устойчивости:

$$\begin{aligned} K'_g &= -\frac{1 - \omega^2 \cdot \tau_S^2}{1 + \omega^2 \cdot \tau_S^2} \cdot \frac{a_{g\delta} + \omega^2}{a_{g\delta}}; \\ K'_\omega &= -\frac{2 \cdot \tau_S \cdot (a_{g\delta} + \omega^2)}{a_{g\delta} \cdot (1 + \omega^2 \cdot \tau_S^2)}. \end{aligned}$$

На рис. 3 показан вид кривой (кривая 1), полученной в соответствии с выражениями для номинальных значений коэффициентов $a_{g\delta}$, $a_{g\delta}$, τ_S , соответствующих номинальной траектории полета и моменту времени достижения скоростного напора $q = q_{\max}$.

Видно, что эта кривая зависимости $K'_g(K'_\omega)$ имеет максимум в точке:

$$\begin{aligned} K'^A_g &= \frac{1}{a_{g\delta} \cdot \tau_S^2} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{1 + \tau_S^2 \cdot a_{g\delta}}{2}}}{\sqrt{1 - \frac{1 + \tau_S^2 \cdot a_{g\delta}}{2}}} \cdot \left(1 - \tau_S^2 \cdot a_{g\delta} - 2 \cdot \sqrt{1 - \frac{1 + \tau_S^2 \cdot a_{g\delta}}{2}} \right); \\ K'^A_g &\approx \frac{0,172}{a_{g\delta} \cdot \tau_S^2} \cdot (1 + 2,54 \cdot \tau_S^2 \cdot a_{g\delta}); \end{aligned}$$

$$K_{\omega}^A = 2 \cdot \frac{-1 + \sqrt{1 - \frac{1 + \tau_S^2 \cdot a_{gg}}{2}}}{a_{g\delta} \cdot \tau_S} \approx \frac{-0,586}{a_{g\delta} \cdot \tau_S} \cdot (1 + 1,23 \cdot \tau_S^2 \cdot a_{gg}),$$

которая соответствует частоте

$$\omega_A = \frac{1}{\tau_S} \cdot \sqrt{\frac{1 - \tau_S^2 \cdot a_{gg} - \sqrt{1 - \frac{1 + \tau_S^2 \cdot a_{gg}}{2}}}{\sqrt{1 - \frac{1 + \tau_S^2 \cdot a_{gg}}{2}}}} \approx \frac{0,644}{\tau_S} \cdot (1 - 0,89 \cdot \tau_S^2 \cdot a_{gg}); f_A = 22,2 \text{ Гц.}$$

Приближенная оценка нижней границы области устойчивости. Будем считать, что нижняя граница области устойчивости реализуется при таких частотах, при которых запаздыванием в приводе аэродинамического руля (АДР) и тракте стабилизации можно пренебречь, то есть

$$W_S'(p) \approx K_p, \quad \delta = (K_g' + p \cdot K_{\omega}') \cdot \vartheta + p \cdot K_y' \cdot y.$$

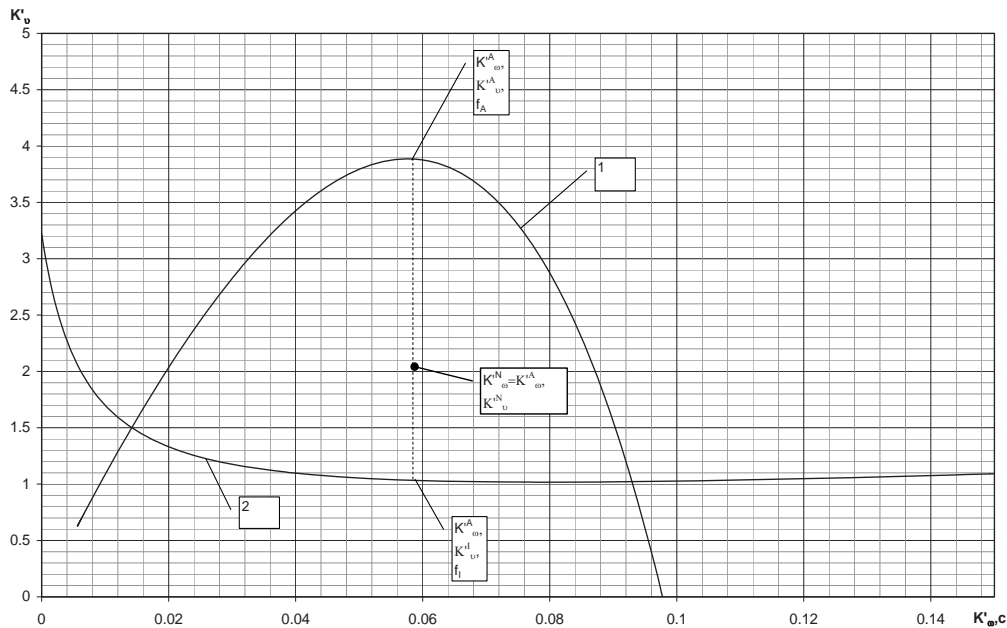


Рис. 3. Приближенные верхняя (кривая 1) и нижняя (кривая 2) границы области устойчивости

Характеристическое уравнение при данных допущениях имеет вид:

$$p^2 - (a_{yy} + a_{y\delta} \cdot K_y' + a_{g\delta} \cdot K_{\omega}') \cdot p^2 + ((a_{yy} \cdot a_{g\delta} - a_{gy} \cdot a_{y\delta}) \cdot K_{\omega}' - a_{gg} - a_{g\delta} \cdot K_g') \cdot p + a_{yy} \cdot a_{gg} - a_{yg} \cdot a_{gy} + (a_{yy} \cdot a_{g\delta} - a_{gy} \cdot a_{y\delta}) \cdot K_g' + (a_{gg} \cdot a_{y\delta} - a_{yg} \cdot a_{g\delta}) \cdot K_y' = 0.$$

Выражения для координат точек приближенной нижней границы устойчивости имеют вид:

$$K_{\omega}' = \frac{a_{yg} \cdot a_{gy} \cdot a_{g\delta} - a_{gy} \cdot a_{y\delta} \cdot (\omega^2 + a_{gg}) + a_{g\delta} \cdot K_y' \cdot (a_{yg} \cdot a_{g\delta} - a_{y\delta} \cdot (\omega^2 + a_{gg}))}{a_{g\delta}^2 \cdot (\omega^2 + a_{yy}^2) + a_{gy}^2 \cdot a_{y\delta}^2 - 2 \cdot a_{yy} \cdot a_{y\delta} \cdot a_{gy} \cdot a_{g\delta}};$$

$$K_g' = \frac{-a_{g\delta} \cdot \omega^4 + ((a_{gy} \cdot a_{y\delta} - a_{yy} \cdot a_{g\delta}) \cdot (a_{yy} + a_{y\delta} \cdot K_y') - a_{gg} \cdot a_{g\delta}) \cdot \omega^2}{a_{g\delta}^2 \cdot (\omega^2 + a_{yy}^2) + a_{gy}^2 \cdot a_{y\delta}^2 - 2 \cdot a_{yy} \cdot a_{y\delta} \cdot a_{gy} \cdot a_{g\delta}} +$$

$$+ \frac{(a_{yy} \cdot a_{g\delta} - a_{gy} \cdot a_{y\delta}) \cdot (K_y' \cdot (a_{yg} \cdot a_{g\delta} - a_{gg} \cdot a_{y\delta}) + a_{yg} \cdot a_{gy} - a_{yy} \cdot a_{gg})}{a_{g\delta}^2 \cdot (\omega^2 + a_{yy}^2) + a_{gy}^2 \cdot a_{y\delta}^2 - 2 \cdot a_{yy} \cdot a_{y\delta} \cdot a_{gy} \cdot a_{g\delta}}.$$

На рис. 3 показана кривая 2, которая соответствует нижней приближенной границе области устойчивости.

Частота в точке пересечения графика нижней границы и линии $K'_\omega = K'^A_\omega$ находится из выражения:

$$\omega_I^2 = \frac{(a_{gy} + a_{g\delta} \cdot K'_y) \cdot (a_{y\delta} \cdot a_{g\delta} - a_{g\delta} \cdot a_{y\delta}) - K'^A_\omega (a_{g\delta}^2 \cdot a_{yy}^2 + (a_{gy} \cdot a_{y\delta} - 2 \cdot a_{yy} \cdot a_{g\delta}) \cdot a_{y\delta} \cdot a_{gy})}{K'^A_\omega a_{g\delta}^2 + a_{g\delta} \cdot K'_y \cdot a_{y\delta} + a_{gy} \cdot a_{y\delta}}.$$

При выбранных в качестве примера характеристиках и величине $K'_y = 0,02$ точка пересечения соответствует частоте $f_I = 4$ Гц и $K'^I_g = 0,814$.

По вопросу выбора коэффициента K'_y необходимо отметить следующее: наличие интегрального управления по отклонению в кажущемся ускорении ЦМ позволяет компенсировать влияние отклонений плотности атмосферы, разбросов АДХ и ветра на форму траектории, в то же время, его наличие отрицательно сказывается на запасах устойчивости по коэффициенту K'^I_g , который растет с ростом K'_y .

После расчета K'^I_g , настройка K'^N_g находится как среднее геометрическое: $K'^N_g = \sqrt{K'^I_g \cdot K'^A_g}$, при этом $K'^N_\omega = K'^A_\omega$.

При малых скоростных напорах величина K'^A_ω может превысить разумный уровень (и минимально необходимый также). В этих случаях необходимо принять величину K'^N_ω равной максимально назначенной величине $K'^N_{\omega \max}$.

Величины K'^I_g и K'^A_g в этом случае находятся как точки пересечения приближенных верхней и нижней границы области устойчивости с линией $K'_\omega = K'^N_{\omega \max}$.

Расчет фактических значений коэффициентов управления K_g, K_ω, K_y по вычисленным величинам K'^N_g, K'^N_ω , при выбранной величине K'_y , не представляет труда.

Выводы. В ходе исследования рассмотрена математическая модель статически неустойчивого ЛА как объекта управления, предложен алгоритм управления, выполнен анализ устойчивости при помощи Д-разбиения, выбраны настройки алгоритмов, обеспечивающие более чем двукратный запас устойчивости по коэффициентам. Выражения для коэффициентов получены в конечном аналитическом виде, что удобно для их вычисления в процессе полета ЛА по текущим параметрам траектории полета и, таким образом, задача обеспечения устойчивости полета ЛА решена.

Библиографические ссылки

1. Герасюта Н. Ф. Динамика полета. Основные задачи динамического проектирования ракет: учеб. пособие для вузов / Н. Ф. Герасюта, А. В. Новиков, Н. Г. Белецкая. – Д.: ГИИ «Южное», 1998. – 336 с.
2. Горская Н. С. Динамика линейных сервомеханизмов / Н. С. Горская, И. Н. Крутова, В. Ю. Рутковский. – М.: АН СССР, 1959.
3. Динамика систем управления с бортовыми цифровыми вычислительными машинами / под ред. М. С. Хитрика, С. М. Федорова. – М.: Машиностроение, 1972. – 231 с.
4. Игдалов И. М. Ракета как объект управления / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун: учебник / под ред. акад. С. Н. Конюхова. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
5. Игдалов И. М. Динамическое проектирование ракет. Задачи динамики ракет и их космических ступеней: монография / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Днепропетровск: Изд-во ДНУ, 2010. – 264 с.

Надійшла до редколегії 27.05.2012.