

Для графічного представлення результатів рішення системи диференціальних рівнянь необхідно попередньо створити матрицю даних результатів розрахунку. У додатку 5 показана матриця даних результатів розрахунку і деякі результати рішення системи диференціальних рівнянь у графічному вигляді, а точніше, залежності струму якірного кола електродвигуна постійного струму й кута повороту якоря електродвигуна від часу.

У додатку 6 представлені інші результати рішення системи диференціальних рівнянь в графічному вигляді: кутова швидкість вала електродвигуна, кут повороту робота  $\varphi_2$  і кутова швидкість повороту робота  $\omega_2$  в залежності від часу повороту робота.

**Висновки.** У роботі здійснюється математичне моделювання кутового руху на основі математичної моделі, що складається з системи п'яти диференціальних рівнянь. Під час дослідження приводу механізму обертання робота можна визначити зв'язок між кутовими швидкостями вала двигуна та обертання колони (стійки) робота, між кутовими швидкостями та моментами збурень, або між кутовими швидкостями та моментами тертя. Результати моделювання наведені у вигляді таблиці та графіків.

#### Бібліографічні посилання

1. **Бессекерский В. А.** Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. – М., 1975. – 590 с.
2. **Бурдаков С. Ф.** Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов/ С. Ф. Бурдаков, В. А. Дьяченко, А. Н. Тимофеев. – М., 1986. – 264 с.
3. Детали и механизмы роботов: Основы расчёта, конструирования и технологии производства: учеб. пособие / Р. С. Веселков, Т. Н. Гонтаровская, В. П. Гонтаровский и др. / под ред. Б. Б. Самотокина. – К., 1990. – 343 с.
4. **Козырев Ю. Г.** Промышленные роботы: справочник / Ю. Г. Козырев. – М., 1988. – 392 с.
5. **Котлярский Л. Н.** MathCad. Решение инженерных и экономических задач / Л. Н. Котлярский. – СПб., 1999. – 388 с.
6. **Эйзеншпис А. А.** MathCad 2000. Руководство пользователя / А. А. Эйзеншпис. – М., 2000. – 570 с.

*Надійшла до редколегії 24.04.2012.*

УДК 623.442:519.6

**В. Л. Бучарський, П. В. Фролов**

*Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара*

#### ОЦІНЮВАННЯ ВИКОРИСТАННЯ АКТИВНО-РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА МЕТОДОМ СУМІСНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

У даній роботі розглянуто активно-реактивний тип снаряда, як спосіб підвищення ефективності снайперської стрільби на далекі відстані. Детально було розглянуто газодинамічні процеси в двигуні снаряда. Була проведена оптимізація маси твердого палива, закладеного в двигун снаряда, та обрано оптимальний варіант.

**Ключові слова:** активно-реактивний снаряд, снайперська стрільба, газодинамічні процеси, чисельне моделювання.

В данной работе рассмотрен активно-реактивный тип снаряда, как способ повышения эффективности снайперской стрельбы на большие расстояния. Детально были рассмотрены газодинамические процессы в двигателе снаряда. Была проведена оптимизация массы твердого топлива, заложенного в двигатель снаряда, и выбран оптимальный вариант.

**Ключевые слова:** активно-реактивный снаряд, снайперская стрельба, газодинамические процессы, численное моделирование.

An active-reactive type of the bullet like a way of efficiency increasing of the big distance sniper shooting is considered in this paper. Gas-dynamic processes were considered in the bullet engine. The optimization of the solid propellant mass inside the engine was made and the optimum alternative was chosen.

**Key words:** active-reactive bullet, sniper shooting, gas-dynamic processes, numerical modeling.

**Огляд проблем та визначення мети дослідження.** Дальніми дистанціями при снайперській стрільбі вважаються відстані до 2000 м. Влучити в ростову ціль на такій відстані дуже проблематично. На влучність пострілу впливають багато різних факторів: навіска пороху, маса та форма кулі, початкова температура заряду, відхилення від прямолінійності осі каналу ствола, сила аеродинамічного опору, вологість повітря, вітер, сила гравітаційного тяжіння та інше. Тому для снайперської стрільби виготовляються спеціальні патрони підвищеної точності. Але якою б точною не була виготовлена куля, на неї все одно діє сила аеродинамічного опору, яка значно впливає на політ кулі.

У даній роботі пропонується розглянути інший тип снаряду, а саме, активно-реактивний. Це зумовлено тим, що після вильоту кулі з каналу ствола на неї починає діяти сила тяги її внутрішнього двигуна. Ця сила протидіє силі аеродинамічного опору, що робить політ кулі більш стійким та прямолінійним. А це, в свою чергу, є позитивним впливом на влучність пострілу. Отже, далі буде детально розглянуто внутрішній двигун снаряда та вплив сили тяги на зовнішню балістику.

**Методика оцінювання ефективності снаряда.** Ефективність снаряда буде оцінюватись кутом узвишся гвинтівки при стрільбі на визначену дальність та максимальною дальністю при стрільбі з фіксованим кутом узвишся.

**Задача оптимізації.** Параметр, що оптимізується – маса заряду, що закладається в двигун кулі. Буде дискретно змінюватись маса заряду та розраховуватись при цьому сила тяги двигуна.

В даному випадку будемо вводити наступні обмеження на змінні параметри: габарити снаряда. Незмінними мають залишатися гільза, довжина патрона та калібр, що дає можливість користування штатним магазином та штатною гільзою.

**Метод розв'язання.** В роботі використовувався метод перебору. Цей метод був обраний для розв'язання задачі через те, що є найпростішим. При цьому кількість точок для розрахунку не є занадто великою щоб відмовитись від нього через затрати на реалізацію. Для розв'язання задачі мінімізації в кожній точці потрібно буде вирішити пряму задачу внутрішньої та зовнішньої балістики. Спочатку для заданих маси снаряда  $q$ , маси заряду  $\omega$  та калібру  $d$  потрібно знайти дульну швидкість кулі. Потім проводиться розрахунок газодинамічних параметрів у двигуні снаряда та визначається сила тяги. Останнім етапом є розрахунок зовнішньої балістики.

**Вихідні параметри.** Вихідними даними для розрахунку є маса заряду, що закладається у двигун, та характеристики заряду: щільність, швидкість горіння, питома енергія продуктів згорання. Знаючи масу заряду, визначаємо його об'єм. Цей об'єм віднімається від об'єму снаряда та визначається його нова маса з урахуванням маси закладеного заряду. Далі проводиться розрахунок внутрішньої балістики в каналі ствола зі зміненою масою снаряда для отримання його дульної

швидкості, що буде використана в зовнішньо-балістичному розрахунку. Виходячи з конструкторських міркувань, масу заряду будемо збільшувати від одного до п'яти грам з кроком 1 гр.

**Вихідні рівняння внутрішньої балістики.** Для вирішення основної задачі внутрішньої балістики ствольного комплексу використовувалась програма, за допомогою якої шляхом чисельного інтегрування диференціальних рівнянь першого порядку методом Рунге-Кутта було знайдено параметри, необхідні для подальшого проектування: дульна швидкість снаряда при кожному змінненні його маси.

Розглянемо рівняння внутрішньої балістики двигуна снаряда. При побудові моделі руху газу були використані наступні припущення:

- 1) характеристики продуктів згоряння підпорядковуються рівнянню стану;
- 2) рух газів в камері двигуна вважається одномірним та описується системою нестационарних одномірних рівнянь газової динаміки у вісесиметричній постановці.

З урахуванням зроблених припущень за основу побудови моделі процесів у камері двигуна була взята система рівнянь Ейлера динаміки нев'язкого стискуваного газу [3]:

$$\frac{\partial(\mathbf{f} \mathbf{F})}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{f} \mathbf{G})}{\partial x} = \mathbf{S}, \quad (1)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} c \\ c u \\ E \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ H u \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_x p \\ 0 \end{bmatrix};$$

де  $\rho, u, p$  – відповідно щільність, швидкість та тиск робочого тіла (продукти згоряння заряду);  $f$  – площа камери двигуна;  $E = \rho \left( \varepsilon + \frac{u^2}{2} \right)$  – повна енергія газу в одиниці об'єму;  $H = E + p$  – повна ентальпія одиниці маси робочого тіла;  $\varepsilon = C_v T = \frac{p}{(k-1)\rho}$  – питома внутрішня енергія.

Наведена система рівнянь розглядалась в безрозмірній формі. Обезрозмірювання проводилось по параметрам газів у дульній частині ствола при вильоті кулі ( $p = 750$  МПа,  $\rho = 135,6$  кг/м<sup>3</sup>).

**Методика розв'язання задачі внутрішньої балістики.** Система (1) складається з неоднорідних диференціальних рівнянь в часткових похідних. Для апроксимації цієї системи була обрана явна, умовно стійка схема методу сумісної апроксимації третього порядку точності за часом та простором з неявним розширенням шаблону [2, 3]:

$$F_i^{n+1} = F_i^n - \sigma G_{x_i} + \phi_{i+1/2} - \phi_{i-1/2} + \tau S_i; \quad (2)$$

$$\phi_{i+1/2} = \frac{\sigma^2}{2} \left( (\psi_i' + \psi_{i+1}') - \frac{\sigma}{3} (A_{i+1}^2 G_{x_{i+1}} - A_i^2 G_{x_i}) + \frac{\sigma^3}{24} (\psi_i''' + \psi_{i+1}''') \right);$$

$$G_{x_i} = \psi_{i+1}' - \psi_{i-1}';$$

$$\psi_i' = -\frac{1}{12} (G_{x_{i-1}} - 8G_{x_i} + G_{x_{i+1}});$$

$$\psi_i'' = -\frac{1}{12} (A_{i-1} G_{x_{i-1}} - 8A_i G_{x_i} + A_{i+1} G_{x_{i+1}});$$

$$\psi_i''' = A_{i-1}^3 G_{x_{i-1}} - 2A_i^3 G_{x_i} + A_{i+1}^3 G_{x_{i+1}}.$$

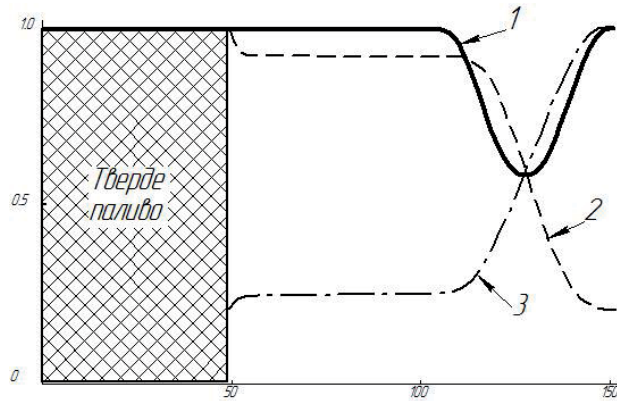
Крок у часі визначається з умови стійкості скінченно-різницевої схеми (2) – умови Куранта-Фрідрікса-Леві [1].

Переміщення фронту полум'я в різницевій моделі враховувалось перебудовою розрахункової сітки шляхом переміщення чарунок, що відповідають поверхні горіння заряду. Швидкість горіння розраховувалась за формулою [4]:

$$u = u_1 p^\nu,$$

де  $u_1 = 0,049$  – коефіцієнт швидкості горіння;  $\nu = 1$  – показник адиабати;  $p$  – тиск, при якому відбувається горіння, кг/см<sup>2</sup>.

На рис. 1 зображено розподіл параметрів вздовж осі двигуна в деякий момент часу.

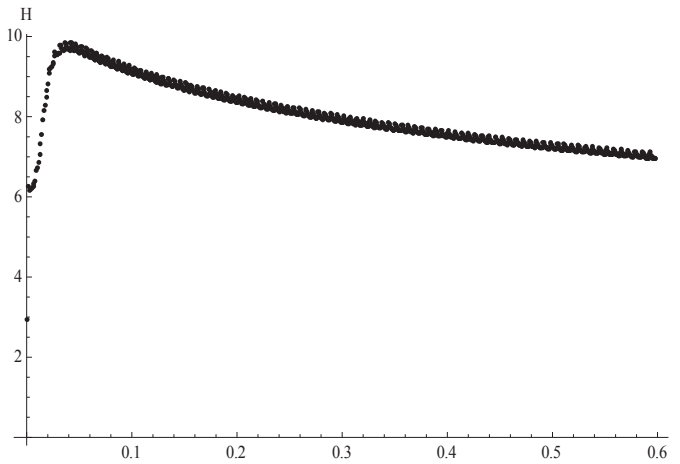


**Рис. 1. Стійкий режим роботи двигуна:**

1 – зведена площа каналу двигуна; 2 – зведений тиск; 3 – число Маха

За одиницю прийняті максимальні значення відповідних величин: для площі –  $78,54 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>; для тиску – 81,02 МПа; для числа Маха – 1,653.

Сила тяги двигуна активно-реактивного снаряда розраховувалась як інтеграл тиску по всій поверхні камери двигуна:  $P(t) = \int_{S_k} p \bar{n} dS$ . На рис. 2 зображено зміну сили тяги у часі.



**Рис. 2. Сила тяги двигуна**

**Методика розв'язання задачі зовнішньої балістики.** Зовнішня балістика ґрунтується на законах механіки, тісно пов'язана з аеродинамікою та силою тяжіння Землі. На снаряд, що вилетів із каналу ствола діють:

– сила інерції, отримана від порохового заряду, яка надає кулі визначену початкову швидкість;

- сила земного тяжіння, яка залежить від величини маси снаряда;
- сила опору повітря.

Сила тяжіння направлена вертикально вниз і поступово знижує траєкторію кулі. Повітряне середовище чинить опір руху кулі, що позначається на її кінетичній енергії. Частина енергії витрачається на приведення до руху частинок повітря перед головною частиною снаряда. Ці частинки під час руху створюють силу тертя, на подолання якої теж витрачається енергія. Позаду кулі утворюється розряджений простір, який теж впливає на силу опору повітря. Сила опору повітря залежить від швидкості кулі, її форми, маси та калібру (рис. 3).

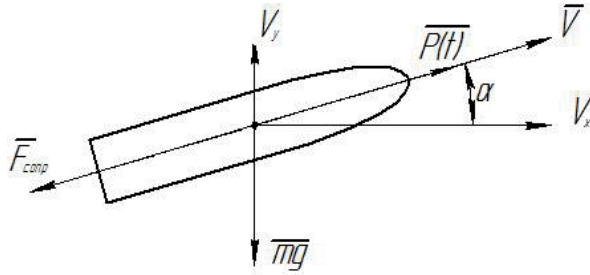


Рис. 3. Сили, що діють на кулю

Нижче наведені рівняння, за якими розв’язувалась задача зовнішньої балістики:

$$q \cdot \ddot{x} + \left( C_x \cdot S \frac{\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} - P(t) \right) \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = 0; \tag{3}$$

$$q \cdot \ddot{y} + \left( C_x \cdot S \frac{\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} - P(t) \right) \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + q \cdot g = 0;$$

де  $q$  – маса снаряда;  $C_x$  – коефіцієнт лобового опору;  $S$  – площа міделя;  $P(t)$  – сила тяги двигуна;  $\rho$  – щільність повітря.

Отримано систему (3) двох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, лінійних, однорідних. Розв’язком даної системи буде закон руху снаряда.

**Отримання критерію оптимальності снаряда.** Для стрілецької зброї можна виділити наступні критерії оптимальності:

- максимальна дальність стрільби при фіксованому куті узвишся ствольної системи;
- мінімальний кут узвишся ствольної системи при фіксованій дальності стрільби.

**Визначення оптимального типу снаряда.** Проведемо порівняння базового та активно-реактивного типів снарядів за вказаними вище критеріями оптимальності. Для цього необхідно розв’язати пряму задачу зовнішньої балістики для декількох варіантів снаряда.

**Базовий снаряд.** Результати розрахунку приведені в табл. 1.

Таблиця 1

Маса снаряда	Дульна швидкість	Кут узвишся	Дальність стрільби	Кінцева швидкість	Кінетична енергія
гр	м/с	град	м	м/с	Дж
55	818,7	2,015	2000	273,8	2062

**Активно-реактивний снаряд.** Результати розрахунків при фіксованому куті  $\alpha$  приведені в табл. 2.

Таблиця 2

Маса заряду	Маса снаряда	Дульна швидкість	Кут узишся	Дальність стрільби	Кінцева швидкість	Кінетична енергія
гр	гр	м/с	град	м	м/с	Дж
1	51,2	824,9	2,015	2068	258,9	1683
2	47,4	828,8	2,015	2156	243	1340
3	43,6	830	2,015	2224	226,2	1039
4	39,7	828,8	2,015	2272	208,1	773
5	35,9	825,8	2,015	2309	189	552
6	32,1	823,4	2,015	2299	162	243

Результати розрахунків при фіксованій дальності стрільби приведені в табл. 3.

Таблиця 3

Маса заряду	Маса снаряда	Дульна швидкість	Кут узишся	Дальність стрільби	Кінцева швидкість	Кінетична енергія
гр	гр	м/с	град	м	м/с	Дж
1	51,2	824,9	1,874	2000	269,6	1824
2	47,4	828,8	1,692	2000	269,2	1645
3	43,6	830	1,548	2000	266,6	1443
4	39,7	828,8	1,435	2000	261,2	1218
5	35,9	825,8	1,338	2000	254,7	1002
6	32,1	823,4	1,385	2000	248,6	783

**Визначення оптимального типу снаряда.** Згідно з умовами оптимізації найбільш оптимальним варіантом виявився активно-реактивний снаряд з масою заряду 5 гр – він має найбільшу дальність пострілу при незмінному куті узишся та найменший кут узишся при стрільбі на фіксовану дальність.

**Висновки.** В результаті вирішення даної задачі було отримано наступне:

- змодельовано рух продуктів згоряння торцевого заряду в камері двигуна активно-реактивного снаряда з урахуванням рухомої поверхні горіння, розраховані теплофізичні характеристики газу;
- розрахована сила тяги двигуна активно-реактивного снаряда;
- проведено зовнішньо-балістичний розрахунок руху снарядів обох типів, знайдено оптимальний варіант методом перебору.

#### Бібліографічні посилання

1. **Андерсон Д.** Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер: в 2-х т. Т. 1 [пер. с англ.]. – М.: Мир, 1990. – 384 с.
2. **Бучарский В. Л.** Неявное расширение шаблона при построении конечно-разностных аппроксимаций производных / В. Л. Бучарский // Питання прикладної математики і математичного моделювання: зб. наук. праць. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2009. – 380 с. – С. 87–96.
3. **Бучарский В. Л.** Метод совместной аппроксимации построения разностных схем для решения уравнений в частных производных / В. Л. Бучарский // Техническая механика. – 2007. – №1. – С. 129–140.
4. **Шапіро Я. М.** Теория ракетного двигателя на твердом топливе / Я. М. Шапіро, Г. Ю. Мазінг, М. Е. Прудніков. – М.: Воениздат, 1966. – 256 с.

Надійшла до редколегії 25.06.2012.