

УДК 629.015

В. В. Авдєєв

*Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара***МІЖКОРЕКЦІЙНИЙ ІНТЕРВАЛ КУТОВОЇ ВІДСТАНИ
У ГРУПІ ІЗ ДВОХ СУПУТНИКІВ**

Встановлено зв'язок вимог до точності початкової різниці фаз руху і періодів обертання з тривалістю знаходження елементів низькоорбітальної групи в діапазоні робочої відстані з урахуванням аеродинамічного опору і без нього.

Ключові слова: група супутників, період обертання, корекція орбіт.

Установлена связь между требованиями к точности начальной разности фаз движения и периодов обращения с длительностью пребывания элементов низькоорбитальной группы в диапазоне рабочего расстояния с учетом аэродинамического сопротивления и без него.

Ключевые слова: группа спутников, период обращения, коррекция орбит.

The connection of requirements to an accuracy of a beginning motion phase difference and orbital period with a duration of stay of components of a low orbit constellation in a operation range by taking in account of aerodynamic resistance and without one is established.

Key words: satellite group, orbital period, the orbits correction.

Вступ. Основними причинами інтересу до низькоорбітальних груп супутників Землі є надмірна завантаженість геостационарної орбіти і значні витрати на виведення та обладнання космічних апаратів (КА) на ній.

Узгоджений рух групи КА надає ряд переваг, зокрема, у збільшенні зони покриття та вимірювальної бази. Для групи із основного і допоміжного КА, який відокремлюється від основного, визначена тривалість побудови та міжкорекційний інтервал залежно від проектних параметрів та співвідношення балістичних коефіцієнтів [1, 2].

Для підтримання заданої конфігурації супутникової системи на колових орбітах однакових нахилення і радіусу запропонований алгоритм розрахунку параметрів маневрів і часу їх проведення [3]. Після складання календаря маневрів перевіряється виконання обмежень, розраховується вибраний функціонал і за необхідності виконується наступна ітерація.

З урахуванням співвідношення між гравітаційними і аеродинамічними силами отримані кінцеві аналітичні вирази координат вектора відносного положення двох КА, відстань між якими обмежується невагомою нерозтяжною ниткою [4].

Розроблений математичний апарат імпульсної корекції узгодженого руху угруповання КА, мета якої – привести до номінальних значень періоди обертання і фази руху шляхом надання не більше двох імпульсів приросту швидкості трансверсального напрямку [5]. Крайова задача розв'язана для двох варіантів критерію: найбільші витрати палива на проведення корекції одного із КА групи та підсумкові витрати палива усіх КА. Математична модель включає п'ять підсистем кінцевих рівнянь для кожного супутника: до і після надання першого імпульсу, до і після надання другого імпульсу і в контрольний момент закінчення корекції.

Постановка завдання. У цій роботі ставиться задача встановити з урахуванням аеродинамічного опору зв'язок міжкорекційного інтервалу (МІ) куткової відстані між двома КА в одній площині колової орбіти з вимогами до точності номінальної різниці аргументів широти, її початкового значення (після побудови групи або чергової корекції) та похибками періоду обертання.

Результати. Вплив аеродинамічного опору на середній радіус орбіти визначений ще в роботах П. Е. Ельясберга. Отримана при інших припущеннях оцінка цього впливу має вигляд [1]

$$\Delta r(n) = 4\pi\rho b r_0^2 n, \quad (1)$$

де Δr – величина зменшення середнього радіусу орбіти за n витків на орбіті початкового (у подальшому номінального) радіусу r_0 , які відраховуються з моменту закінчення побудови групи або чергової корекції; ρ – середня щільність атмосфери; b – балістичний коефіцієнт.

Оскільки діапазон середньої висоти орбіт КА обмежений і щільність атмосфери відома із значною похибкою, швидкість зменшення поточних радіусів орбіт c можна прийняти однаковою для обох КА, тоді згідно з (1)

$$c = 4\pi \cdot \rho \cdot b \cdot r_0^2, \quad r_i(n) = r_{i0} - c \cdot n, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

де r_{i0} – початкові середні радіуси орбіт.

Використовуючи відомі співвідношення для періодів обертання T_{i0} [6], виразимо через них величини r_{i0} , що входять у (2):

$$r_{i0} = \sqrt[3]{\frac{\mu \cdot T_{i0}^2}{4\pi^2}},$$

де μ – гравітаційний параметр Землі.

Відповідно до цього поточний період обертання i -го КА і його лінійна складова матимуть вигляд

$$T_i(n) = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \cdot \sqrt{(r_{i0} - cn)^3} = T_{i0} + \left. \frac{dT_i(n)}{dn} \right|_{n=0} = T_{i0} - \alpha \cdot n, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

З урахуванням (1), (2) коефіцієнт

$$\alpha = 5,536\rho \cdot b \cdot \sqrt[3]{\mu \cdot T_0^5}, \quad (4)$$

де T_0 – номінальний період обертання.

Згідно з (3), (4) швидкість зменшення періоду обертання в результаті аеродинамічного опору (виражена в с/виток) лінійно залежить від щільності атмосфери і балістичного коефіцієнта.

Виразимо МІ кутової відстані між КА числом витків n_r на коловій орбіті з періодом обертання T_0 . Приймаємо, що першим по орбіті (у напрямі зростання аргументу широти) рухається КА₁. Діапазон робочої відстані задаємо у вигляді $u_n - \Delta u \dots u_n + \Delta u$, де u_n – номінальне значення кутової відстані між КА, а Δu – обмеження на її відхилення.

Спочатку розглянемо випадок, коли початковий період обертання КА₁ більше початкового періоду обертання КА₂, тобто $T_{10} > T_{20}$. У цьому випадку поточна кутова відстань $u_d(n)$ зменшується (КА₂ наздоганяє КА₁) зі швидкістю

$$\omega(n) = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{T_{20} - \alpha \cdot n} - \frac{1}{T_{10} - \alpha \cdot n} \right).$$

У результаті поточна кутова відстань дорівнює

$$u_d(n) = u_{d0} - T_0 \cdot \int_0^n \omega(x) \cdot dx,$$

де u_{d0} – початкове (після побудови групи або чергової корекції) значення кутової відстані, $|u_{d0} - u_n| < \Delta u$.

Після нескладних перетворень поточна кутова відстань між КА₁ і КА₂ залежно від числа витків n на орбіті з періодом обертання T_0

$$u_d(n) = u_{d0} - \frac{2\pi \cdot T_0}{\alpha} \cdot \ln \left[\frac{T_{20} \cdot (T_{10} - \alpha \cdot n)}{T_{10} \cdot (T_{20} - \alpha \cdot n)} \right], \quad \alpha \neq 0. \quad (5)$$

Для варіанта $T_{10} > T_{20}$ кутова відстань між КА зменшується, тому через n_r витків матиме місце вихід на її нижнє обмеження $u_n - \Delta u$, тобто

$$u_d(n_r) = u_n - \Delta u. \quad (6)$$

Виходячи з (5, 6), приходимо до співвідношення:

$$\frac{\alpha \cdot (u_{d0} - u_n + \Delta u)}{2\pi \cdot T_0} = f = \ln \left(\frac{T_{20}}{T_{10}} \right) + \ln \left(\frac{T_{10} - \alpha \cdot n_r}{T_{20} - \alpha \cdot n_r} \right),$$

з якого визначається МІ кутової відстані між КА, виражений числом витків n_r на орбіті з періодом обертання T_0 , для варіанта $T_{10} > T_{20}$:

$$n_r = \frac{T_{20} \cdot e^d - T_{10}}{\alpha \cdot (e^d - 1)}, \quad d = f - \ln \left(\frac{T_{20}}{T_{10}} \right), \quad \alpha \neq 0, \quad T_{10} > T_{20}. \quad (7)$$

Розглянемо варіант $T_{10} < T_{20}$, у якому поточна кутова відстань між КА зростає, оскільки швидкість збільшення аргументу широти КА₂ менше, ніж у КА₁. У результаті через n_r витків матиме місце вихід кутової відстані на верхнє обмеження $u_n + \Delta u$. Виконуючи перетворення, аналогічні попередньому варіанту, отримуємо МІ

$$n_r = \frac{T_{10} \cdot e^{d1} - T_{20}}{\alpha \cdot (e^{d1} - 1)}, \quad d1 = f1 - \ln \left(\frac{T_{10}}{T_{20}} \right), \quad f1 = \frac{\alpha \cdot (u_n + \Delta u - u_{d0})}{2\pi \cdot T_0}, \quad (8)$$

$$\alpha \neq 0, \quad T_{20} > T_{10}.$$

Таким чином отримані кінцеві формули (7), (8) для оцінки МІ кутової відстані між КА₁ і КА₂ з урахуванням аеродинамічного опору залежно від похибок періодів обертання $\Delta T_1 = T_{10} - T_0$, $\Delta T_2 = T_{20} - T_0$, похибки початкової різниці аргументів широти $|u_n - u_{d0}| < \Delta u$ і обмеження Δu на відхилення кутової відстані від номінального значення.

Визначимо нижню оцінку МІ $n_{r \min}$, приймаючи, що відхилення періодів обертання на верхньому обмеженні та мають протилежний знак, тобто різниця періодів обертання КА₁ і КА₂ найбільша. Крім того, відхилення початкового значення кутової відстані від номіналу $\Delta u_d = u_{d0} - u_n$ таке, що вихід із діапазону робочої відстані матиме місце через найменший інтервал часу.

Уведемо відносні величини $\delta u = \Delta u / u_n$, $\delta u_d = \Delta u_d / u_n$, $\delta T = \Delta T / T_0$, де ΔT – обмеження відхилення періоду обертання. Тоді величина d , що входить до виразу (7), визначається так:

$$d = \frac{(\delta u - \delta u_d) \cdot u_n \cdot \alpha}{2\pi \cdot T_0} - \ln \frac{1 - \delta T}{1 + \delta T} = \ln \frac{T_0 \cdot (1 + \delta T) - \alpha \cdot n_{r \min}}{T_0 \cdot (1 - \delta T) - \alpha \cdot n_{r \min}}$$

і виражена числом витків на орбіті номінального радіусу оцінка знизу МІ кутової відстані між двома КА

$$n_{r \min} = \frac{T_0}{\alpha} \cdot \left(1 - \delta T \cdot \frac{e^d + 1}{e^d - 1} \right), \quad (9)$$

де коефіцієнт α залежить від середньої протягом МІ щільності атмосфери, балістичного коефіцієнта і періоду обертання (4).

Аналіз оцінки (9) показує, що основними чинниками є номінальна кутова відстань u_n та можливе від неї відхилення δu , а також похибки періоду обертання δT і початкової кутової відстані δu_d (рис. 1, 2).

Якщо аеродинамічний опір не брати до уваги ($\rho = 0$), то періоди обертання T_1, T_2 у першому наближенні будуть постійними. Коли $T_1 > T_2$, кутова відстань між КА зменшується, оскільки КА₂, який за напрямком руху йде позаду, наздоганяє КА₁. Швидкість зміни кутової відстані

$n_{r \min}$

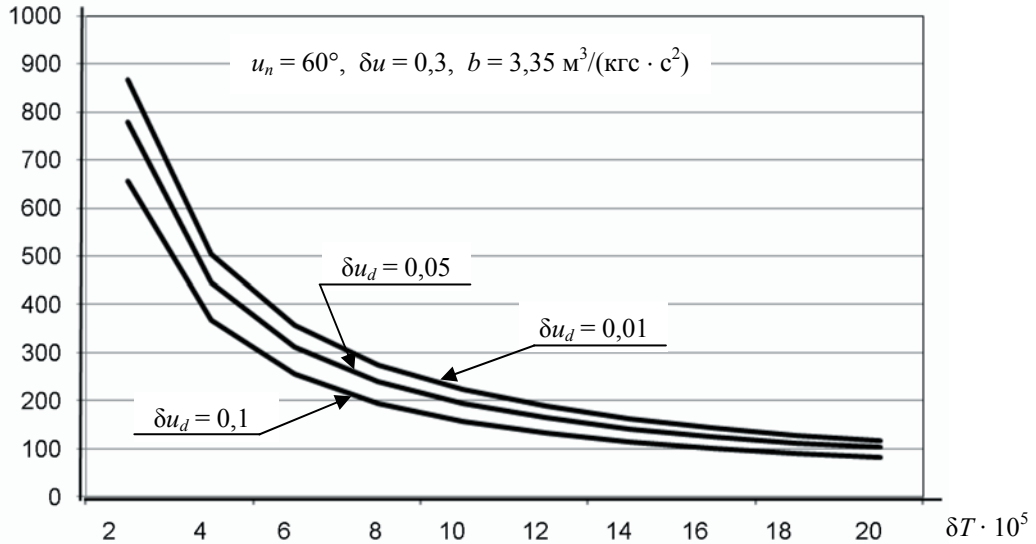


Рис. 1. Нижня оцінка міжкорекційного інтервалу кутової відстані між КА на коловій орбіті висотою 400 км

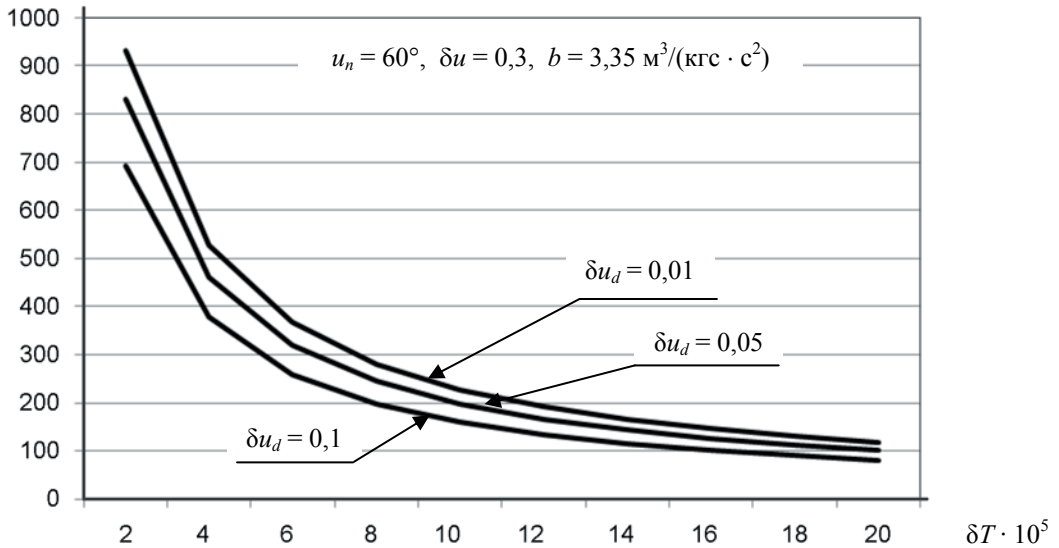


Рис. 2. Нижня оцінка міжкорекційного інтервалу кутової відстані між КА на коловій орбіті висотою 600 км

$$\omega = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right),$$

а її залежність від поточного часу t , який відраховується з моменту побудови групи або закінчення чергової корекції, матиме вигляд

$$u_d(t) = u_{d0} - \omega \cdot t. \quad (10)$$

У даному випадку поточний час t зручніше виражати числом витків n на орбіті з номінальним періодом обертання T_0 , тобто $t = n \cdot T_0$. Оскільки у випадку $T_1 > T_2$ поточна кутова відстань (10) зменшується, то через n_{r0} витків матиме місце її вихід на нижнє обмеження, тобто буде виконуватися рівність

$$u_{d0} - 2\pi T_0 \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \cdot n_{r0} = u_{dn} - \Delta u. \quad (11)$$

Періоди обертання подамо у вигляді суми номінального значення і похибки, яка не перевищує верхнього обмеження ΔT : $T_1 = T_0 + \Delta T_1$, $T_2 = T_0 + \Delta T_2$, тоді вираз у круглих дужках (11) дорівнюватиме

$$\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{T_0^2 + T_0 \cdot (\Delta T_1 + \Delta T_2) + \Delta T_1 \cdot \Delta T_2}.$$

Третій доданок у знаменнику на декілька порядків менше перших двох, тому у подальшому не береться до уваги. Із виразу (11) визначаємо виражений числом витків МІ кутової відстані між КА для випадку $T_1 > T_2$

$$n_{r0} = \frac{(T_0 + \Delta T_1 + \Delta T_2) \cdot (u_{d0} - u_n + \Delta u)}{2\pi \cdot (\Delta T_1 - \Delta T_2)}, \quad \Delta T_1 > \Delta T_2. \quad (12)$$

Для випадку $T_1 < T_2$ кутова відстань між КА зростає, відповідно вихід із діапазону робочих відстаней відбудеться через її верхнє обмеження $u_n + \Delta u$. Після аналогічних перетворень отримаємо

$$n_{r0} = \frac{(T_0 + \Delta T_1 + \Delta T_2) \cdot (u_n - u_{d0} + \Delta u)}{2\pi \cdot (\Delta T_2 - \Delta T_1)}, \quad \Delta T_1 < \Delta T_2. \quad (13)$$

Якщо ввести функцію знака (sign), то оцінки МІ (12) і (13) об'єднуються до вигляду

$$n_{r0} = \frac{T_0 + \Delta T_1 + \Delta T_2}{2\pi} \cdot \frac{(u_{d0} - u_n) \cdot \text{sign}(T_1 - T_2) + \Delta u}{(\Delta T_1 - \Delta T_2) \cdot \text{sign}(T_1 - T_2)}, \quad \rho = 0, \quad (14)$$

тоді як оцінки (7), (8) у разі відсутності аеродинамічного опору ($\rho = 0$) непридатні.

Визначимо обмеження знизу оцінки (14) $n_{r0\min}$ шляхом встановлення найбільш несприятливої ситуації для тривалості перебування двох КА в діапазоні робочих відстаней, надаючи відповідні значення відхиленням періодів обертання і початкової кутової відстані як і при отриманні оцінки (9). Спираючись на (14), знаходимо

$$n_{r0\min} = \frac{u_n \cdot (\delta u - \delta u_d)}{4\pi \cdot \delta T}. \quad (15)$$

Розрахунки згідно з (9), (15) показують, що ігнорування аеродинамічного опору дає завищену нижню оцінку МІ кутової відстані між двома КА (рис. 3, $\Delta \rho = (n_{r0\min} - n_{r\min}) \cdot 100 / n_{r\min}$).

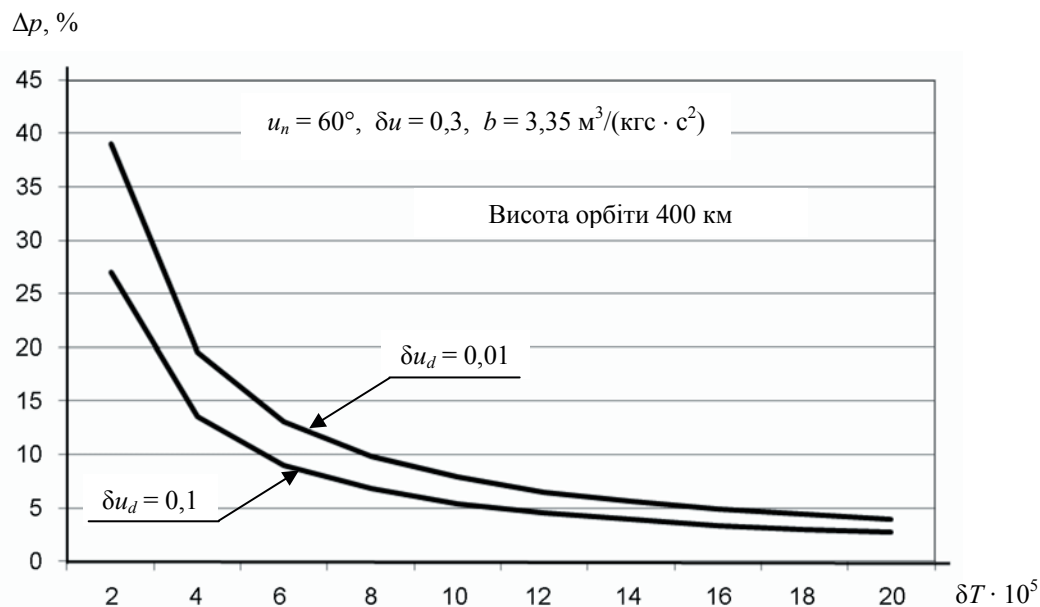


Рис. 3. Відносне збільшення нижньої оцінки міжкорекційного інтервалу кутової відстані між КА, коли аеродинамічний опір не береться до уваги

Висновки

1. Отримано оцінки (7), (8) міжкорекційного інтервалу кутової відстані між двома КА на одній колійній орбіті з урахуванням аеродинамічного опору (рис. 1, 2) і без нього (14) залежно від величини діапазону робочої відстані і можливих його відхилень, похибок періодів обертання і початкової кутової відстані, а також від щільності атмосфери і балістичного коефіцієнта.

2. Для найбільш несприятливого поєднання похибок визначено оцінки знизу міжкорекційного інтервалу кутової відстані з урахуванням аеродинамічного опору (9) і без нього (15), а також співвідношення між ними (рис. 3).

Результати можуть бути використані як один з факторів, що впливають на встановлення можливих відхилень від номінальних розмірів діапазону робочої відстані, обґрунтування вимог до похибок початкового положення і періоду обертання КА як елемента низькоорбітального угруповання.

Бібліографічні посилання

1. Авдєєв В. В. Оцінка деформації групи супутників – субсупутників під впливом опору атмосфери / В. В. Авдєєв // Космічна наука і технологія. – 1997. – Т. 3, № 5/6. – С. 30–33.
2. Авдєєв В. В. Побудова групи із двох супутників без використання русійної установки / В. В. Авдєєв // Космічна наука і технологія. – 2001. – Т. 7, № 5/6. – С. 26–29.
3. Баранов А. А. Поддержание заданной конфигурации спутниковой системы / А. А. Баранов, А. А. Баранов // Космические исследования. – 2009. – Т. 47, № 1. – С. 48–54.
4. Докучаев Л. В. Влияние атмосферы на относительное движение связки двух тел на орбите / Л. В. Докучаев, Г. Г. Ефименко // Космические исследования. – 1972. – 10, вып. 1. – С. 57–65.
5. Компаниец Э. П. Баллистическое обеспечение пусков ракет-носителей : монография / Э. П. Компаниец, Н. М. Дронь, В. Е. Белозеров. – Днепропетровск : ДНУ, 2010. – 468 с.
6. Охцимский Д. Е. Основы механики космического полета / Д. Е. Охцимский, Ю. Г. Сихарулидзе. – М. : Наука, 1990. – 448 с.

Надійшла до редколегії 05.10.2013.