

2. **Куцова, В. З.** Влияние легирования и термической обработки на структуру и свойства полупроводникового кремния [Текст] / В. З. Куцова, О. А. Носко, А. М. Сулай // Металлург. и горноруд. пром-сть. – 2014. – № 6. – С. 65 – 72.
3. **Макара, В. А.** Вплив магнітної обробки на мікротвердість та структуру приповерхневих шарів кристалів кремнію [Текст] / В. А. Макара, М. О. Васильєв, Л. П. Стебленко // Фізика і хімія твердого тіла. – 2009. – № 1. – С. 193–198.
4. **Зельдович, Я. Б.** Магнито-спиновые эффекты в химии и молекулярной физике [Текст] / Я. Б. Зельдович, А. Л. Бучаченко, Е. Л. Франкевич // УФН. – 1988. – № 1. – С. 3–45.
5. Эффекты магнитного воздействия на механические свойства и реальную структуру немагнитных кристаллов [Текст] / А. А. Урусовская, В. И. Альшиц, А. Е. Смирнов, Н. Н. Беккауэр // Кристаллография. – 2003. – № 1. – С. 855–872.
6. **Червоний, І. Ф.** Напівпровідниковий кремній [Текст] / І. Ф. Червоний, В. З. Куцова, О. А. Носко. – Запоріжжя: ЗДІА, 2009. – 446 с.
7. **Носко, О. А.** Особенности структуры, фазовые превращения легированного кремния и модифицированных заэвтектических силуминов и разработка способов повышения их свойств [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / О. А. Носко. – Д., 2006. – 215 с.
8. **Рейви, К.** Дефекты и примеси в полупроводниковом кремнии [Текст] / К. Рейви. – М.: Мир, 1984. – 472 с.

*Надійшла до редколегії 31.05.2015*

УДК 629.78

**А. А. Манойленко**

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара*

## **АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

**Проведен анализ устойчивости углового движения малого космического аппарата, оснащенного электромагнитной системой угловой ориентации и стабилизации, имеющего приближенно равные моменты инерции. Предложен метод оценки устойчивости, учитывающий алгоритмы управления и характеристики магнитного поля Земли.**

*Ключевые слова:* космический аппарат, система ориентации, угловое движение, устойчивость.

**Проведено аналіз стійкості кутового руху малого космічного апарата, оснащеного електромагнітною системою кутової орієнтації та стабілізації, з приблизно однаковими моментами інерції. Запропоновано метод оцінки стійкості, який урахує алгоритми керування і характеристики магнітного поля Землі.**

*Ключові слова:* космічний апарат, система орієнтації, кутовий рух, стійкість.

**The stability of the angular motion of the small spacecraft equipped with an electronically controlled angular orientation and stabilization, having approximately equal moments of inertia. A method for estimating the stability, taking into account the characteristics of the control algorithms and the Earth's magnetic field.**

*Key words:* spacecraft, attitude control system, angular motion, stability.

Анализ устойчивости движения объекта управления проводится по следующей классической схеме [3; 5; 8; 10]:

- составляют полную систему дифференциальных уравнений, которая описывает управляемое движение объекта;
- линеаризуют полученную систему уравнений;

– составляют и решают соответствующую систему характеристических алгебраических уравнений;

– анализируют полученные решения, и если вещественные части корней (вещественных или комплексных) будут отрицательными, то движение объекта управления считается устойчивым.

В качестве объекта управления рассмотрим малый космический аппарат (КА), оснащенный электромагнитной системой управления ориентацией и стабилизацией (СУОС), двигателем-маховиком, панелями солнечных батарей, характеризующийся приближенно равными моментами инерции:

$$J_{xx} = 1,44 \text{ кгс}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2, J_{yy} = 1,55 \text{ кгс}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2, J_{zz} = 1,27 \text{ кгс}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2.$$

Орбита КА круговая, солнечно-синхронная, ее характеризуют следующие параметры:

– наклонение  $\sim 98$  град,

– высота  $\sim 670$  км.

Диапазоны величин управляющих и возмущающих моментов, действующих на КА в полете, приведены в таблице.

### Моменты сил, действующих на КА

Наименование момента	Диапазон значений
Гравитационный момент, кгс·м	$M_x = \pm 4,8 \cdot 10^{-7}; M_y = \pm 3,0 \cdot 10^{-7}; M_z = \pm 1,8 \cdot 10^{-7}$
Момент от взаимодействия корпуса КА с МПЗ, кгс·м	$M_x = \pm 1,6 \cdot 10^{-6}; M_y = \pm 1,6 \cdot 10^{-6}; M_z = \pm 0,8 \cdot 10^{-6}$
Момент аэродинамических сил, кгс·м	$M_x = \pm 2,3 \cdot 10^{-7}; M_y = \pm 2,4 \cdot 10^{-7}; M_z = \pm 1,9 \cdot 10^{-8}$
Момент сил солнечной радиации, кгс·м	$M_x = \pm 5,1 \cdot 10^{-7}; M_y = \pm 5,2 \cdot 10^{-7}; M_z = \pm 3,5 \cdot 10^{-8}$
Управляющий момент, создаваемый подсистемой электромагнитов, кгс·м	$M_x = \pm 4,8 \cdot 10^{-5}; M_y = \pm 4,9 \cdot 10^{-5}; M_z = \pm 2,6 \cdot 10^{-5}$

Рассмотрим следующие известные подходы и методы для исследования устойчивости углового движения КА вокруг центра масс с использованием динамических уравнений Эйлера [1; 2; 4; 6; 9; 11; 12]:

$$\begin{aligned} \dot{I}_x \omega_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= M_x; \\ \dot{I}_y \omega_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z &= M_y; \\ \dot{I}_z \omega_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= M_z. \end{aligned} \quad (1)$$

#### 1. КА, ориентируемый и стабилизируемый собственным вращением

Пусть требуется выполнить ориентацию определенной связанной оси КА в заданном направлении (например, на Солнце или на Землю). Для этого выполняют вращение КА вокруг этой оси (например, с помощью двигателя-маховика) с угловой скоростью, необходимой для дальнейшей стабилизации этого направления в течение заданного промежутка времени. Если величины внешних моментов сил, действующих в направлениях, несовпадающих с осью вращения КА, малы, то не исключается вращение КА относительно других связанных осей. При этом направление кинетического момента КА в инерциальном пространстве будет сохраняться.

Выведем условия устойчивости углового движения КА для таких случаев:

а) Предположим, что вращение КА выполняется вокруг связанной оси  $OZ$  с угловой скоростью, значительно большей, чем угловые скорости вокруг связанных осей  $OX$  и  $OY$ . Пусть при этом управляющие моменты отсутствуют,

а возмущающие моменты, действующие на КА, достаточно малы, т.е. величины  $M_x \approx 0; M_y \approx 0; M_z \approx 0$ . Тогда, пренебрегая произведением  $\omega_x \omega_y$  в третьем уравнении системы (1), получим, что угловая скорость  $\omega_z = \text{const} = C$ .

Преобразовав первые два уравнения системы (1), получим дифференциальное уравнение 2-го порядка

$$I_x I_y \ddot{\omega}_x + (I_x - I_z)(I_y - I_z)C^2 \omega_x = 0 \quad (2)$$

и соответствующее характеристическое уравнение

$$I_x I_y p^2 + (I_x - I_z)(I_y - I_z)C^2 = 0, \quad (3)$$

имеющее чисто мнимые решения:

$$p = \pm i C \sqrt{\frac{(I_z - I_x)(I_z - I_y)}{I_x I_y}}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что для обеспечения устойчивости КА необходимо выполнить такие условия:

$$I_z > I_x; \quad I_z > I_y \quad \text{или} \quad I_z < I_x; \quad I_z < I_y. \quad (5)$$

Для рассматриваемого КА выполняется вторая группа неравенств (5), а следовательно, КА устойчив в канале рыскания.

б) Если КА вращается вокруг связанной оси  $OY$ , то получаем характеристическое уравнение

$$I_x I_z p^2 + (I_x - I_y)(I_z - I_y)C^2 = 0, \quad (3a)$$

имеющее также чисто мнимые решения:

$$p = \pm i C \sqrt{\frac{(I_y - I_x)(I_y - I_z)}{I_x I_z}}. \quad (4a)$$

Отсюда следует, что для обеспечения устойчивости КА необходимо выполнить условия:

$$I_y > I_x; \quad I_y > I_z \quad \text{или} \quad I_y < I_x; \quad I_y < I_z. \quad (5a)$$

Для рассматриваемого КА выполняется первая группа неравенств (5a), а следовательно, КА устойчив в канале тангажа.

в) Если КА вращается вокруг связанной оси  $OX$ , то получаем характеристическое уравнение

$$I_y I_z p^2 + (I_y - I_x)(I_z - I_x)C^2 = 0, \quad (3b)$$

имеющее также чисто мнимые решения:

$$p = \pm i C \sqrt{\frac{(I_y - I_x)(I_z - I_x)}{I_y I_z}}. \quad (4b)$$

Отсюда следует, что для обеспечения устойчивости КА необходимо выполнить условия:

$$I_y > I_x; \quad I_z > I_x \quad \text{или} \quad I_y < I_x; \quad I_z < I_x. \quad (5b)$$

Для рассматриваемого КА ни одна из групп неравенств (5б) не выполняется, а следовательно, КА неустойчив в канале крена.

Из проведенного анализа следует, что *устойчивое неуправляемое* угловое движение рассматриваемого КА можно получить только вокруг главных центральных осей инерции с наименьшим или с наибольшим значением момента инерции.

Физической причиной, обуславливающей "угловой переворот" КА в случае неустойчивости, является наличие внешних возмущающих моментов и внутренних моментов, возникающих, например, вследствие деформации элементов конструкции КА или при несовпадении вектора кинетического момента с направлениями главных центральных осей инерции КА.

## 2. КА, ориентируемый и стабилизируемый в орбитальной системе координат

Рассмотрим случай ориентации КА в орбитальной системе координат (ОСК), когда направления осей связанной системы координат (ССК) близки к направлениям соответствующих осей ОСК и вращаются вместе с ними в процессе орбитального движения КА с угловой скоростью  $\omega_0$ .

Если применить углы Крылова  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  (крен, тангаж, рыскание) для задания положения осей ССК относительно осей ОСК и предположить малость этих углов, то получим следующую линеаризованную систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику углового движения КА, ориентированного в ОСК:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} + \frac{I_x - I_y + I_z}{I_x} \omega_0 \dot{\psi} - \frac{I_z - I_y}{I_x} \omega_0^2 \phi + \dot{\omega}_0 \psi &= \frac{M_x}{I_x}; \\ \ddot{\theta} + \dot{\omega}_0 &= \frac{M_y}{I_y}; \\ \ddot{\psi} + \frac{I_x - I_y + I_z}{I_z} \omega_0 \dot{\phi} + \frac{I_y - I_x}{I_z} \omega_0^2 \psi - \dot{\omega}_0 \phi &= \frac{M_z}{I_z}. \end{aligned} \quad (6)$$

Применение здесь углов Крылова обусловлено тем, что при незначительных угловых поворотах ССК относительно ОСК значения углов ориентации КА изменяются, не претерпевая разрывов (в отличие от углов Эйлера).

Поскольку  $\dot{\omega}_0 \approx const$ ,  $\omega_0 \approx 0$ , то соответствующими слагаемыми в системе уравнений (6) можно пренебречь.

Систему (6) получим из (1) подстановкой приближенных соотношений для угловых скоростей КА в ССК:

$$\begin{aligned} \omega_x &\approx \dot{\phi} + \omega_0 \psi; \\ \omega_y &\approx \dot{\theta} + \omega_0; \\ \omega_z &\approx \dot{\psi} - \omega_0 \phi. \end{aligned} \quad (7)$$

Если при этом подставить в (1) выражения для проекций вектора гравитационного момента на оси ССК:

$$\begin{aligned} M_x^{gp} &= 3\omega_0^2 (I_z - I_y) j; \\ M_y^{gp} &= 3\omega_0^2 (I_x - I_z) \theta; \\ M_z^{gp} &\approx 0, \end{aligned} \quad (8)$$

то получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\phi} - 4\omega_0^2(I_z - I_y)\phi + \omega_0(I_x - I_y + I_z)\dot{\psi} &= 0; \\ I_y \ddot{\theta} + 3\omega_0^2(I_y - I_z)\theta &= 0; \\ I_z \ddot{\psi} + \omega_0^2(I_y - I_x)\psi - \omega_0(I_x - I_y + I_z)\dot{\phi} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Характеристическое уравнение для системы (9) имеет вид

$$\begin{vmatrix} I_x p^2 - 4\omega_0^2(I_z - I_y) & \omega_0(I_x - I_y + I_z)p & 0 \\ -\omega_0(I_x - I_y + I_z)p & I_z p^2 + \omega_0^2(I_y - I_x) & 0 \\ 0 & 0 & I_y p^2 + 3\omega_0^2(I_x - I_z) \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

или после раскрытия определителя –

$$\begin{aligned} &\{ I_y p^2 + 3\omega_0^2(I_x - I_z) \} \times \\ &\times \{ I_x I_z p^4 + \omega_0^2 \{ 4I_z(I_y - I_z) + I_x(I_y - I_x) + (I_x - I_y + I_z)^2 \} p^2 + 4\omega_0^4(I_y - I_x)(I_y - I_z) \} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнение не содержит нечетных степеней параметра  $p$ , а значит, в динамической системе отсутствует демпфирование колебаний. Следовательно, угловое движение КА под действием гравитационного момента не может быть асимптотически устойчивым.

Однако при соответствующем сочетании моментов инерции (компоновке КА) аппарат будет находиться на границе колебательной устойчивости, т.е. совершать незатухающие гармонические колебания около положения равновесия с амплитудой, определяемой начальными условиями его углового движения. Так как в этом случае с определенной точностью (в пределах амплитуды колебаний) обеспечивается требуемая ориентация КА в пространстве, то условие ее реализации принято называть **условием устойчивости**. Математически условие устойчивости означает, что уравнение (11) должно иметь три пары чисто мнимых корней.

Уравнение (11) представим в виде системы характеристических алгебраических уравнений относительно параметра  $p$ :

$$\begin{cases} I_y p^2 + 3\omega_0^2(I_x - I_z) = 0; \\ I_x I_z p^4 + \omega_0^2 \{ 4I_z(I_y - I_z) + I_x(I_y - I_x) + (I_x - I_y + I_z)^2 \} p^2 + 4\omega_0^4(I_y - I_x)(I_y - I_z) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Первое уравнение описывает угловое движение КА в канале тангажа. Его решение имеет вид

$$p = \pm i \omega_0 \sqrt{\frac{(I_x - I_z)}{I_y}}. \quad (13)$$

Для обеспечения устойчивости этого движения необходимо выполнить следующее условие для моментов инерции КА:

$$I_x > I_z. \quad (14)$$

Второе уравнение описывает угловые движения КА в каналах рыскания и крена, которые связаны между собой в соответствии с (9). Для обеспечения устойчивости этих движений необходимо, чтобы коэффициенты при степенях параметра

$p$  во втором уравнении системы (12) были положительными. При этом свободный член этого уравнения будет положительным, если будут выполняться условия:

$$I_y > I_z; \quad I_y > I_x \text{ или } I_y < I_z; \quad I_y < I_x. \quad (15)$$

Если объединить неравенства (14) и (15), то получим следующие условия устойчивости движения КА:

$$I_y > I_x > I_z \text{ или } I_x > I_z > I_y. \quad (16)$$

Если моменты инерции КА удовлетворяют условию (16), то коэффициент при  $p^2$  в первом уравнении системы (12) будет положительным, что является **необходимым условием устойчивости**.

Биквадратное уравнение системы (12) будет иметь две пары чисто мнимых корней, если соответствующее ему квадратное уравнение имеет только вещественные отрицательные корни. Это возможно в случае, если значение дискриминанта уравнения больше нуля.

Сравнение моментов инерции рассматриваемого КА показывает, что **достаточное условие устойчивости** тоже выполняется.

Физически это означает, что гравитационный момент способствует процессу ориентации КА в ОСК, при этом:

– ось  $Z$  наименьшего момента инерции КА будет совпадать с местной вертикалью;

– ось  $Y$  наибольшего момента инерции – с перпендикуляром к плоскости орбиты КА (бинормалью);

– ось  $X$  промежуточного момента инерции – с направлением орбитального движения КА (трансверсалью).

Таким образом, обеспечивается трехосная ориентация КА в ОСК. При отклонении осей ССК от ОСК гравитационный момент будет оказывать восстанавливающее воздействие на КА.

Для рассматриваемого КА необходимые условия (16) по моментам инерции выполняются, т.е. КА устойчив в каналах крена, тангажа и рыскания.

С другой стороны, для КА коэффициенты биквадратного уравнения (12) при  $p^4, p^2, p$  соответственно равны:

$$1,833 \cdot 10^2; \quad 2,722 \cdot 10^{-4}; \quad 1,560 \cdot 10^{-11}.$$

При этом в результате решения (12) получаем две пары чисто мнимых корней:

$$p_{1,2} = \pm 2,443 \cdot 10^{-4} i; \quad p_{1,2} = \pm 1,194 \cdot 10^{-3} i;$$

Следовательно, КА устойчив во всех трех каналах управления угловым движением.

На основании проведенных численных расчетов для рассмотренных методов оценки устойчивости исследуемого КА можно сделать следующие выводы:

1. Для реализации требуемых соотношений между моментами инерции КА в соответствии с условием (16) потребуется либо установка на КА гравитационного стабилизатора, либо перекомпоновка КА.

2. Устойчивость движения КА с моментами инерции, удовлетворяющими (16), обеспечивается в определенной ограниченной области значений моментов инерции (значения моментов инерции КА должны быть достаточно близкими). Эффективность СУОС в этом случае очень низкая.

3. Условие (16) можно рассматривать как вспомогательное и использовать в случае, если ориентация КА обеспечивается другими способами, например с помощью активной системы ориентации. Тогда обеспечить выполнение условия (16) не всегда окажется возможным.

4. В любых условиях полета КА желательно, чтобы гравитационный момент способствовал процессу ориентации и стабилизации КА и не нарушал его. В этом случае условие (16) может быть в определенной степени полезным.

5. Рассмотренные методы оценки устойчивости КА связаны только лишь с анализом его моментов инерции и носят качественный характер.

6. Аналитические соотношения отвечают условию, когда правые части исходной системы уравнений (1), описывающей угловое движение КА, равны нулю, что соответствует случаю *разомкнутой системы управления*, т.е. не учитываются алгоритмы управления ориентацией КА и управляющие воздействия на него.

Рассмотрим теперь подход и соответствующий метод оценки устойчивости КА для случая *замкнутой системы управления*, изложенный в [7].

### 3. КА, стабилизируемый в ОСК с учетом алгоритмов управления

Пусть КА управляется тремя электромагнитами, расположенными вдоль осей строительной системы координат КА.

Учитывая приближенное равенство моментов инерции КА и соотношения

$$\dot{\omega}_0 \approx 0, \quad \dot{\omega}_y \approx \ddot{\theta}, \quad (17)$$

математическую модель управляемого углового движения КА в канале тангажа представим в виде

$$I_y \ddot{\theta} + M_y^{ynp} + M_y^{срав} + M_y^{возм} = 0, \quad (18)$$

где  $I_y$  – главный центральный момент инерции КА (центробежными моментами инерции КА пренебрегаем в силу малости их значений);  $\theta$  – угол ориентации связанной оси  $O_c Z_c$  космического аппарата относительно оси  $O_c Z_o$  орбитальной системы координат (канал угла тангажа);  $\ddot{\theta}$  – угловое ускорение КА по тангажу;  $M_y^{ynp}$  – проекция управляющего момента, создаваемого электромагнитами, на ось  $O_c Y_c$  связанной системы координат.

Проекцию вектора гравитационного момента  $M_y^{срав}$  на ось  $O_c Y_c$  связанной системы координат вычисляем по формуле

$$M_y^{срав} = 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta. \quad (19)$$

Проекция вектора возмущающего момента  $M_y^{возм}$  на ось  $O_c Y_c$  связанной системы координат равна сумме аэродинамического, солнечного моментов и момента от взаимодействием корпуса КА с МПЗ.

Положим в (18) величину возмущающего момента, действующего на КА, равной нулю,  $M_y^{ai ci} = 0$ .

Величина управляющего момента  $M_y^{ynp}$ , действующего на КА, пропорциональна величине требуемого управляющего сигнала  $A_y$ , формируемого системой ориентации КА на основе информации об угле  $q$  ориентации и угловой скорости КА в ОСК:

$$A_y = K_1 \theta + K_2 \dot{\theta}; \quad (20)$$

$$M_y^{ynp} = -\frac{K_y}{B^2} \times A_y (B_x^2 - B_z^2) = B_{cp} \times A_y = k\theta + l\dot{\theta}, \quad (21)$$

где  $\dot{\theta} = \omega_y - \omega_0$  – абсолютная угловая скорость КА по тангажу в ОСК;  $K_y$ ;  $k = B_{cp} \cdot k_1$ ;  $l = B_{cp} \cdot k_2$  – коэффициенты усиления системы ориентации КА;  $B_x, B_y, B_z$  – проекций вектора магнитной индукции МПЗ на оси ССК.

При этом

$$B_{cp} = -\frac{K_y}{B^2}(B_x^2 - B_z^2); \quad B^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2. \quad (22)$$

Величина  $B_{cp}$  имеет гармонический характер, определяется расчетным путем. Диапазон изменения величины  $B_{cp}$  для рассматриваемого КА и его орбиты составляет:  $B_{cp} = -0,2 \dots 0,2$ .

Для определенности положим, что коэффициенты усиления системы ориентации  $k, l$  связаны соотношением [7]

$$l = Nk = 200k, \quad N > \sqrt{\frac{-I_y}{3\omega_0^2(I_z - I_x)}}. \quad (23)$$

Тогда математическая модель углового движения КА принимает вид

$$I_y \ddot{\theta} + l\dot{\theta} + (3\omega_0^2 \Delta I + k)\theta = 0 \quad (24)$$

или

$$a\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + c\theta = 0, \quad (25)$$

где

$$a = I_y; \quad b = l; \quad c = 3\omega_0^2 \Delta I + k. \quad (26)$$

Характеристическое уравнение для (25) имеет вид

$$ar^2 + br + c = 0. \quad (27)$$

Для того чтобы угловое движение КА, описываемое уравнением (24), было устойчивым, необходимо, чтобы корни характеристического уравнения (27) были комплексно-сопряженными с отрицательной вещественной частью.

Обозначим эти корни:

$$r_{1,2} = \alpha \pm \beta i, \quad (28)$$

где

$$\alpha = -\frac{b}{2a}; \quad \beta = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (29)$$

Общее решение уравнения (24) принимает вид:

$$\theta(t) = e^{\alpha t}(C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t),$$

$$\dot{\theta}(t) = \alpha e^{\alpha t}(C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) + \beta e^{\alpha t}(-C_1 \sin \beta t + C_2 \cos \beta t), \quad (30)$$

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{b\dot{\theta}(t) + c\theta(t)}{a},$$

где  $\alpha, \beta$  – соответственно вещественная и мнимая части корней характеристического уравнения (27);  $C_1, C_2$  – константы, определяемые начальными условиями движения системы (углом ориентации и угловой скоростью КА в момент времени  $t = 0$ ):

$$C_1 = \theta(0), \quad C_2 = \frac{\dot{\theta}(0) - \alpha C_1}{\beta}. \quad (31)$$

Для того чтобы корни характеристического уравнения (27) были комплексно-сопряженными, необходимо, чтобы его дискриминант был отрицательным:

$$D = b^2 - 4ac = 40000k^2 - 4I_y k - 12\omega_0^2 \Delta I I_y < 0. \quad (32)$$



Решая это неравенство относительно  $k$ , определяем диапазоны  $[k^*; k^{**}]$  и  $[l^*; l^{**}]$  изменения коэффициентов  $k, l$  усиления СУОС.

Этот метод оценки устойчивости можно аналогичным образом распространить и на каналы рыскания и крена.

Коэффициенты усиления СУОС выбирают исходя из требуемых качества процессов управления КА и точности ориентации и стабилизации КА на основе результатов моделирования углового движения с использованием полной математической модели движения.

С учетом изложенного проведено моделирование углового движения КА в канале угла тангажа для следующих исходных данных:

$$K_y = -0,2; k_1 = 0,005; k_2 = 1,0; B_{cp} = 0,2; k = 0,001; l = 0,2; \theta(0) = 45 \text{ град}; \dot{\theta}(0) = 4 \text{ град/с};$$

$$I_x = 1,443 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; I_y = 1,550 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; I_z = 1,270 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2;$$

$$\omega_0 = 0,0612 \text{ град/с}; \Delta I = I_z - I_x = -1,73 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2.$$

В результате расчетов получены следующие диапазоны изменения коэффициентов усиления СУОС:

$$[k^*; k^{**}] = 0,00001 \dots 0,02; [l^*; l^{**}] = 0,002 \dots 4,0;$$

$$[k_1^*; k_1^{**}] = 0,00005 \dots 0,10; [k_2^*; k_2^{**}] = 0,010 \dots 20,0.$$

При этом корни характеристического уравнения (26) являются комплексно-сопряженными с отрицательной вещественной частью:  $r_{1,2} = \alpha \pm \beta i = -0,006 \pm 0,005i$ . То есть условие устойчивости углового движения КА выполняется.

Из результатов моделирования также следует, что обеспечивается следующая точность угловой ориентации и стабилизации КА в ОСК: по углу  $\pm 1$  град, по угловой скорости  $\pm 0,01$  град/с. При этом продолжительность режима ориентации и стабилизации КА составляет  $\sim 1040$  с.

### Библиографические ссылки

1. **Алексеев, К.Б.** Управление космическими летательными аппаратами [Текст] / К. Б. Алексеев, Г. Г. Бебенин. – М.: Машиностроение, 1974. – 344 с.
2. **Алпатов, А.П.** Динамика космических аппаратов с магнитными системами управления [Текст] / А. П. Алпатов, В. И. Драновский, Ю. Д. Салтыков, В. С. Хорошилов. – М.: Машиностроение, 1978. – 200 с.
3. **Бесекерский, В. А.** Теория систем автоматического регулирования [Текст] / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – М.: Наука, 1972. – 768 с.
4. **Боевкин, В. И.** Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях [Текст] / В. И. Боевкин, Ю. Г. Гуревич. – М.: Наука, 1976. – 304 с.
5. **Зайцев, Г. Ф.** Основы автоматического управления и регулирования [Текст] / Г. Ф. Зайцев, В. И. Костюк, П. И. Чинаев. – К.: Техніка, 1975. – 496 с.
6. **Коваленко, А. П.** Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами [Текст] / А. П. Коваленко. – М.: Машиностроение, 1975. – 248 с.
7. **Манойленко, А. А.** Методика оценки устойчивости углового движения космического аппарата [Текст] / Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Ракетно-космічна техніка. – 2009. – Вип. 13, т. 1. – С. 50–54.
8. Основы автоматического управления [Текст] / Под ред. В. С. Пугачева. – М.: Наука, 1974. – 720 с.
9. **Попов, В. И.** Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов [Текст] / В. И. Попов. – М.: Машиностроение, 1986. – 184 с.
10. **Попов, Е. П.** Теория линейных систем автоматического регулирования и управления [Текст] / Е. П. Попов. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
11. **Разыграев, А. П.** Основы управления полетом космических аппаратов [Текст] / А. П. Разыграев. – М.: Наука, 1977. – 472 с.
12. **Раушенбах, Б. В.** Управление ориентацией космических аппаратов [Текст] / Б. В. Раушенбах, Е.Н. Токарь. – М.: Наука, 1974. – 600 с.

*Надійшла до редколегії 12.03.2015*