

10. **Мазуренко В.Б.** Модель процесса измерения уровня жидкого топлива в условиях качки // Системні технології: регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2014. – Вип. 5 (94). – С. 25–36.
11. View Climatic Summary Plots : Station 51028 - Christmas Island [Електронний ресурс] // National Data Buoy Center, – Режим доступа: http://www.ndbc.noaa.gov/view_climplot.php?station=51028&meas=wp
12. **Максимаджи А.И.** Капитану о прочности корпуса судна : справочник / А. И. Максимаджи. – Л. : Судостроение, 1988. – 223 с.
13. **Мазуренко В.Б.** Обзор применяемых методов измерения уровня жидкого топлива в баках нижних ступеней ракет-носителей // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – Дніпропетровськ.: Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара, 2013. – Т. XVI. – С. 82–95.

Надійшла до редколегії 04.04.2016

УДК 519.246.3

В. П. Малайчук¹, А. М. Потапов², И. А. Гусарова², И. И. Деревянко¹

¹Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

²Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» имени М. К. Янгеля»

ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ РАБОТОСПОСОБНОСТИ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ СТАЦИОНАРНОСТИ И НЕЗАВИСИМОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ЛИНЕЙНО-ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ КОНТРОЛЯ

Рассмотрены основы теории оценки стационарности и независимости измерений выборки нормальных случайных величин. Исследована возможность их применения для выборки случайных величин с разными законами распределения вероятностей, значениями автокорреляции и ограничениями на объем измерений. При факторном анализе оценены условия работоспособности исследуемых критериев.

Ключевые слова: стационарность, независимость, модель измерений, разность выборки, среднее значение, разброс.

Розглянуто основи теорії оцінки стаціонарності і незалежності вимірювань вибірок нормальних випадкових величин. Досліджено можливість їх застосування для вибірок випадкових величин з різними законами розподілу ймовірностей, значеннями автокореляції і обмеженнями на обсяг вимірювань. При факторному аналізі оцінено умови працездатності досліджуваних критеріїв.

Ключові слова: стаціонарність, незалежність, модель вимірювань, різниця вибірки, середнє значення, розкид.

The bases of evaluation theory and stationary measurements independent samples of normal random variables. The possibility of their use for the sampling of random variables with different probabilities distribution laws, the autocorrelation values and restrictions on the volume measurement. When factor analysis assessed the conditions of the test criteria of efficiency.

Keywords: stationary, independent, measurement model, the difference between the sample, the mean value, scatter.

Постановка задачі. Статистические закономерности экспериментальных выборок ультразвукового контроля несколько отличаются от теоретических. Это, прежде всего, искажения помехами, автокоррелированность и асимметричность законов распределения вероятностей. Путем проведения вычислительных экспериментов можно исследовать их влияние на эффективность оценок стационарности и независимости измерений линейно-протяженных объектов. Результаты обработки экспериментальных выборок измерений информативных параметров необходимы для принятия решений о состоянии и качестве контролируемой техники. Визуально-аналитические данные для поддержки принятия решений готовятся информационно-аналитической подсистемой менеджмента [1; 2]. Эти данные должны представляться в виде, удобном для визуального рассмотрения и анализа на экранах персональных компьютеров (краткие описания, графики, схемы, таблицы, рисунки, видеозаписи, объемные изображения).

Кроме наглядности данных, очень важное значение имеет их верность и точность. Если заданы требования к физико-техническим показателям проектируемых объектов в виде интервалов «от и до», то верность характеризуется вероятностью того, что оценки, как случайные величины, этих показателей, рассчитанные по экспериментальным измерениям, находятся в пределах этого интервала, а точность зависит от приборных ошибок измерителей и размеров выборок измерений.

Измерения параметров, как правило, искажены помехами различного происхождения. Это случайные изменения контакта чувствительных элементов измерителей с поверхностью объекта контроля, это их электронные шумы и ошибки аналого-цифровых преобразователей. Выборки измерений запоминаются и затем обрабатываются специальными компьютерными программами. Это выборки дискретных случайных величин с неизвестными статистическими закономерностями. Такие измерения могут быть получены при ультразвуковом и магнитометрическом контроле линейно-протяженных объектов. Обобщенная математическая модель измерений линейно-протяженных объектов описывается уравнением

$$x(k) = m(k)[S(k) + \Delta S(k)] + n(k) \quad (1)$$

где $m(k)$ – контактная помеха; $n(k)$ – измерительный шум; $S(k)$ – медленно меняющийся стохастический или детерминированный сигнал, содержащий информацию о дефектности объекта контроля; $\Delta S(k)$ – автокоррелированная составляющая информативного сигнала, содержащая информацию о его качестве; k – номер измерения точечных объектов или номер координат линейно-протяженных объектов.

Для их описания используются модели в виде разностных уравнений типа Маркова и Юла [3]

$$S(k) = \alpha S(k-1) + \beta \xi(k), \quad \Delta S(k) = \alpha_1 \Delta S(k-1) - \alpha_2 \Delta S(k-2) + \beta \xi(k), \quad (2)$$

где $\xi(k)$ – последовательность независимых случайных величин с экспоненциальным законом распределения вероятностей [4].

Первичная обработка выборки измерений $x(k)$ имеет своей целью оценку стационарности $S(k)$. Эту задачу, учитывая наличие неизвестных помех $m(k)$,

$n(k)$ и автокоррелированность $\Delta S(k)$, решим следующим образом. Размер N выборки $x(k)$ значительно (в десятки и сотни раз) превышает интервал корреляции Δk последовательности $\Delta S(k)$. Если этот интервал известен, то сформируем, используя выборку $x(k)$, выборку частных средних

$$z(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=n(i-1)+1}^{in} x(k), \quad i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad m = N/n, \quad (3)$$

где i – номер элементарного участка; $n = \Delta k$ – количество измерений в элементарном участке; m – размер преобразованной выборки.

Очевидно, что $z(i)$ – это последовательность независимых случайных величин с законом распределения вероятности, близким к закону Гаусса. Их стационарность является свидетельством стационарности исходной выборки $x(k)$. Чтобы проверить гипотезу о стационарности выборок $z(i)$, используем метод анализа разностей независимых случайных величин [5].

Основы теории оценки стационарности измерений выборки нормальных случайных величин. Рассмотрим выборку нормальных случайных величин $z(i)$ с математическим ожиданием a и дисперсией σ^2 , полагая $z(i) = a + \sigma \xi(i)$, где $\xi(i)$ – последовательность нормальных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Тогда первая и вторая разности равны

$$\Delta z_1(i) = z(i) - z(i-1), \quad \Delta z_2(i) = \Delta z_1(i) - \Delta z_1(i-1) \quad (4)$$

и, следовательно, для j -ой разности справедливо равенство

$$\Delta z_j(i) = \Delta z_{j-1}(i) - \Delta z_{j-1}(i-1), \quad (5)$$

где j – номер разности. Вторую и последующие разности можно определить

$$\begin{aligned} \Delta z_2(i) &= z(i) - 2z(i-1) + z(i-2), \\ \Delta z_j(i) &= z(i) - C_j^1 z(i-1) + C_j^2 z(i-2) + \dots + C_j^{j-1} z(i-j+1) + (-1)^j z(i-j), \end{aligned} \quad (6)$$

где C_n^m – число сочетаний m по n .

Так как $z(i)$ – независимые случайные величины, то дисперсия $\Delta z_j(i)$ равна

$$D[\Delta z_j(i)] = \left(1 + (C_j^1)^2 + (C_j^2)^2 + \dots + (C_j^{j-1})^2 + 1 \right) \sigma^2. \quad (7)$$

Учитывая свойство суммы $\sum_{t=0}^j (C_j^t)^2 = C_{2j}^j$, получим связи дисперсии

разности $D[\Delta z_j(i)]$ и дисперсии $D[z(i)]$

$$D[\Delta z_j(i)] = C_{2j}^j D[z(i)], \quad j = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

такая связь имеет место, если $z(i)$ – последовательность нормальных случайных величин и это свойство разностей можно использовать для контроля стационарности выборки по экспериментальным измерениям.

Располагая выборками $z(i)$, $\Delta z_1(i)$, ..., $\Delta z_j(i)$ с размерами m , $m-1$, $m-j$, определим их средние \bar{z} и $\overline{\Delta z_j}$ и выборочные дисперсии

$$D^*[z(i)] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (z(i) - \bar{z})^2, \quad D^*[\Delta z_j(i)] = \frac{1}{m-j} \sum_{i=1}^{m-j} (\Delta z_j(i) - \overline{\Delta z_j})^2. \quad \text{Оценив}$$

выборочные дисперсии $D^*[z(i)]$ и $D^*[\Delta z_j(i)]$, сформируем экспериментальный показатель стационарности

$$V_j = \frac{C_{2j}^j D^*[z(i)]}{D^*[\Delta z_j(i)]}. \quad (9)$$

его теоретические математические ожидания $M[V_j]$ и дисперсии $D[V_j]$ равны

$$M[V_j] = \frac{m-j}{m-2-j}, \quad D[V_j] = \frac{2(m-j)^2(2m-2-j)}{m(m-2-j)^2(m-4-j)}, \quad (10)$$

Показатель стационарности – случайная величина с законом распределения вероятности Фишера с параметрами n_1 и n_2 [5]. С вероятностью P гипотеза о стационарности подтверждается, если

$$V_j \leq V_{jo} = \Psi_\phi(P/n_1 n_2), \quad n_2 = m, \quad n_1 = m-j, \quad (11)$$

где $\Psi_\phi(P/n_1 n_2)$ – функция, обратная функции вероятности Фишера (аппроксимация Полсона)

$$\Psi_\phi(P/n_1 n_2) = 9n_2 \left[\frac{\frac{n_2}{n_1} \left[(9n_1-2)(9n_2-2) + 3\Psi_\Gamma(P) \left(2n_1(9n_2-2)^2 - 36n_1 n_2 \Psi_\Gamma^2(P) \right)^2 \right]}{(9n_2-2)^2 - 18n_2 \Psi_\Gamma^2(P)} \right], \quad (12)$$

здесь $\Psi_\Gamma(P)$ – аппроксимация обратной функции Гаусса

$$\Psi_\Gamma(p) = 4,91 \left[p^{0,14} - (1-p)^{0,14} \right]. \quad (13)$$

Значения обратной функции Фишера при $P = 0,95$ приведены в табл. 1. Если по выборке получены оценки V_1^* , V_2^* , V_3^* , ..., V_j^* и выполняется неравенство $V_j^* \leq \Psi_\phi(0,95/n_1, n_2)$, то принимается решение о стационарности выборки $z(i)$.

Таблица 1

Значения обратной функции Фишера при $P = 0,95$

j	0	1	2	3	4	5	6
$\Psi_{\Phi}(10-j)$	2,97	3,13	3,34	3,63	4,06	4,74	5,96
$\Psi_{\Phi}(20-j)$	2,12	2,15	2,19	2,23	2,28	2,33	2,39
$\Psi_{\Phi}(30-j)$	1,84	1,85	1,87	1,88	1,9	1,92	1,94
$\Psi_{\Phi}(50-j)$	1,6	1,605	1,61	1,615	1,62	1,625	1,63
$\Psi_{\Phi}(100-j)$	1,51	1,51	1,515	1,515	1,52	1,52	1,525

Основы теории оценки независимости измерений выборки нормальных случайных величин. Для решения этой задачи воспользуемся методом проверки гипотезы о независимости путем анализа средних оценок коэффициентов корреляции первого r_1^* и второго r_2^* порядка [5]

$$r_{12}^* = \frac{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} (z(i) - \bar{z})(z(i+1) - \bar{z}) + \frac{1}{m-2} \sum_{i=1}^{m-2} (z(i) - \bar{z})(z(i+2) - \bar{z})}{\frac{2}{m} \sum_{i=1}^m (z(i) - \bar{z})^2} \quad (14)$$

При $m > 20$ критерий r_{12}^* почти нормальная величина. Если измерения не автокоррелированы, то математическое ожидание $M[r_{12}^*]$ и дисперсия $D[r_{12}^*]$ равны

$$M[r_{12}^*] = \frac{2m-3}{2m(m-1)}, \quad D[r_{12}^*] = \frac{2m^4 + 13m^3 - 15m^2 + 28m - 34}{64m^2(m-1)(m+1)} \quad (15)$$

Решающее правило проверки гипотезы о независимости записывается в виде

$$\frac{5|r_{12}^* - M[r_{12}^*]|}{\sqrt{D(r_{12}^*)}} \leq \Psi_2(P) \quad (16)$$

Если неравенство выполняется, то с вероятностью 0,95 – это выборка независимых случайных величин.

Факторный анализ работоспособности критериев оценки стационарности и независимости измерений. Для определения условий, при которых критерии оценки стационарности и независимости измерений являются работоспособными, проведем вычислительные эксперименты. Для некоррелированных и автокоррелированных марковских выборок с различными законами распределения, разными размерами и дисперсиями сформируем разности (6) $j = 1, 3, 5$, определим их выборочные дисперсии и оценим показатель V_j^* (9) и показатель r_{12}^* (14). В процессе проведения факторного анализа проведем по 500 экспериментов и построим гистограммы оценок $V_j^*(w)$ и r_{12}^* , где w – номер эксперимента, и определим их статистические параметры: средние значения $\overline{V_j^*}$ и

$\overline{r_{12}}^*$, дисперсии $D^*(V_j)$ и $D^*(r_{12})$ и эффективность оценивания по вероятности принятия правильного решения $P^*(V_j)$ (согласно порогам табл. 1) по формулам [6]:

$$\begin{aligned}\overline{V_j}^* &= \frac{1}{500} \sum_{w=1}^{500} V(w), \quad D^*(V_j) = \frac{1}{500} \sum_{w=1}^{500} \left(V(w) - \overline{V_j}^* \right)^2, \\ P^*(V_j) &= \frac{1}{500} \sum_{w=1}^{500} \text{sgn}(\Psi_\phi - V(w)), \\ \overline{r_{12}}^* &= \frac{1}{500} \sum_{w=1}^{500} r_{12}(w), \quad D^*(r_{12}) = \frac{1}{500} \sum_{w=1}^{500} \left(r_{12}(w) - \overline{r_{12}}^* \right)^2.\end{aligned}\quad (17)$$

Согласно теории, основной показатель, который оказывает влияние на работоспособность критериев – ограничение длины исследуемой выборки. Проведем эксперимент для некоррелированного нормального шума с параметрами $M = 10$ и $\sigma = 1$ при различных длинах выборки от 10 до 100. Результаты показаны в табл. 2, при этом в ней представлены теоретические значения, рассчитанные по формулам (10). Гистограммы при длинах выборок 10, 30 и 50 для показателя V_j^* представлены на рис. 1 (длина интервала гистограмм $\Delta V = 0,025$), для показателя r_{12}^* – на рис. 2 (длина интервала $\Delta r_{12} = 0,05$).

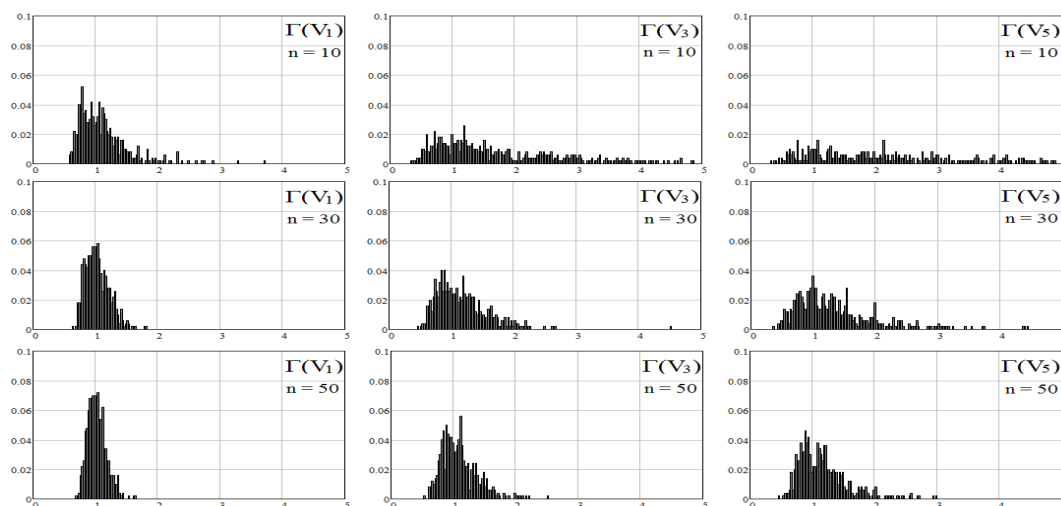
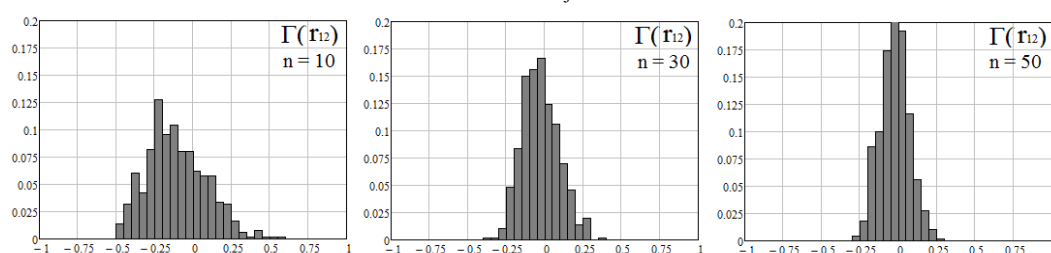
Как видно из табл. 2 и рис. 1, 2, критерии оценки стационарности и независимости работоспособны при исследовании некоррелированных выборок.

Чем выборка короче, тем дисперсии определения показателей V_j^* и r_{12}^* больше, соответственно точность определения меньше, но даже при длине выборки $n = 10$ эффективность оценивания по вероятности правильного решения для оценки стационарности не менее 0,9.

Таблица 2

Влияние длины выборки на работоспособность критериев

M	V ₁			V ₃			V ₅			R ₁₂		
	$\overline{V_1}^*$	$\sqrt{D^*}$	P ₁ [*]	$\overline{V_3}^*$	$\sqrt{D^*}$	P ₃ [*]	$\overline{V_5}^*$	$\sqrt{D^*}$	P ₅ [*]	$\overline{r_{12}}^*$	$\sqrt{D^*}$	P [*]
Теоретические												
10	1,286	1,060	0,95	1,400	1,400	0,95	1,667	2,687	0,95	0,094	0,224	0,95
30	1,074	0,418		1,080	0,431		1,087	0,446		0,033	0,194	
50	1,043	0,307		1,044	0,310		1,047	0,315		0,020	0,188	
100	1,021	0,207		1,021	0,210		1,022	0,210		0,0099	0,183	
Экспериментальные												
10	1,129	0,440	0,90	2,283	2,560	0,82	9,179	19,51	0,61	- 0,087	0,193	0,35
30	1,034	0,202	0,97	1,176	0,440	0,90	1,344	0,709	0,82	- 0,018	0,122	0,73
50	1,020	0,152	0,98	1,091	0,290	0,94	1,165	0,401	0,88	- 0,020	0,097	0,90
100	1,005	0,095	0,99	1,035	0,167	0,97	1,060	0,219	0,95	- 0,037	0,072	0,97

Рис. 1. Гистограммы показателя V_j^* для шума при $N = 10, 30$ и 50 Рис. 2. Гистограммы показателя r_{12}^* для шума при $N = 10, 30$ и 50

Проведем визуальный сравнительный анализ (рис. 3) гистограмм показателя V_j^* первой разности при длинах выборок 10, 30, 50 и 100, полученных по экспериментальным данным, и их теоретических графиков законов распределения Фишера

$$W(V/n_1 n_2) = \frac{\Gamma\left(\frac{n_1 + n_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}} V^{\frac{n_1}{2}-1} \left(1 + \frac{n_1}{n_2} V\right)^{-\frac{n_1 + n_2}{2}}, \quad (18)$$

$$n_1 = m - j, \quad n_2 = m.$$

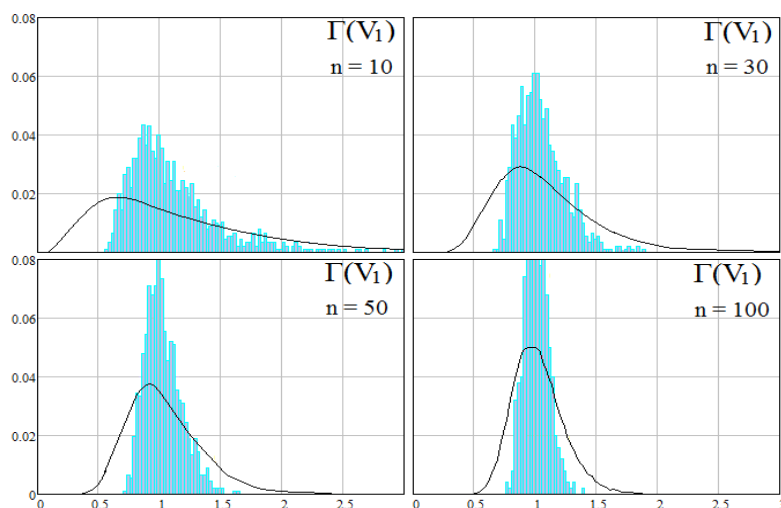


Рис. 3. Сравнительный анализ гистограмм показателя V_j^* и их теоретических графиков законов распределения Фишера

Как видно из рис. 3, гистограммы экспериментальных значений незначительно отличаются от теоретических графиков, при этом средние значения близки, а главное различие заключается в разбросах.

Теория оценки стационарности разработана для нормальных последовательностей. Второй вычислительный эксперимент имеет своей целью оценить работоспособность метода для измерений с другими законами распределений вероятностей. Модель измерений (1) описывается нормальным, экспоненциальным и бета распределениями. Они и выбраны для проведения этого эксперимента.

Условия проведения эксперимента. Оценим показатели (17) для некоррелированных выборок со стандартным нормальным распределением при $\sigma = 1$, экспоненциальным при $\lambda = 1$ и бета-распределением при $\alpha = 5$ и $\beta = 1$, если размер выборок составляет 100 измерений. Результаты эксперимента представлены в табл. 3.

Таблица 3

**Сравнение оценок стационарности измерений
выборок с нормальным, экспоненциальным и бета-распределением**

	V_1			V_3			V_5			r_{12}		
	\bar{V}_1^*	$\sqrt{D^*}$	P_1^*	\bar{V}_3^*	$\sqrt{D^*}$	P_3^*	\bar{V}_5^*	$\sqrt{D^*}$	P_5^*	\bar{r}_{12}^*	$\sqrt{D^*}$	P^*
Теор.	1,021	0,207	0,95	1,021	0,210	0,95	1,022	0,210	0,95	0,0099	0,182	0,95
Норм.	1,005	0,095	0,99	1,035	0,167	0,97	1,060	0,219	0,95	-0,037	0,072	0,97
Эксп.	1,013	0,105	0,98	1,048	0,192	0,97	1,079	0,253	0,94	-0,027	0,075	0,98
Бета	1,001	0,105	0,99	1,025	0,184	0,98	1,048	0,228	0,95	-0,031	0,069	0,97

Из анализа результатов табл. 3 следует вывод, что оценки стационарности измерений рассматриваемых законов распределения близки. Учитывая, что экспоненциальное распределение имеет наибольшие различия с нормальным распределением, можно утверждать, что критерий оценки стационарности работоспособен не только для распределений, представленных в таблице, но, очевидно, и для других.

Эффективность оценивания по вероятности правильного решения $P^*(V)$ близка к единице, соответственно, значения, представленные в таблице, можно принимать как эталонные для рассматриваемого критерия, с ними можно сравнивать и отличающиеся от них стоит рассматривать как аномальные.

Важным вопросом при исследовании работоспособности критерия оценки стационарности является качество оценок, получаемых при каждой последующей разности. Цель данного эксперимента – выбор количества разностей, необходимых для максимальной информативности критерия, и выбор номеров этих разностей. Исследуются выборки некоррелированного нормального шума длиной 100 и параметрами $M = 0$ и $\sigma = 1$ для номеров разностей 1–20. Экспериментальные результаты \bar{V}_j^* и $D^*(V_j)$ и теоретические $M[V_j]$ и $D[V_j]$, рассчитанные по формулам (11), в точках 1, 3, 5, 10, 15, 20 представлены в табл.4.

Таблица 4

Зависимость показателей \bar{V}_j^* и $\sqrt{D^*(V_j)}$ от j

	V1	V3	V5	V10	V15	V20
$M[V_j]$	1,021	1,021	1,022	1,023	1,024	1,026
\bar{V}_j^*	1,005	1,035	1,06	1,122	1,201	1,312
$\sqrt{D[V_j]}$	0,207	0,210	0,210	0,214	0,217	0,221
$\sqrt{D^*(V_j)}$	0,095	0,167	0,219	0,285	0,375	0,557

Как видно из табл. 4, каждая последующая рассматриваемая разность характеризуется увеличением дисперсии показателя V_j^* и, как следствие, из-за ненормальности закона распределения оценок, среднего значения. В ходе проведения эксперимента отмечена зависимость между оценками показателя V_j^* , полученными при разных номерах разностей: каждая оценка, полученная при последующей разности, всегда больше. Если оценка V_j^* , полученная по выборке первой разности, выходит за пороги табл. 1, то и все оценки, полученные при последующих разностях, также будут выходить за порог. Учитывая эту особенность и то, что оценки показателя V_j^* , полученные на первой разности, имеют наименьшую ошибку оценивания, является целесообразным при использовании исследуемого критерия оценки стационарности применять лишь оценки показателя V_j^* , полученные по первой разности, все остальные оценки показателя V являются неинформативными.

Согласно теории оценки стационарности измерений, метод работоспособен для неавтокоррелированных последовательностей. Теоретически рассмотрим влияние автокорреляции измерений на результаты оценок стационарности. Легко убедиться, что если выборки случайных величин автокоррелированы, то, несмотря на их стационарность, дисперсии разностей зависят от коэффициента корреляции.

Например, если последовательность Маркова $z(i) = rz(i-1) + \sqrt{1-r^2}\xi(i)$, то дисперсии первой и второй разности равны

$$D[\Delta z_1(i)] = 2 - 2r, \quad D[\Delta z_2(i)] = 6 - 8r + 2r^2. \quad (19)$$

Для анализа этого вопроса сформируем табл. 5 со сравнением теоретических показателей дисперсий, полученных по формуле (19), и показателей стационарности V_j по формуле (9) с экспериментальными для марковских выборок различной автокорреляции.

Таблица 5

Сравнение теоретических показателей дисперсий и стационарности с экспериментальными

R	Разность 1						Разность 2					
	D[z(i)]		D[Δz _j (i)]		M[V]		D[z(i)]		D[Δz _j (i)]		M[V]	
	теор	Экс	теор	Экс	теор	экс	теор	Экс	Теор	экс	Теор	Экс
0		0,991	2,00	1,957	1,00	1,013		0,991	6,00	5,750	1,00	1,034
0,1	1,00	0,989	1,80	1,790	1,11	1,105	1,00	0,989	5,22	5,025	1,15	1,181
0,3		0,987	1,40	1,382	1,43	1,428		0,987	3,78	3,591	1,59	1,649
0,5		0,984	1,00	1,020	2,00	1,930		0,984	2,50	2,426	2,40	2,434
0,7		0,981	0,60	0,607	3,33	3,231		0,981	1,38	1,406	4,35	4,186
0,9		0,908	0,20	0,219	10,0	8,308		0,908	0,42	0,430	14,3	12,673

Как видно из табл. 5, теоретические показатели дисперсий и стационарности полностью подтверждаются экспериментальными значениями. Следовательно, в случае автокоррелированности измерений решающее правило проверки стационарности (11) нельзя использовать, не убедившись в независимости измерений.

Рассмотрим подробнее условия работоспособности показателей стационарности и независимости для автокоррелированных выборок. Проведем следующий вычислительный эксперимент: рассматривается марковская последовательность случайных величин с экспоненциальным законом распределения вероятностей (2), описывает $\Delta S(k)$ модели (1), длиной 100 при различных значениях автокорреляции. Результаты представлены в табл. 6. Гистограммы для случая $r = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ представлены на рис. 4 (длина интервала гистограмм $\Delta V = 0,05$).

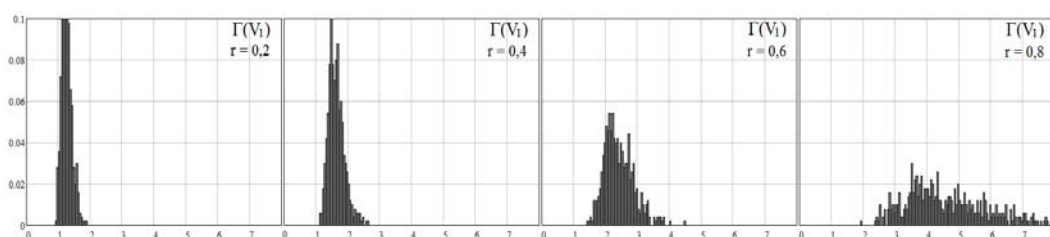


Рис. 4. Гистограммы V для автокоррелированных измерений

Таблица 6

**Влияние автокоррелированности измерений
на работоспособность критериев оценки стационарности и независимости**

R	V ₁			V ₃			V ₅			r ₁₂		
	$\overline{V_1^*}$	$\sqrt{D^*}$	P ₁ [*]	$\overline{V_3^*}$	$\sqrt{D^*}$	P ₃ [*]	$\overline{V_5^*}$	$\sqrt{D^*}$	P ₅ [*]	$\overline{r_{12}^*}$	$\sqrt{D^*}$	P [*]
0	1,005	0,095	0,99	1,035	0,167	0,97	1,060	0,219	0,95	-0,037	0,065	0,97
0,1	1,105	0,122	0,98	1,18	0,210	0,94	1,229	0,266	0,85	0,036	0,075	0,90
0,2	1,254	0,158	0,93	1,441	0,285	0,65	1,534	0,377	0,55	0,099	0,081	0,65
0,3	1,428	0,192	0,71	1,709	0,365	0,35	1,844	0,477	0,27	0,181	0,084	0,36
0,4	1,635	0,251	0,37	2,063	0,482	0,09	2,243	0,637	0,08	0,253	0,087	0,07
0,5	1,93	0,307	0,04	2,538	0,610	0,01	2,754	0,818	0,01	0,351	0,091	0
0,6	2,412	0,464	0,01	3,359	0,904	0	3,656	1,124	0	0,446	0,092	0
0,7	3,231	0,754	0	4,832	1,605	0	5,339	2,020	0	0,556	0,091	0
0,8	4,632	1,314	0	7,281	2,542	0	8,012	2,998	0	0,678	0,086	0
0,9	8,308	3,804	0	13,78	7,008	0	15,34	8,333	0	0,792	0,073	0

Анализ полученных результатов показал, что автокоррелированность измерений значительно влияет на работоспособность метода оценки стационарности. Причем при автокорреляции $r = 0,35$ эффективность оценивания по вероятности правильного решения составляет лишь 0,5. На рис. 4 видно, что среднее значение и дисперсия показателя V_j^* при значениях автокорреляции $r < 0,6$ увеличивается незначительно, при автокоррелированности измерений выборки $r = 0,7-0,8$ значения резко увеличиваются. Соответственно, можно судить о том, что при условии $r > 0,8$ использовать рассматриваемый метод оценки стационарности невозможно. В свою очередь, оценки показателя r_{12}^* практически не зависят от автокоррелированности измерений. Об этом свидетельствуют незначительные изменения дисперсии показателя r_{12}^* . Важно отметить, что показатели стационарности и независимости между собой высококоррелированы $r_{ст-нез} \approx 0,8-0,9$.

Выводы. По результатам визуально-аналитического факторного анализа работоспособности критериев оценки стационарности и независимости измерений, используя гистограммы оценок измеряемого параметра и их статистические характеристики (средние значения и разбросы), представленные в виде графиков и таблиц, можно сделать следующие выводы и рекомендации.

Критерии оценки стационарности и независимости работоспособны при исследовании некоррелированных выборок. Единственным фактором, влияющим на точность их оценок, является ограничение длины исследуемой выборки. Чем выборка короче, тем дисперсии определения показателей V_j^* и r_{12}^* больше, соответственно – точность определения меньше. Из сравнения гистограмм показателя V_j^* первой разности, полученных по экспериментальным данным, и их теоретических графиков видно, что они незначительно отличаются, при этом средние значения близки, а главное различие заключается в разбросах.

Каждая последующая рассматриваемая разность характеризуется увеличением дисперсии показателя V_j^* и среднего значения. Отмечено зависимость между оценками показателя V_j^* , полученными при разных номерах разностей: каждая оценка, полученная при последующей разности, всегда больше. Учитывая эту особенность и то, что оценки показателя V_j^* , полученные на первой разности, имеют наименьшую ошибку оценивания, считается целесообразным при использовании исследуемого критерия оценки стационарности применять лишь оценки показателя V_j^* , полученные по первой разности, все остальные оценки показателя V являются неинформативными.

Анализ показал, что автокоррелированность измерений значительно влияет на работоспособность метода оценки стационарности. При автокорреляции $r = 0,35$ эффективность оценивания по вероятности правильного решения составляет лишь 0,5, при $r > 0,35$ использовать рассматриваемый метод оценки стационарности невозможно. Теоретические показатели дисперсий и стационарности полностью подтверждаются экспериментальными значениями. В свою очередь, оценки показателя r_{12}^* практически не зависят от автокоррелированности измерений. Важно отметить, что показатели стационарности и независимости между собой высокоррелированы $r_{ст-нез} \approx 0,8-0,9$.

Бibliографические ссылки

1. Дегтярев А.В. Состояние и задачи совершенствования методологических основ неразрушающего контроля и технической диагностики ракетно-космической техники / А.В. Дегтярев, А.Э. Кашанов, В.П. Малайчук // ISSN 1727-7337 Авиационно-космическая техника и технология. – № 5 (122). – 2015. – С. 27–34.
2. Бондарь М.А. Математическое обеспечение системы менеджмента качества ракетно-космической продукции / М.А. Бондарь, А.Э. Кашанов, В.П. Малайчук // ISSN 1727-7337 Авиационно-космическая техника и технология. – № 3 (120). – 2015. – С. 94–101.
3. Малайчук В.П. Математическая дефектоскопия: монография / В.П. Малайчук, А.В. Мозговой. – Днепропетровск : Системные технологии, 2005. – 180 с.
4. Малайчук В.П. Математическое моделирование марковских гамма-последовательностей / В.П. Малайчук, А.И. Федорович // Системні технології: регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Вип. 6 (77). – 2011. – С. 12–19.
5. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с. – ISBN 5-9221-0707-0.
6. Малайчук В.П. Інформаційно-вимірювальні технології НК : навч. посібник / В.П. Малайчук, О.В. Мозговой, О.М. Петренко. – Дніпропетровськ : РВВ ДНУ, 2001. – 240 с.

Надійшла до редколегії 15.06.2016