

19. Поисковая система Google Patent / Google Patent Search. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.google.com/patents. – Дата доступа : 10.05.2015. – Загл. с экрана.
20. Поисковая система Patents.com / Patents.com. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://google.patents.com>. – Дата доступа : 10.05.2015. – Загл. с экрана.
21. Поиск патентов и изобретений, зарегистрированных в РФ и СССР [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.findpatent.ru>. – Дата доступа : 10.05.2015. – Загл. с экрана.
22. Сайт ФИПС. Информационные ресурсы. Открытые реестры / Федеральное государственное бюджетное учреждение Федеральный институт промышленной собственности. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.fips.ru>. – Дата доступа : 10.05.2015. – Загл. с экрана.
23. Цифрова патентна бібліотека. Патенти України на винаходи / Find Patent. Ru. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.uipv.org>. – Дата доступа : 10.05.2015. – Загл. с экрана.

Надійшла до редколегії 20.05.2015

УДК 629.764

А. В. Голубек

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК СБЛИЖЕНИЯ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С КОСМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В ПРОЦЕССЕ ВЫВЕДЕНИЯ НА ЭКВАТОРИАЛЬНЫЕ ОРБИТЫ

Получены распределения основных параметров сближения ракеты-носителя с каталогизированными космическими объектами. Определена зависимость средней концентрации космических объектов в районе траектории ракеты-носителя. Проведена оценка средней вероятности сближения в запуске на предельные расстояния.

Ключевые слова: ракета-носитель, каталогизированные космические объекты, совместное движение, вероятность сближения, относительная скорость сближения, относительное расстояние сближения, угол встречи, концентрация космических объектов.

Одержано розподіл основних параметрів зближення ракети-носія із каталогізованими космічними об'єктами. Визначено залежність середньої концентрації космічних об'єктів у районі траєкторії ракети-носія. Оцінено середню імовірність зближення в запуску на граничні відстані.

Ключові слова: ракета-носії, каталогізовані космічні об'єкти, сумісний рух, імовірність зближення, відносна швидкість зближення, відносна відстань зближення, кут зустрічі, концентрація космічних об'єктів.

Distributions of the basic parameters of approach of a launch vehicle to cataloged space objects have been obtained. The dependence of the average spatial density of space objects in the area of the trajectory of the launch vehicle has been determined. The average probability of convergence in launches to maximum distances has been evaluated.

Key words: launch vehicle, catalogued space objects, mutual motion, probability of rendezvous, relative velocity of approach, relative distance of approach, angle of meeting, spatial density of space objects.

Введение. Спустя почти шесть десятилетий с момента запуска первого искусственного спутника Земли космическое пространство стало неотъемлемой частью жизнедеятельности человека. Изначально считалось, что космос является безграничным. Но недооценка темпов его освоения и возможных последствий

уже в конце третьего десятилетия активного использования околоземного космического пространства породила проблему утилизации космического мусора искусственного происхождения.

Результаты проведенных исследований показали, что для полёта ракеты-носителя (РН) на солнечно-синхронные орбиты космический мусор представляет реальную угрозу. При этом согласно [2] вероятность сближения на расстояние менее 100 м составляет 4×10^{-6} , что является уже достаточно большой величиной в сравнении таковой для пилотируемых полётов и полётов космических аппаратов (КА). Например, зона безопасности Международной космической станции представляет собой эллипсоид вращения с размерами полуосей $12,5' 12,5' 2$ км. При вероятности сближения космического объекта (КО) со станцией более 10^{-5} вводится «жёлтый» уровень опасности и объект берётся на сопровождение. В случае, когда вероятность составляет 10^{-4} и более («красный» уровень опасности), проводится орбитальный манёвр увода станции с траектории опасного КО [1; 5].

Применительно к КА оценки несколько разнятся. Согласно [1] вероятность столкновения КА диаметром 10 м с каталогизированным КО на высотах 800-1000 км в течение 2001 г. составляла 10^{-2} . Соответствующие ей суточная и часовая вероятности равны 3×10^{-5} и 10^{-6} . Представленные в работе [9] оценки среднегодовой вероятности столкновения для рассматриваемого диапазона высот и объекта размером 1 м^3 достигают величин $1,7 \times 10^{-5}$.

Постановка задачи. Даны:

- основные характеристики РН в составе аэродинамических и массово-инерционных характеристик, характеристик двигательной установки, компоновочной схемы, циклограммы работы системы управления и угловых программ полёта;

- характеристики целевой экваториальной орбиты РН;
- характеристики точки старта РН;
- окно времён запуска РН;
- каталогизированная космическая обстановка.

Необходимо:

- определить распределение основных характеристик опасных сближений (взаимное расстояние менее 5 км), таких как относительное расстояние, относительная скорость и угол встречи, а также зависимость средней концентрации КО в районе траекторий полёта РН на экваториальные орбиты от высоты полёта;

- исследовать распределение опасных сближений РН с КО в пределах окна запуска;

- оценить среднюю вероятность сближения РН с КО в запуске на критические расстояния (1 м, 10 м, 100 м).

Основной материал исследований. Введем предположения:

- КО, высота перигея которых менее 120 км, не учитываются;
- количество КО в рассматриваемом окне запуска постоянно;
- КО не совершают манёвров по изменению орбиты;
- РН и КО – материальные точки;
- движение РН происходит под воздействием сил тяги, притяжения Земли и аэродинамического сопротивления атмосферы;
- движение КО происходит под воздействием притяжения Земли и аэродинамического сопротивления атмосферы;
- функция распределения относительного расстояния между РН и КО усечённая нормальная.

Под опасным КО будем понимать объект, с которым выявлено опасное сближение.

В качестве начальных условий движения приняты гипотетическая РН легко-го класса с точкой старта на экваторе и каталог космической обстановки NORAD

от 20.06.13. В виду неравномерности распределения КО по высоте орбиты [1; 4; 6; 9] исследование совместного движения РН и КО проведено для целевых орбит РН от 500 до 2100 км. Учитывая, что средняя вероятность сближения РН с КО в запуске на расстояние менее 5 км составляет порядка 10^{-2} [2], для получения большего количества статистических данных о совместном движении принято суточное окно запуска от 00:00:00 21.06.13 до 00:00:00 22.06.13.

Рассмотрим совместное движение РН и группировки КО, которое в детерминированной постановке описывается системой из $6N_{КО} + 7$ дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши (где $N_{КО}$ – количество космических объектов):

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{V}}_{PH} &= (\bar{P}_{PH} + \bar{S}_{PH}) / m_{PH} + \bar{g}_{PH} (\bar{R}_{PH}) \\ \dot{\bar{R}}_{PH} &= \bar{V}_{PH} \\ \dot{m}_{PH} &= -\dot{m}_{ДУ} \\ \dot{\bar{V}}_{KO_i} &= \bar{S}_{KO_i} / m_{KO_i} + \bar{g}_{KO_i} (\bar{R}_{KO_i}) \\ \dot{\bar{R}}_{KO_i} &= \bar{V}_{KO_i} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где \bar{V}_{PH} – вектор абсолютной скорости РН; \bar{P}_{PH} – вектор силы тяги РН; \bar{S}_{PH} – вектор силы аэродинамического сопротивления атмосферы, действующей на РН; \bar{g}_{PH} – вектор ускорения силы притяжения Земли, действующей на РН; \bar{R}_{PH} – вектор текущего положения РН; m_{PH} – масса РН; $\dot{m}_{ДУ}$ – массовый секундный расход компонентов топлива через двигательную установку РН; \bar{V}_{KO} – вектор абсолютной скорости КО; \bar{S}_{KO} – вектор силы аэродинамического сопротивления атмосферы, действующей на КО; m_{KO} – масса КО; \bar{g}_{KO} – вектор ускорения силы притяжения Земли, действующей на КО; \bar{R}_{KO} – вектор текущего положения КО; $i \in 1, N_{КО}$ – номер КО.

Относительное расстояние $\Delta \bar{R}$ и скорость сближения $\Delta \bar{V}$, а также угол встречи α пары РН – КО определим из выражений

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{R}_i &= \bar{R}_{KO_i} - \bar{R}_{PH} \\ \Delta \bar{V}_i &= \bar{V}_{KO_i} - \bar{V}_{PH} \\ \alpha_i &= \arccos(\cos U_i \cos A_i) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где U – угол между вектором относительной скорости и его проекцией на плоскость орбиты РН (далее – орбитоцентрическая широта) (Рис. 1); A – угол между проекцией вектора относительной скорости на плоскость орбиты РН и трансверсалью её траектории (далее – орбитоцентрическая долгота).

Углы орбитоцентрической широты и долготы встречи (Рис. 1) определяются соотношениями

$$U_i = \arcsin \left(\frac{\Delta \bar{V}_i \cdot \bar{C}_{PH}}{|\Delta \bar{V}_i| |\bar{C}_{PH}|} \right). \quad (3)$$

$$A_i = \arccos \left(\frac{\Delta \bar{V}_i \cdot [\bar{C}_{PH} \cdot \bar{R}_{PH}]}{|\Delta \bar{V}_i| |\bar{C}_{PH} \cdot \bar{R}_{PH}|} \right) \text{sign}(\Delta \bar{V}_i \cdot \bar{R}_{PH}). \quad (4)$$

$$\bar{C}_{PH} = \bar{R}_{PH} \cdot \bar{V}_{PH}.$$

В результате решения систем (1) и (2) с применением (3) и (4) для выбранных начальных условий движения получены гистограммы распределения основных параметров опасных сближений: относительное расстояние сближения

(Рис. 2), относительная скорость сближения (Рис. 3), орбитоцентрическая долгота (Рис. 4), орбитоцентрическая широта (Рис. 5), угол встречи (Рис. 6). Статистические характеристики основных параметров опасных сближений приведены ниже (табл. 1).

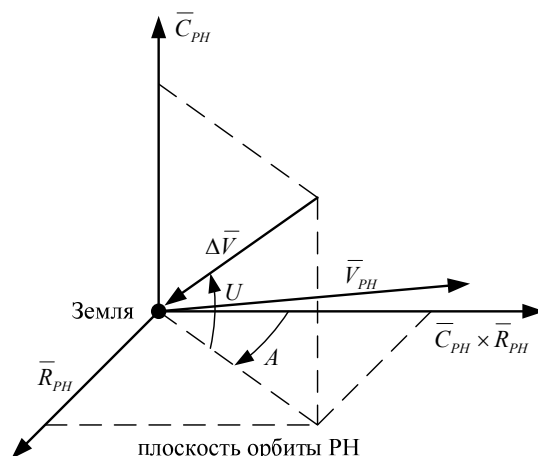


Рис. 1. Определение углов орбитоцентрической широты и долготы встречи

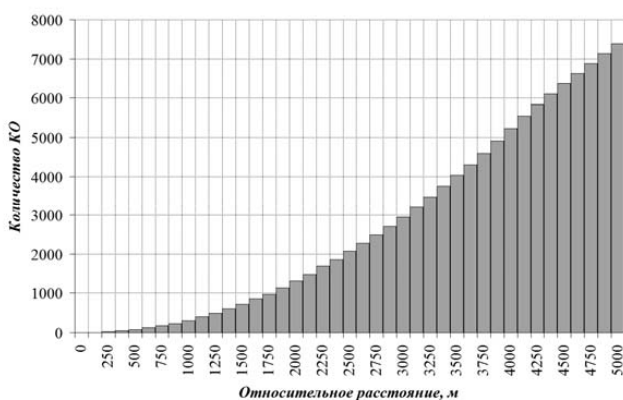


Рис. 2. Гистограмма распределения опасных сближений по относительному расстоянию

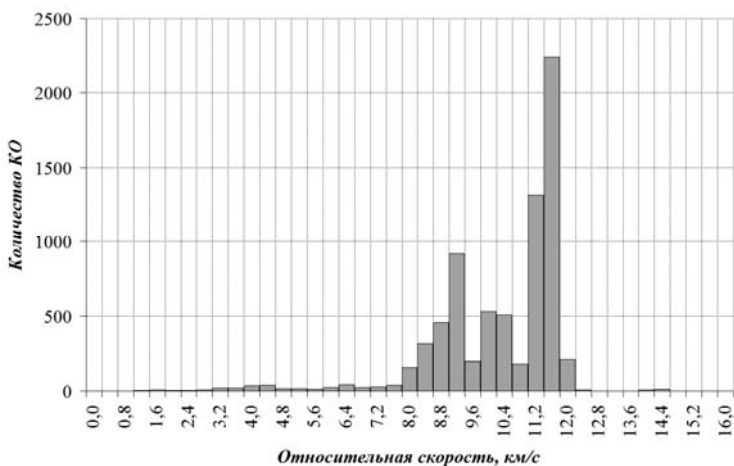


Рис. 3. Гистограмма распределения опасных сближений по относительной скорости

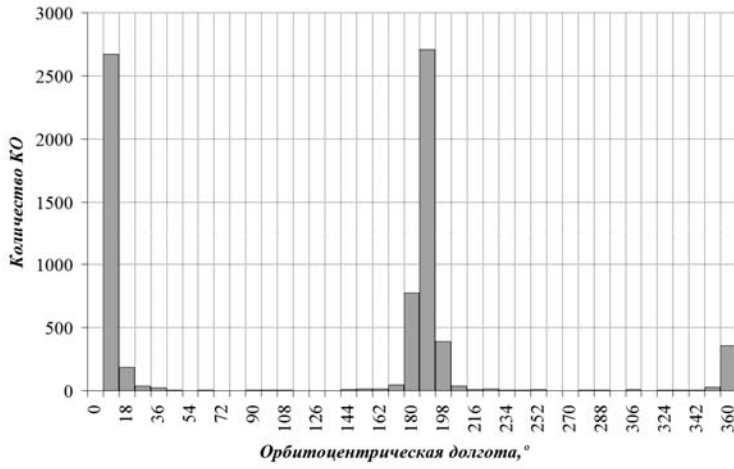


Рис. 4. Гистограмма распределения опасных сближений по орбитальной долготе

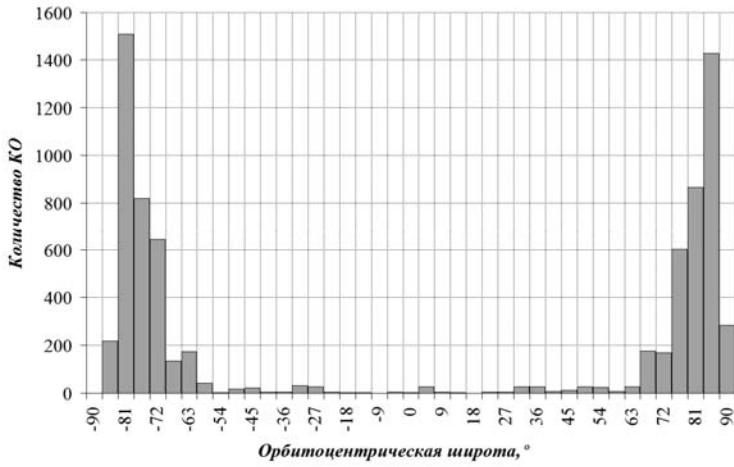


Рис. 5. Гистограмма распределения опасных сближений по орбитальной широте

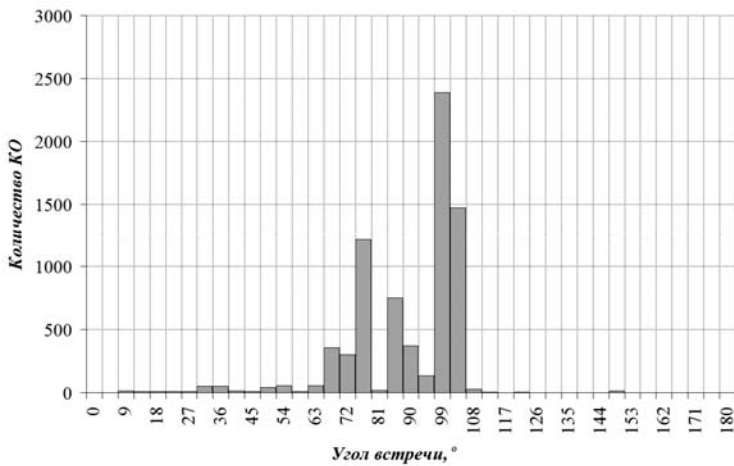


Рис. 6. Гистограмма распределения опасных сближений по углу встречи

Таблиця 1

Статистические характеристики параметров опасных сближений

Параметр сближения \ Статистическая характеристика	Математическое ожидание	Среднее квадратическое отклонение	Минимальное значение	Максимальное значение
Минимальное относительное расстояние, м	3196	1152	47	5000
Относительная скорость, км/с	10,098	1,629	0,371	14,262
Угол встречи, °	87,045	16,237	2,274	144,492
Орбитоцентрическая широта, °	0,310	77,909	-89,845	89,925
Орбитоцентрическая долгота, °	122,430	102,735	0,011	359,997

Как можно видеть из полученных результатов, наибольшее количество опасных сближений наблюдается на скоростях более 9 км/с с углами встречи порядка 90 – 100°. Размах распределения составляет 0 – 12,8 км/с для относительной скорости и 0 – 145° для угла встречи. Кроме того, сближения в основном происходят встречно или попутно (Рис. 4) при движении КО относительно плоскости орбиты РН с углами порядка 70 – 90° (Рис. 5). Применительно к солнечно-синхронным орбитам полученная ранее картина несколько иная [2]. Опасные сближения в основном наблюдались на относительных скоростях более 10 км/с с углами встречи более 90°, при этом размах распределения составлял 0 – 16,8 км/с для относительной скорости и 0 – 180° для угла встречи.

Из 750 тыс. промоделированных запусков выявлено одно опасное сближение РН с КО на расстояние менее 100 м, параметры которого приведены ниже (табл. 2).

Следует также обратить внимание на схожесть распределений относительной скорости сближений РН и КО и их угла встречи с распределением КО по наклону орбиты, приведенному в [там же], что может говорить о корреляции между ними. Анализ показал, что между относительной скоростью сближений и наклоном орбиты опасных КО существует сильная связь, корреляция составляет 0,98.

Угол встречи функционально зависит от наклона орбиты КО, корреляция составляет 1,00.

Таблиця 2

Параметры сближения РН с КО на расстояние менее 100 м

Минимальное относительное расстояние, м	47
Относительная скорость, км/с	11,308
Угол встречи, °	99,128
Орбитоцентрическая широта, °	80,807
Орбитоцентрическая долгота, °	186,789
Высота полёта, км	757

Для определения аналитических зависимостей «относительная скорость (ΔV) – наклонение КО ($i_{КО}$)» и «угол встречи ($\tilde{\alpha}$) – наклонение КО» (углы измеряются в градусах) аппроксимируем их статистические данные (Рис. 7 – 8) с применением метода наименьших квадратов.

Рассмотрим распределение опасных сближений по времени запуска РН в пределах данного окна (Рис. 9). Как можно видеть, распределение близко к равномерному, но согласно критерию χ^2 [3] таковым не является.

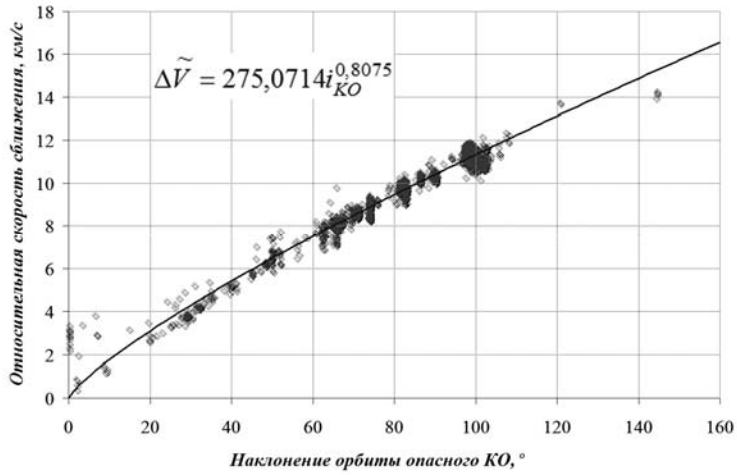


Рис. 7. Аппроксимация зависимости относительной скорости сближения

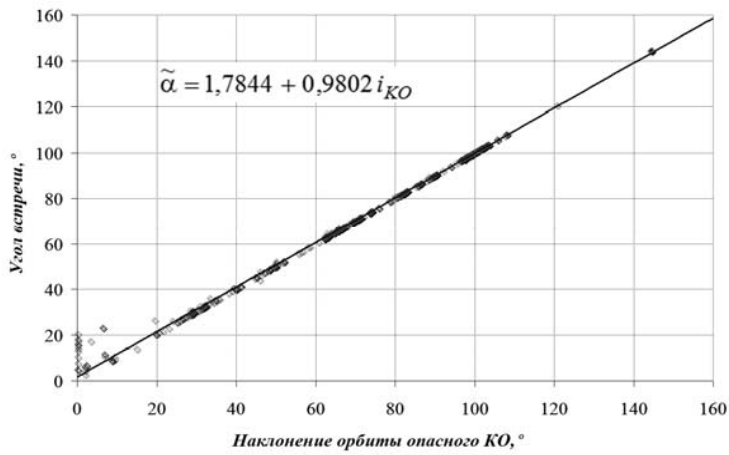


Рис. 8. Аппроксимация зависимости угла встречи

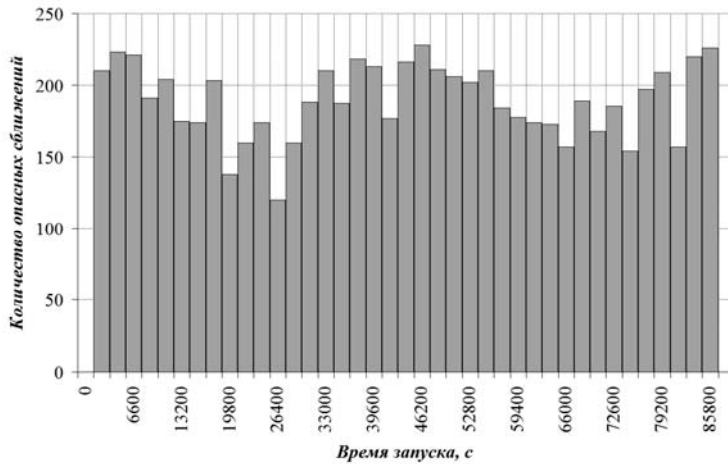


Рис. 9. Гистограмма распределения опасных сближений по времени запуска

На основании полученных статистических данных проведена оценка средней концентрации опасных КО в районе траекторий РН. Как видно из Рис. 10, зависимость средней концентрации от высоты визуально схожа с распределением КО по

средней высоте орбиты. Проведенный анализ показал сильную связь между ними (корреляция составляет 0,98).

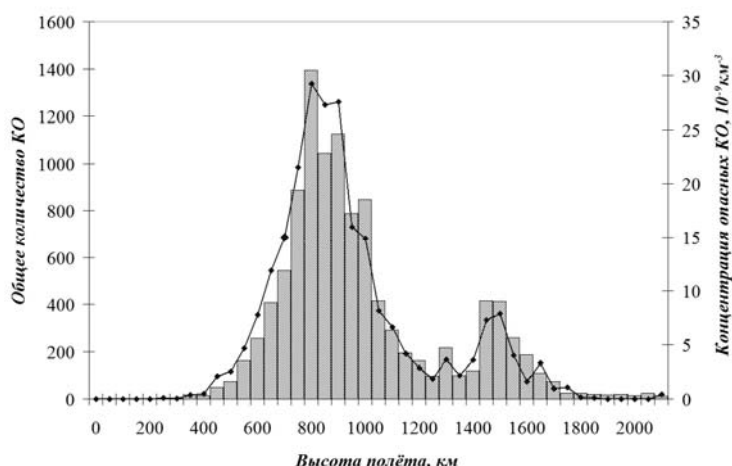


Рис. 10. Средняя концентрации опасных КО в районе траектории РН

Для определения зависимости средней концентрации опасных КО в районе траектории РН от распределения КО по высоте орбиты аппроксимируем последнее с применением полигауссового распределения вида

$$H = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\nu_i}{\sigma_i} \exp \left(-\frac{(h - M_i)^2}{2\sigma_i^2} \right) \right], \quad (5)$$

где ν – весовой коэффициент; h – высота орбиты КО (км); M – математическое ожидание; σ – среднее квадратическое отклонение.

Применив метод наименьших квадратов, получим значения параметров распределения КО по высоте орбиты (табл. 3).

Таблица 3

Коэффициенты распределения КО по высоте орбиты

Параметр распределения	Порядковый номер коэффициента		
	1	2	3
Математическое ожидание, км	1494	1195	846
Среднее квадратическое отклонение, км	54	404	130
Весовой коэффициент	45295	135871	363428

Введём предположение о линейной зависимости между высотным распределением КО и их средней концентрацией в районе траектории РН:

$$\rho = n_\rho H, \quad (6)$$

где $n_\rho = 2,27 \cdot 10^{-11}$ км⁻³ – весовой коэффициент, полученный методом наименьших квадратов. Тогда зависимость средней концентрации опасных КО в районе траектории РН (км⁻³) от высоты полёта (км) можно описать выражением

$$\rho = \frac{10^{-9}}{\sqrt{2\pi}} \left[19,1 \exp \left(-\frac{(h-1494)^2}{5832} \right) + 7,65 \exp \left(-\frac{(h-1195)^2}{326432} \right) + 63,58 \exp \left(-\frac{(h-846)^2}{33800} \right) \right].$$

Следует обратить внимание, что полученные оценки средней концентрации опасных КО схожи с оценками общей концентрации наблюдаемых КО [1; 4; 6 – 8].

С учётом предположения об усечённом нормальном распределении относительного расстояния проведём оценку средней вероятности сближения РН с КО в запуске. Согласно [2] определим вероятность из соотношения

$$P_C = P(|\Delta\bar{R}| \leq \Delta R_{MIN}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}n\sigma} \int_0^{\Delta R_{MIN}} \exp\left(-\frac{(R-M)^2}{2\sigma^2}\right) dR, \quad (7)$$

где n – нормирующий коэффициент распределения

$$n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(R-M)^2}{2\sigma^2}\right) dR.$$

Параметры распределения вычислим из распределения относительного расстояния сближения по всем рассматриваемым орбитам (Рис. 2). Выберем две характерные точки с координатами (предельно допустимое относительное расстояние сближения; количество КО) (100 м; 1) и (4000 м; 5228). Вероятность сближения для выбранных значений предельно допустимого относительного расстояния сближения составляет $1,3 \cdot 10^{-6}$ и $6,7 \cdot 10^{-3}$ соответственно. Этим данным соответствует распределение, параметры которого приведены ниже (табл. 4).

Таблица 4

Параметры распределения относительного расстояния между РН и КО

Параметр	Значение
Математическое ожидание, м	9107
Среднее квадратическое отклонение, м	2065
Нормирующий коэффициент, б/р	0,9999948

Вероятность сближения на относительные расстояния 1 м и 10 м с применением (7) и данных табл. 4 составляет $1,2 \cdot 10^{-8}$ и $1,2 \cdot 10^{-7}$ соответственно, что приблизительно в три раза меньше, чем для солнечно-синхронных орбит [2].

Учитывая, что время полёта РН к целевой орбите составляет порядка одного часа, оценки средней вероятности сближения в годовом эквиваленте на относительные расстояния 1 м, 10 м и 100 м – 10^{-4} , 10^{-3} и 10^{-2} соответственно. Следует отметить, что полученная оценка на порядок меньше среднегодовой оценки вероятности столкновения КА размером 10 м с каталогизированным КО, равной 10^{-2} [1].

Выводы. Из результатов проведенного исследования на примере одного пускового дня и целевых орбит от 500 км до 2100 км можно сделать следующие выводы:

- сближения РН и КО наблюдаются со скоростями от 0 до 12,8 км/с и углами встречи от 0 до 145° , размах распределений меньше, чем для солнечно-синхронных орбит;
- сближения в основном происходят в плоскости орбиты РН встречно или попутно, а относительно плоскости орбиты – под углами $70 - 90^\circ$.
- получены аналитические зависимости относительной скорости сближения и угла встречи РН с КО от наклона орбиты опасных КО;
- получена аналитическая зависимость средней концентрации опасных КО в районе траектории РН от высоты полёта;
- распределение опасных сближений по времени запуска РН близко к равномерному;
- из более 750 тыс. промоделированных траекторий выявлено одно сближение на относительное расстояние менее 100 м;

– вероятность сближения РН с КО в запуске на расстояние менее 100 м составляет $1,3 \cdot 10^{-6}$, что почти в три раза меньше аналогичной вероятности для солнечно-синхронных орбит [2].

Библиографические ссылки

1. **Вениаминов, С. С.** Космический мусор – угроза человечеству [Текст]: монография / С. С. Вениаминов. – М.: ИКИ РАН, 2013. – 207 с.
2. **Голубек, А. В.** Исследование взаимных сближений ракеты-носителя на активном участке траектории с космическими объектами [Текст] / А. В. Голубек // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-косм. техніка. – 2014. – Т. 22, № 4. – С. 26 – 35.
3. **Кобзарь, А. И.** Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников [Текст] / А. И. Кобзарь. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
4. **Назаренко, А. И.** Моделирование космического мусора [Текст]: монография / А. И. Назаренко. – М.: ИКИ РАН, 2013. – 216 с.
5. **Firooz, A. A.** Safety Design For Space Operations [Text] / A. A. Firooz, I. Rongier, P. D. Wilde, T. Sgobba. – Oxford: Elsevier Ltd., 2013. – 1081 p.
6. **Klinkrad, H.** Space Debris Models and Risk Analysis [Text] / H. Klinkrad. – Chichester: Praxis Publishing Ltd., 2006. – 430 p.
7. **Liou, J.-C.** «Stability of the Future LEO Environment» [Text]: status review / J.-C. Liou // 28th IADC Meeting. – 8–12 Mar. 2010. – Trivandrum.
8. Current Debris Environment in Low Earth Orbit [Text] // Orbital Debris Quarterly News. NASA. – 2009. – June – Vol. 13, iss. 3. – P. 7.
9. **Steel, D.** The Orbital Debris Collision Hazard for Proposed Satellite Constellations [Electronic resource] / D. Steel. – Access mode: <http://www.duncansteel.com/archives/1515>. – 30.04.2015. – Title from the screen.

Надійшла до редколегії 18.05.2015

УДК 532.516

Н. В. Гришин¹, А. А. Приходько²

¹Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное” имени М.К. Янгеля»

²Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА ПРИ ДОЗВУКОВОЙ И СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ

Моделирование поперечного обтекания цилиндра выполнено с применением нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса несжимаемой и сжимаемой жидкостью. Численное решение системы исходных уравнений получено с помощью метода контрольных объемов. Представлены результаты сверхзвукового обтекания цилиндра при использовании различных подходов к моделированию турбулентности.

Ключевые слова: сверхзвуковое обтекание, дозвуковое обтекание, цилиндр, уравнения Навье-Стокса, численное моделирование.

Моделювання поперечного обтікання циліндра виконано із застосуванням нестационарних тривимірних рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої та стисливої рідини. Числове розв'язання системи вихідних рівнянь отримано за допомогою методу контрольних об'ємів. Наведено результати надзвукового обтікання циліндра за допомогою різних підходів до моделювання турбулентності.

Ключові слова: надзвукове обтікання, дозвукове обтікання, циліндр, рівняння Нав'є-Стокса, числове моделювання.