

В. В. Авдєєв

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

ПОХИБКИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ РАКЕТИ І ПОКАЗНИКИ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ

Встановлено зв'язок коефіцієнтів похибок компенсації дії лінійного збурення із тривалістю перехідного процесу, частотою коливань, коефіцієнтами рівнянь руху та закону регулювання.

Ключові слова: похибки кутового положення, перехідний процес.

Установлена связь коэффициентов ошибок компенсации линейного возмущающего воздействия с длительностью переходного процесса, частотой колебаний, коэффициентами уравнений движения и закона регулирования.

Ключевые слова: ошибки углового положения, переходный процесс.

The connection between error quotients by cancellation of a linear disturbance, duration of the transient process, an oscillation frequency, coefficients of the motion equations and law of control is established.

Key words: errors of an angle position, transient process.

Вступ. Дослідження стійкості системи стабілізації обертального руху ракети космічного призначення (РКП) як твердого тіла при постійних в околі вибраних точок траєкторії параметрах із використанням припущення про відсутність взаємного впливу руху в різних площинах і без урахування каналу стабілізації центра мас є одним із перших етапів проектування системи управління РКП [2].

У статті визначено розташування області стійкості на площині коефіцієнтів закону регулювання залежно від параметрів РКП і виконавчого пристрою; для дослідження динамічних характеристик РКП як об'єкта управління розроблені методи використання апарату передатних функцій, частотних характеристик та кореневого годографу [2; 5–7]. Встановлені особливості роботи системи стабілізації з використанням цифрової машини при врахуванні квантування сигналів і дискретизації у часі [4].

Для зменшення дії на РКП аеродинамічних сил запропонований спосіб стабілізації її обертального руху, у якому замість традиційного закону регулювання, залежно від кутів і кутових швидкостей ристання і тангажа, прийнято регулювання, з опорою на кути, на основі кутів ковзання та атаки [3], що знайшло використання в ракетах «Аріан», «Енергія» і «Зеніт».

Завдяки покращенню швидкодії та збільшенню ємності пам'яті бортових цифрових машин з'являється можливість з метою покращення показників системи стабілізації ввести в традиційний закон регулювання доданки, пропорційні похідній за часом кутової швидкості [1] та кута повороту керма. Показано, що це дає зменшення статичної похибки і тривалості перехідного процесу при збереженні заданого запасу стійкості.

При виборі закону регулювання у системі стабілізації обертального руху і розрахунку його параметрів використовуються різні критерії мінімізації, зокрема інтеграла квадратів відхилень координат вектора стану, похибки при дії постійного і лінійно зростаючого збурення та тривалості перехідного процесу.

Постановка завдання. У даній роботі ставиться завдання визначити залежність векторів коефіцієнтів похибок системи стабілізації плоского обертального руху РКП від коефіцієнтів системи рівнянь збуреного руху і закону регулювання, а також встановити їхній зв'язок із тривалістю перехідного процесу і частотою

власних коливань. Наявність таких закономірностей дасть можливість отримати перше наближення для розробки системи стабілізації руху РКП з використанням більш точних моделей і чисельних методів.

Приймаючи РКП як тверде тіло без урахування інерційності виконавчого пристрою і руху центра мас рівняння системи стабілізації обертального руху у площині рискання, можна записати:

$$\dot{x} = a \cdot x + c \cdot m, \quad (1)$$

де кут рискання $\psi = x_1$, його похідна за часом $\dot{\psi} = x_2$; збурювальне обертальне прискорення як функція часу t визначається так:

$$m = m_0 + \dot{m}_0 \cdot t; \quad (2)$$

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{\psi\delta} \cdot k_{\psi} + a_{\psi\psi} & a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta} \cdot k'_{\psi} \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Коефіцієнти $a_{\psi\delta}$, $a_{\psi\psi}$, $a'_{\psi\psi}$ залежать від геометричних, інерційно-масових та інших параметрів РКП, у тому числі від рушійної установки і положення точки на траєкторії [5]. Залежність кута повороту керма курсу δ від координат вектора x (закон регулювання) прийнята традиційною: $\delta = k_{\psi} \cdot \psi + k'_{\psi} \cdot \dot{\psi}$.

Оскільки збурювальне прискорення (2) має тільки постійну і лінійно зростаючу складові, то визначаємо два вектори коефіцієнтів помилок:

$$er_0 = -a^{-1} \cdot c; \quad er_1 = -a^{-2} \cdot c. \quad (4)$$

Як відомо, вектори (4) дають залежність від часу вектора стану x після закінчення перехідного процесу, тривалість якого позначимо T_p :

$$x = er_0 \cdot (m_0 + \dot{m}_0 \cdot t) + er_1 \cdot \dot{m}_0 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad t > T_p. \quad (5)$$

Якщо виконати дії згідно з (3), (4) і для скорочення запису ввести позначення

$$d = a_{21} = a_{\psi\delta} \cdot k_{\psi} + a_{\psi\psi}, \quad (6)$$

то

$$er_0 = -\begin{bmatrix} 1 \\ d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad er_1 = -\begin{bmatrix} a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta} \cdot k'_{\psi} \\ d^2 \\ \frac{1}{d} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Із (6), (7) виходить відомий результат: збільшення коефіцієнта k_{ψ} закону регулювання зменшує похибки стабілізації, але через інерційність виконавчого пристрою, яка в моделі (1) не береться до уваги, k_{ψ} має обмеження зверху.

Для аналітичного розв'язку рівняння (1) визначаються корені характеристичного полінома

$$Q(s) = s^2 + q_2 s + q_1, \quad (8)$$

де $q_1 = -d$, $q_2 = -(a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta} \cdot k'_{\psi})$, s – змінна комплексного типу.

У переважній більшості випадків параметри РКП є такими, що для забезпечення заданої точності стабілізації коефіцієнт закону регулювання k_{ψ} вибирається таким, що дискримінант характеристичного полінома (8) отримує від'ємне значення, тобто корені $Q(s)$ будуть комплексні: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$, де $j^2 = -1$. При дії збурення (2) і початковій умові $x(0) = [\psi_0 \quad \dot{\psi}_0]^T$ розв'язок рівняння (1) такий:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \psi = A \cdot t + B + e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \sin \beta t + C_2 \cdot \cos \beta t) \\ \dot{\psi} = A + e^{\alpha \cdot t} \cdot ((C_1 \cdot \alpha - C_2 \cdot \beta) \cdot \sin \beta t + (C_2 \cdot \alpha + C_1 \cdot \beta) \cdot \cos \beta t) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де $A = \dot{m}_0 / q_1$, $B = (m_0 \cdot q_1 - \dot{m}_0 \cdot q_2) / q_1^2$, $C_1 = [\dot{\psi}_0 - A - (\psi_0 - B) \cdot \alpha] / \beta$, $C_2 = \psi_0 - B$.

Після закінчення перехідного процесу, коли частка коливальної складової розв'язку (9) стає несуттєвою, вектор стану системи стабілізації змінюється за законом (рис. 1, 2)

$$x(t) = \begin{bmatrix} \psi = A \cdot t + B \\ \dot{\psi} = A \end{bmatrix}, \quad t > T_p = \frac{3}{-\alpha}. \tag{10}$$

Відповідно до (5, 7) маємо

$$\begin{aligned} x_1 &= er_{01} \cdot (m_0 + \dot{m}_0 \cdot t) + er_{11} \cdot \dot{m}_0 = er_{01} \cdot \dot{m}_0 \cdot t + er_{01} \cdot m_0 + er_{11} \cdot \dot{m}_0 = \\ &= \frac{\dot{m}_0}{q_1} \cdot t + \frac{q_1 \cdot m_0 - q_2 \cdot \dot{m}_0}{q_1^2} = A \cdot t + B, \\ x_2 &= er_{02} \cdot (m_0 + \dot{m}_0 \cdot t) + er_{12} \cdot \dot{m}_0 = -\frac{\dot{m}_0}{d} = A. \end{aligned} \tag{11}$$

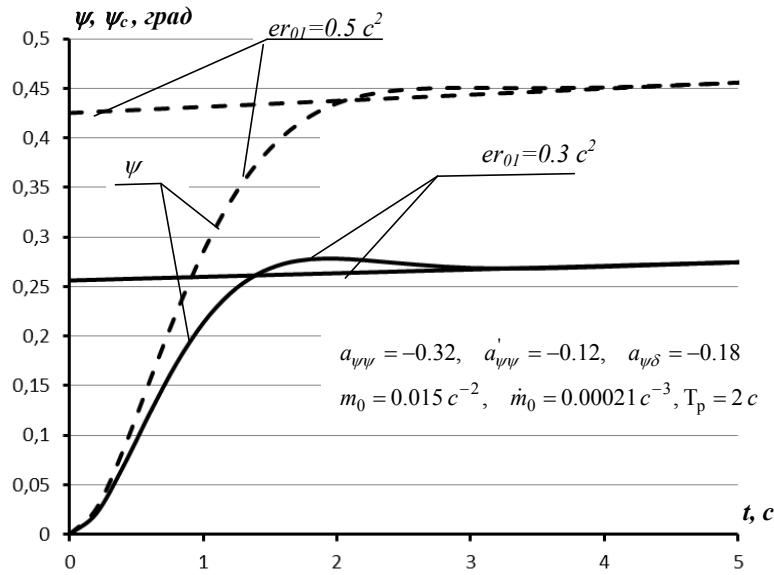


Рис. 1. Перехід кута рискання ψ до усталеного значення ψ_c залежно від коефіцієнта помилки er_{01}

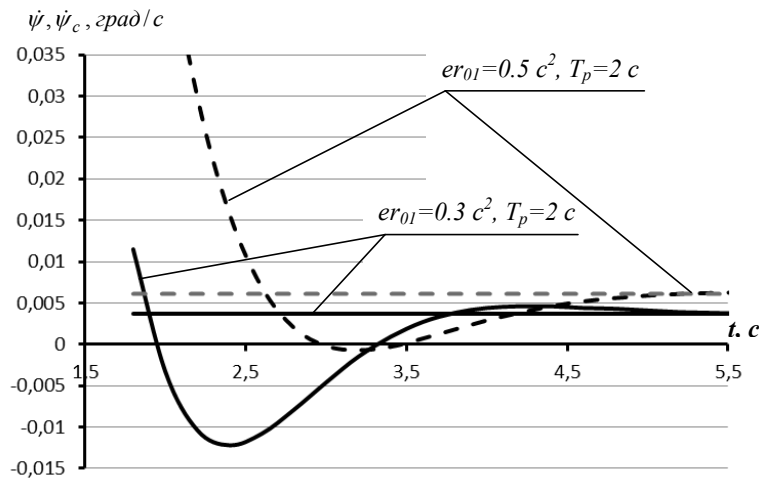


Рис. 2. Перехід швидкості рискання $\dot{\psi}$ до усталеного значення $\dot{\psi}_c$

Виконані дії (11) підтверджують, що вектор стану (5), виражений через коефіцієнти помилок (4), (7), це часткова складова (10) розв'язку (9) диференційного рівняння (1) збуреного руху системи стабілізації.

Встановимо зв'язок тривалості перехідного процесу T_p і частоти власних коливань β з коефіцієнтами помилок (7).

Величина уявної частини коренів полінома (8)

$$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{4q_1 - q_2^2}. \quad (12)$$

Із (7), (8) випливає, що коефіцієнт полінома $q_1 = 1 / er_{01}$, $q_2 = -er_{11} / er_{01}^2$; тоді відповідно до (12) частота коливального перехідного процесу залежно від коефіцієнтів помилок

$$\beta = \frac{1}{2er_{01}^2} \sqrt{4er_{01}^3 - er_{11}^2}. \quad (13)$$

Співвідношення (13) дає також умову, при виконанні якої перехідний процес буде коливальним:

$$4er_{01}^3 - er_{11}^2 > 0.$$

Виходячи з (6), (8), (12) частота коливального перехідного процесу може бути також визначена через коефіцієнти рівнянь збуреного руху (1):

$$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{|a_{\psi\delta}| \cdot (4k_{\psi} - k'_{\psi} \cdot (|a_{\psi\delta}| \cdot k'_{\psi} - 2a'_{\psi\psi})) - 4a_{\psi\psi} - (a'_{\psi\psi})^2}. \quad (14)$$

Як відомо, наближена оцінка тривалості перехідного процесу T_p виражається через ступінь стійкості системи – відстань від уявної осі на площині комплексного змінного s до найближчого кореня характеристичного полінома (8), тобто $T_p = 3 / |\alpha|$. Тоді згідно з (7), (8) цей показник системи стабілізації, виражений через коефіцієнти помилок і коефіцієнти рівнянь (1), матиме вигляд

$$T_p = -\frac{3 \cdot er_{01}^2}{er_{11}} = \frac{6}{q_2} = \frac{6}{k'_{\psi} \cdot |a_{\psi\delta}| - a'_{\psi\psi}}. \quad (15)$$

Співвідношення (7), (14), (15) показують вплив коефіцієнта регулювання k'_{ψ} на показники системи стабілізації, а саме: збільшення k'_{ψ} приводить до зменшення тривалості перехідного процесу та частоти коливального перехідного процесу і до зростання коефіцієнта помилки er_{11} .

Виходячи з (13), (15) встановимо залежність коефіцієнтів помилок від показників β , T_p :

$$er_{01} = \frac{4T_p^2}{4\beta^2 \cdot T_p^2 + 9}, \quad er_{11} = \frac{-48T_p^3}{(4\beta^2 \cdot T_p^2 + 9)^2}, \quad er_{12} = \frac{T_p^2}{\beta^2 \cdot T_p^2 + 9}. \quad (16)$$

Із трьох ненульових координат векторів (7) незалежними між собою є тільки дві. Так, згідно з (6), (8)

$$er_{12} = \frac{1}{q_1} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{4er_{01}^4}{3er_{11}^2 + 4er_{01}^3}. \quad (17)$$

Розглянемо варіант, коли найбільш важливими показниками є пропорційна координаті er_{01} статична похибка і тривалість перехідного процесу T_p . Залежно від цих показників координати вектора er_1 і частота коливального перехідного процесу є такими:

$$er_{11} = -\frac{3er_{01}^2}{T_p}, \quad er_{12} = er_{01}, \quad \beta = 2\pi f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{er_{01}} - \frac{9}{T_p^2}}. \quad (18)$$

Як впливає з (18), прагнення покращити швидкодію системи (зменшити T_p) приводить до зростання координати er_{11} вектора коефіцієнтів помилок і до зменшення частоти коливального перехідного процесу (рис. 3).

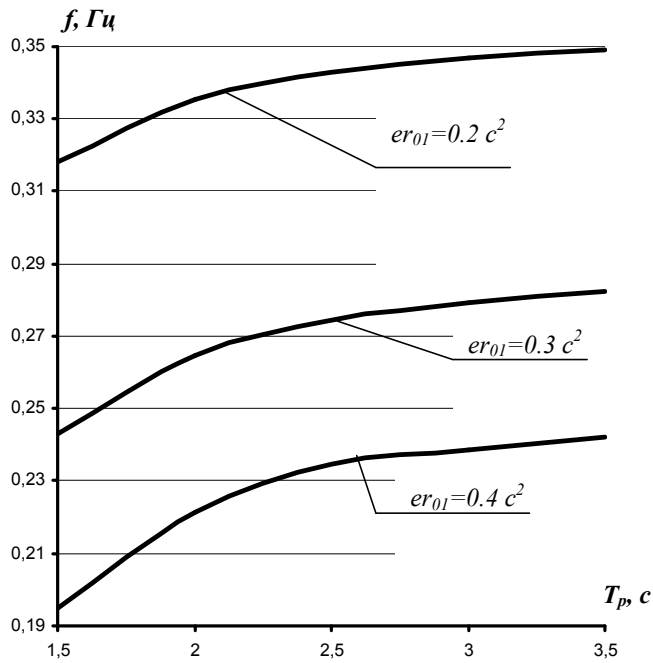


Рис. 3. Вплив вимог до точності і швидкодії на частоту коливального перехідного процесу

Коли обертальне збурювальне прискорення m порівняно із (2) має складнішу залежність від часу t , то для визначення реакції системи виходячи із розв’язку (9) функція $m(t)$ подається у вигляді ломаної, тобто інтервал часу ділиться на ділянки, на кожній з яких поновлюються початкові умови і величини m_0 та \dot{m}_0 . Як приклад розглянемо реакцію системи стабілізації (рис. 4, 5) на імпульсне збурення розмірності $c - ^2$ у вигляді

$$m(t) = \begin{cases} 0.07 \cdot t & t = 0 - 0.2 c \\ 0.014 & t = 0.2 - 1 c \\ 0.014 - 0.028 \cdot (t - 1) & t = 1 - 1.5 c \\ 0 & t > 1.5 c \end{cases} \quad (19)$$

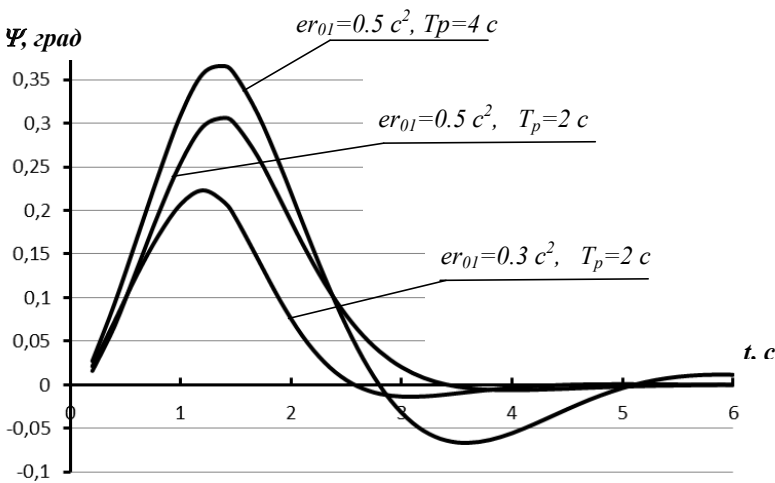


Рис. 4. Перехідні процеси ристання при дії імпульсного збурення (19)

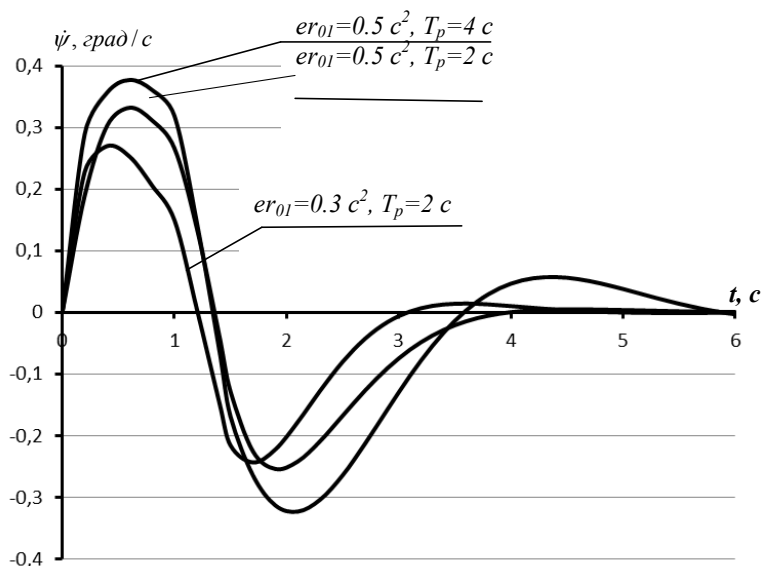


Рис. 5. Перехідні процеси швидкості русання при імпульсному збуренні (19)

Висновки

1. Встановлено залежність (7) коефіцієнтів помилок системи стабілізації від коефіцієнтів рівнянь збуреного руху ($a_{\psi\psi}$, $a'_{\psi\psi}$, $a_{\psi\delta}$) і закону регулювання (k_{ψ} , k'_{ψ}).

2. Встановлено зв'язок коефіцієнтів помилок із частотою коливального перехідного процесу та його тривалістю (18).

3. Отримано розв'язок (9) рівнянь збуреного руху системи стабілізації (1) при дії лінійного збурення (2), який дає можливість визначити її реакцію на збурення складнішої форми, яка апроксимується набором ломаних.

Отримані закономірності дають перше наближення для розробки системи стабілізації руху РКП з використанням більш точних моделей і чисельних методів.

Бібліографічні посилання

1. Авдеев В. В. Влияние закона управления и постоянной времени регулятора на запас устойчивости системы стабилизации вращательного движения ракеты / В. В. Авдеев // Информационные технологии в управлении сложными системами: сб. докл. науч. конф. – 2013, июнь. – С. 1–3.
2. Айзенберг Я. Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов / Я. Е. Айзенберг, В. Г. Сухоребрий. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.
3. Айзенберг Я. Е. Управление по углам атаки и скольжения первых ступеней РН / Я. Е. Айзенберг, Ю. М. Златкин, А. Н. Калногуз, В. А. Батаев, А. И. Кузьмин // Косм. наука і технологія. – 2002. – Т. 8, № 1. – С. 61–80.
4. Динамика систем управления ракет с бортовыми цифровыми вычислительными машинами / под ред. М. С. Хитрика, С. М. Федорова. – М. : Машиностроение, 1976. – 272 с.
5. Игдалов И. М. Динамическое проектирование ракет. Задачи динамики ракет и космических ступеней : монография / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун; под. ред. акад. С. Н. Конюхова. – Днепропетровск: Изд-во Днепропетр. нац. ун-та, 2010. – 264 с.
6. Колесников К. С. Динамика ракет / К. С. Колесников. – М. : Машиностроение, 1980. – 376 с.
7. Кузовков Н. Т. Системы стабилизации летательных аппаратов (баллистических и зенитных ракет) / Н. Т. Кузовков. – М. : Высш. шк., 1976. – 364 с.

Надійшла до редколегії 05.06.2014 р.