

4. **Сергієнко І.В.** Наукові ідеї В.М. Глушкова та розвиток актуальних напрямів інформатики. – К. : Наук. думка, 2013. – 288 с.
5. **Тимошенко С.П.** Пластинки и оболочки Theory of plates and shells / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М. : USSR, 2009. – 635 р.
6. **Тихонов А.Н.** Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М. : Наука, 1986. – 287 с.
7. **Тихонов А.Н.** Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М. : Наука, 1972. – 736 с.
8. **Федоренко Р.П.** Приближенное решение задач оптимального управления / Р.П. Федоренко, – М.: Наука, 1978. – 487 с.

Надійшла до редколегії 01.06.2016

УДК 629.764

А. В. Голубек

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

АНАЛИЗ СБЛИЖЕНИЯ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С КАТАЛОГИЗИРОВАННЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В ПРОЦЕССЕ ВЫВЕДЕНИЯ НА ОРБИТЫ С НАКЛОНЕНИЕМ 45°

Получены распределения основных параметров сближения ракеты-носителя с каталогизированными космическими объектами. Определена аналитическая зависимость средней концентрации космических объектов в районе траектории ракеты-носителя от наклона и высоты полёта. Проведена оценка средней вероятности сближения в запуске на предельные расстояния.

Ключевые слова: ракета-носитель, каталогизированные космические объекты, совместное движение, вероятность сближения, относительная скорость сближения, относительное расстояние сближения, угол встречи, концентрация космических объектов.

Одержано розподіл основних параметрів зближення ракети-носія із каталогізованими космічними об'єктами. Визначено аналітичну залежність середньої концентрації космічних об'єктів у районі траєкторії ракети-носія від нахилу і висоти польоту. Оцінено середню імовірність зближення в запуску на граничні відстані.

Ключові слова: ракета-носіє, каталогізовані космічні об'єкти, сумісний рух, імовірність зближення, відносна швидкість зближення, відносна відстань зближення, кут зустрічі, концентрація космічних об'єктів.

Distributions of key parameters of approach of the launch vehicle with the catalogued space objects are received. Analytical dependence of average concentration of space objects around a trajectory of the launch vehicle from an inclination and flight altitude is defined. The estimation of average probability of rendezvous in launch on limit distances is carried out.

Keywords: launch vehicle, catalogued space objects, mutual motion, probability of rendezvous, relative velocity of approach, relative distance of approach, angle of meeting, spatial density of space objects.

Введение. На основании приведенных в [2; 3] результатов моделирования совместного движения ракеты-носителя (РН), выводящей полезную нагрузку на солнечно-синхронные и экваториальные орбиты можно сделать вывод о том, что космический мусор уже представляет реальную угрозу полётам РН на участке выведения космического аппарата.

При этом характеристики опасных сближений, средняя концентрация космических объектов (КО) в районе траектории РН и вероятность столкновения для рассмотренных значений наклона целевой орбиты разнятся, что говорит о возможном существовании между ними функциональной зависимости.

В данной статье исследованы процессы сближения РН и группировки каталогизированных КО в процессе выведения на орбиты с промежуточным наклоном между экваториальными и солнечно-синхронными орбитами, составляющим 45° .

Постановка задачи. Даны:

- основные характеристики РН в составе аэродинамических и массово-инерционных характеристик, характеристик двигательной установки, компоновочной схемы, циклограммы работы системы управления и угловых программ полёта;

- характеристики целевой экваториальной орбиты РН;
- характеристики точки старта РН;
- суточное окно запуска от 00:00:00 21.06.13 до 00:00:00 22.06.13;
- каталогизированная космическая обстановка.

Необходимо для траекторий полёта легкого класса РН на целевые орбиты наклоном 45° и высотой от 500 до 2100 км с точкой старта на экваторе и каталога космической обстановки NORAD от 20.06.13:

- определить распределение основных характеристик опасных сближений;
- определить зависимость средней концентрации КО в районе траекторий полёта РН от высоты полёта;
- исследовать распределение опасных сближений РН с КО в пределах окна запуска;
- оценить среднюю вероятность сближения РН с КО в запуске на критические расстояния (1 м, 10 м, 100 м).

Основной материал исследований. Введённые предположения, а также используемая математическая модель совместного движения РН и группировки КО приведены в [3].

В результате проведенного моделирования полёта РН и группировки каталогизированных КО получены полигоны частот относительного расстояния сближения (рис. 1), относительной скорости сближения (рис. 2), орбитоцентрической долготы (рис. 3), орбитоцентрической широты (рис. 4), угла встречи (рис. 5) и момента времени опасного сближения (рис. 6). Статистические характеристики основных параметров опасных сближений приведены в табл. 1.

Как можно видеть из полученных результатов, наибольшее количество опасных сближений наблюдается на скоростях более 9 км/с с углами встречи порядка $80-130^\circ$. Размах распределения составляет $0-14,8$ км/с для относительной скорости и $0-154^\circ$ для угла встречи. Сближения, в основном, происходят встречно или попутно при движении КО относительно плоскости орбиты РН с углами порядка $30-90^\circ$ (по модулю), при этом большее количество сближений наблюдается сверху. Распределение опасных сближений по времени запуска РН в пределах рассматриваемого окна (рис. 6) близко к равномерному, но согласно критерию χ^2 [5] таковым не является.

Таблиця 1

Статистические характеристики параметров опасных сближений

Параметр сближения	Статистическая характеристика	Математическое ожидание	Среднее квадратическое отклонение	Минимальное значение	Максимальное значение
Минимальное относительное расстояние, м		3207	1157	15	5000
Относительная скорость, км/с		10,591	2,787	0,870	14,831
Орбитоцентрическая долгота, °		124,630	99,358	0,011	359,991
Орбитоцентрическая широта, °		13,791	63,153	- 89,956	89,932
Угол встречи, °		95,607	31,736	6,758	153,542

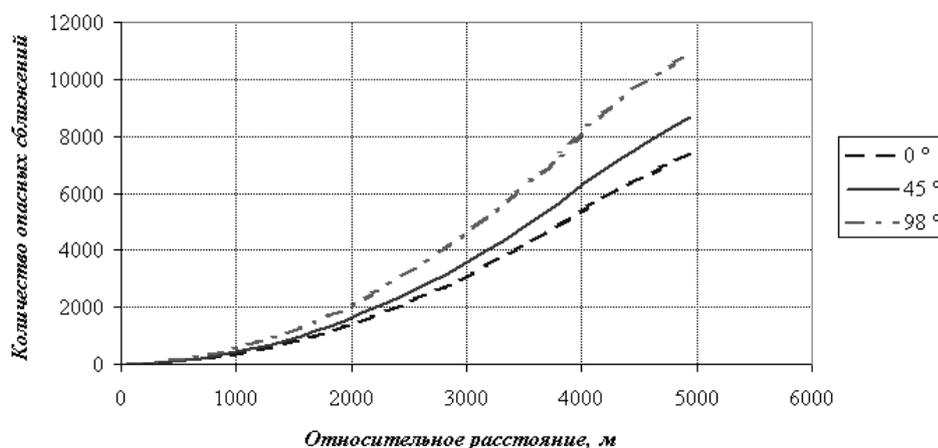


Рис. 1. Полигон частот распределения опасных сближений по относительному расстоянию

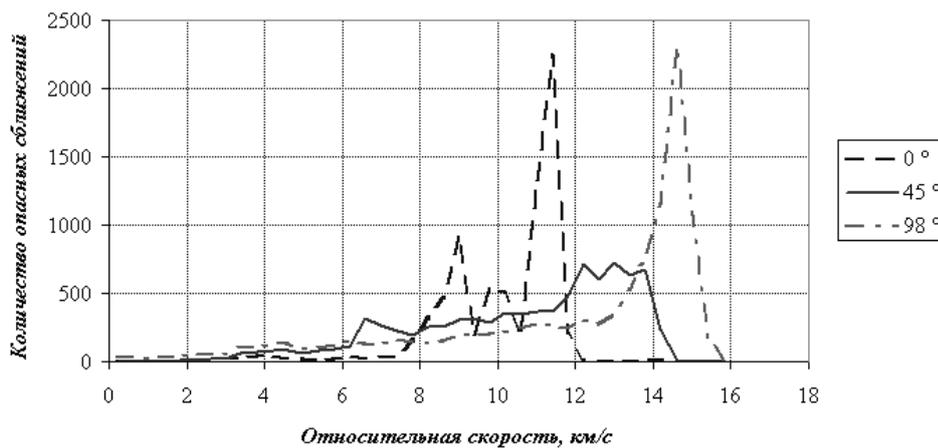


Рис. 2. Полигон частот распределения опасных сближений по относительной скорости

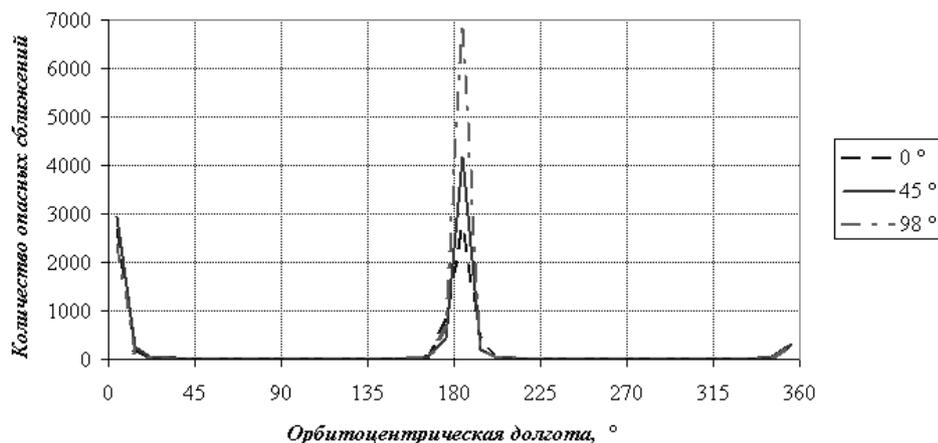


Рис. 3. Полигон частот распределения опасных сближений по орбитальной долготе

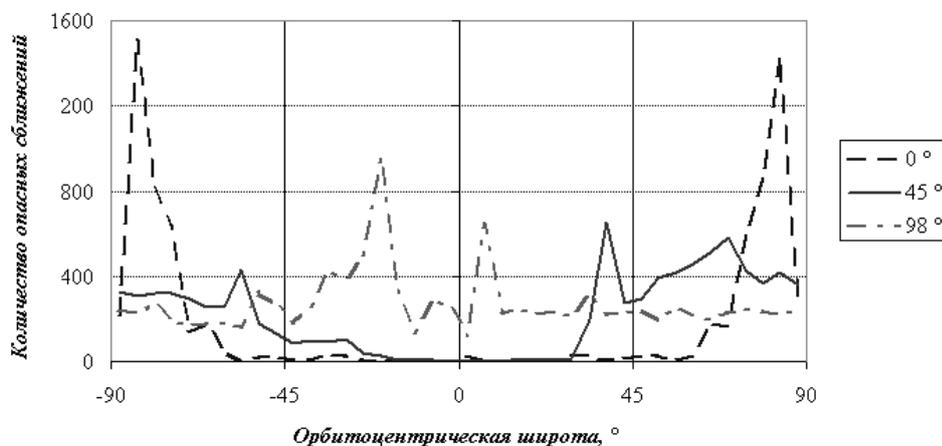


Рис. 4. Полигон частот распределения опасных сближений по орбитальной широте

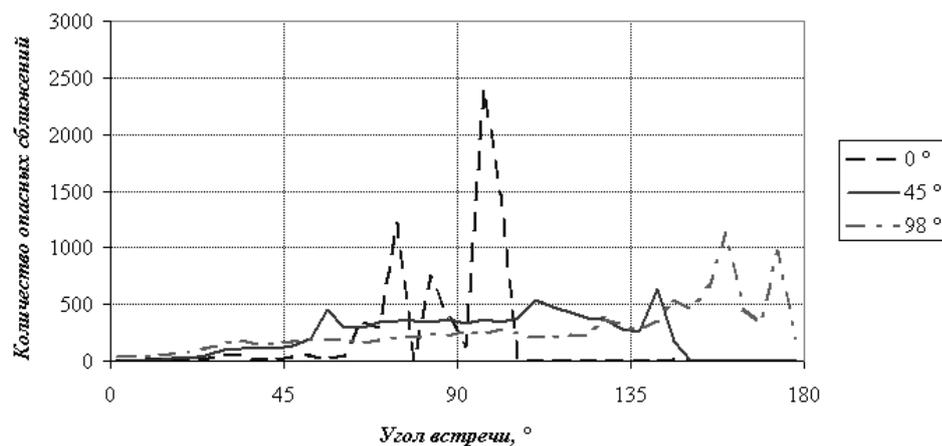


Рис. 5. Полигон частот распределения опасных сближений по углу встречи

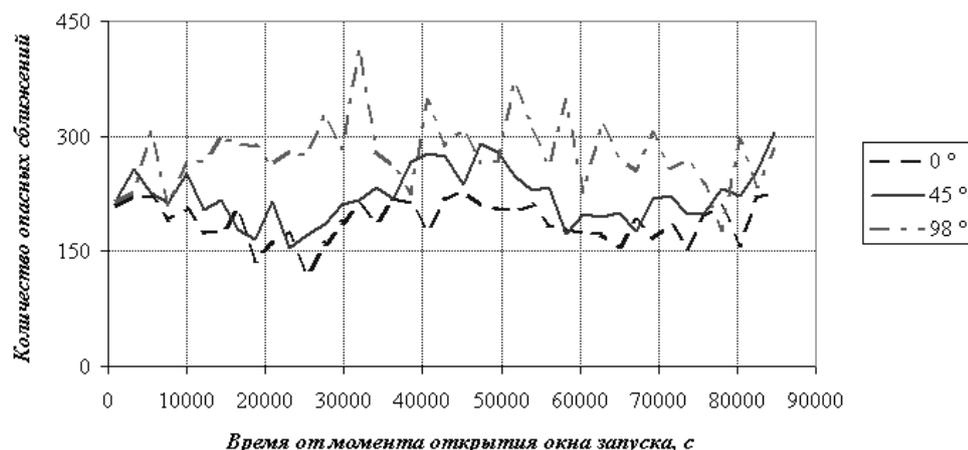


Рис. 6. Полигон частот распределения опасных сближений по времени сближения

Проверим гипотезу о наличии зависимости распределений основных параметров опасных сближений от наклона целевой орбиты РН. Для этого проведём корреляционный анализ параметров распределений, приведенных в табл. 1 и работах [2; 3], результаты которого приведены ниже (табл. 2).

Таблица 2

**Корреляция между параметрами распределений опасных сближений
и наклоном целевой орбиты РН**

Параметр опасного сближения	Математическое ожидание	Среднее квадратическое отклонение	Размах распределения
Минимальное относительное расстояние, м	- 0,74	- 0,73	0,23
Относительная скорость, км/с	0,98	0,99	1,00
Орбитоцентрическая долгота, °	0,92	- 0,96	0,69
Орбитоцентрическая широта, °	- 0,19	- 1,00	0,67
Угол встречи, °	0,98	1,00	1,00

Из данных табл. 2 следует, что распределения относительной скорости и угла встречи опасных сближений функционально зависят от наклона целевой орбиты РН. Кроме того, отмечается функциональная зависимость математического ожидания и среднего квадратического отклонения орбитоцентрической широты от наклона орбиты при невысокой зависимости размаха распределения от наклона, составляющей 0,67.

Для орбит с наклоном 45° , как и для орбит с наклоном 0° и 98° , наблюдается функциональная зависимость относительной скорости от угла встречи, что косвенно подтверждается данными табл. 2. Зависимость между относительной скоростью и наклоном орбиты опасных КО, а также углом

встречи и наклоном орбиты опасных КО, в отличие от орбит с наклоном 0° [2], слабая.

В результате проведенного моделирования получены три опасных сближения на относительное расстояние менее 100 м, параметры которых приведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры сближения РН с КО на расстояние менее 100 м

Минимальное относительное расстояние, м	15	56	84
Относительная скорость, км/с	13,811	11,448	12,687
Угол встречи, $^\circ$	181,408	192,080	184,472
Орбитоцентрическая широта, $^\circ$	39,172	- 79,854	65,437
Орбитоцентрическая долгота, $^\circ$	140,807	99,919	114,484
Высота полёта, км	828	925	651

Рассмотрим зависимость средней концентрации КО от высоты полёта в районе траектории РН (рис. 7). Полученные оценки близки с результатами предыдущих исследований [1; 6; 8–12].

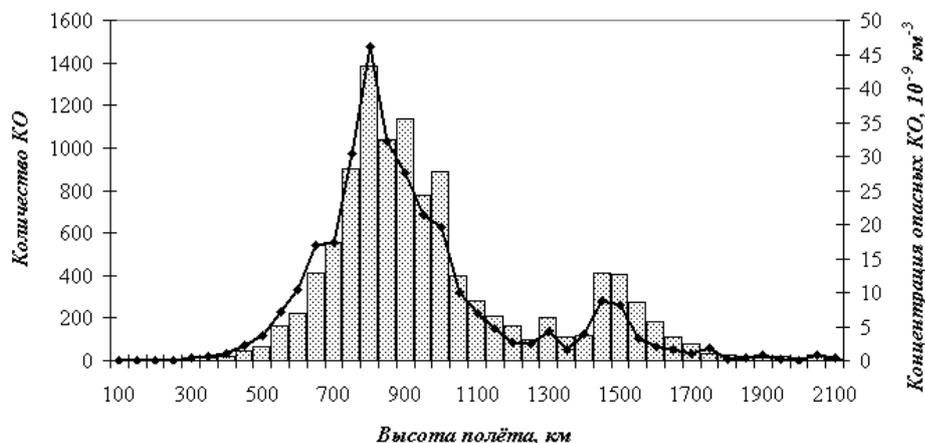


Рис. 7. Гистограмма распределения КО по высоте орбиты и зависимость средней концентрации опасных КО в районе орбиты РН

Согласно [3] средняя концентрация является функцией высотного распределения КО по околоземной орбите:

$$\rho = \frac{n_\rho}{\sqrt{2\pi}} \left[839 \exp\left(-\frac{(h-1494)^2}{5832}\right) + 336 \exp\left(-\frac{(h-1195)^2}{326432}\right) + 2796 \exp\left(-\frac{(h-846)^2}{33800}\right) \right],$$

где n_ρ – весовой коэффициент.

В результате аппроксимации функции (рис. 7) с использованием метода наименьших квадратов [4] получено значение весового коэффициента, равное $2,89 \cdot 10^{-11} \text{ км}^{-3}$.

Рассмотрим зависимость весового коэффициента концентрации опасных КО от наклона орбиты (рис. 8).

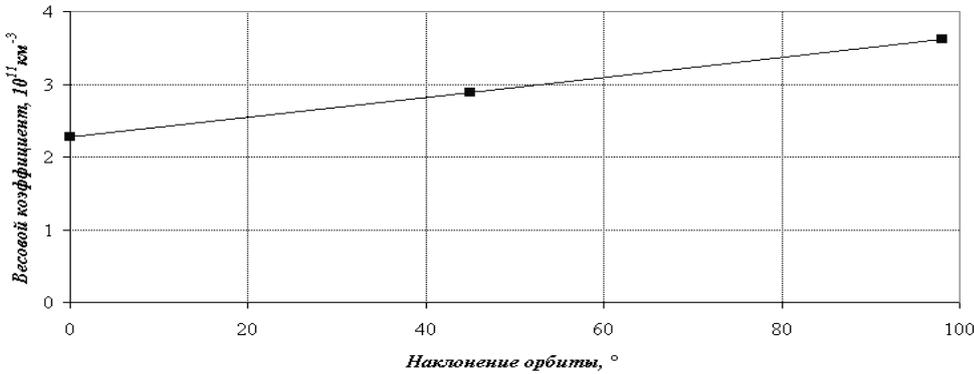


Рис. 8. Зависимость коэффициента концентрации от наклона целевой орбиты

Как можно видеть, зависимость близка к линейной, кроме того, корреляционный анализ показывает наличие функциональной зависимости между этими двумя параметрами (корреляция равна 1,00). Аппроксимируем её линейным уравнением вида:

$$n_{\rho} = 1,38 \cdot 10^{-13} i + 2,27 \cdot 10^{-11}.$$

С учётом полученного выражения средняя концентрация КО (км^{-3}) от высоты полёта (км) и наклона целевой орбиты ($^{\circ}$) будет описываться уравнением:

$$\rho = \frac{1,38 \cdot 10^{-13} i + 2,27 \cdot 10^{-11}}{\sqrt{2\pi}} \left[839 \exp\left(-\frac{(h-1494)^2}{5832}\right) + 336 \exp\left(-\frac{(h-1195)^2}{326432}\right) + 2796 \exp\left(-\frac{(h-846)^2}{33800}\right) \right].$$

Проведём оценку вероятности опасных сближений в запуске на предельные расстояния 1 м, 10 м и 100 м. Для этого определим параметры распределения относительного расстояния сближения РН с КО в запуске, которое в соответствии с [2] определяется зависимостью:

$$\Delta R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}i\sigma} \int_0^{\Delta R_{MIN}} \exp\left(-\frac{(R-M)^2}{2\sigma^2}\right) dR,$$

где M – математическое ожидание; σ – среднее квадратическое отклонение; i – нормирующий коэффициент; ΔR_{MIN} – минимальное относительное расстояние сближения.

Параметры распределения, соответствующие двум характерным точкам 100 м и 4000 м (рис. 1), приведены ниже (табл. 4).

Таблица 4

Параметры распределения относительного расстояния между РН и КО

Параметр	Значение
Математическое ожидание, м	9690
Среднее квадратическое отклонение, м	2353
Нормирующий коэффициент, б/р	0,999981

Вероятность сближения на относительные расстояния 1 м, 10 м и 100 м, соответствующая распределению, приведенному в табл. 4, составляет $3,6 \cdot 10^{-8}$, $3,6 \cdot 10^{-7}$ и $3,9 \cdot 10^{-6}$ соответственно, что сопоставимо с результатами для солнечно-синхронных орбит [2] и в три раза больше, чем для экваториальных орбит [3].

Выводы. В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- сближения РН и КО наблюдаются со скоростями от 0 до 14,8 км/с и углами встречи от 0° до 154° , размах распределений меньше, чем для солнечно-синхронных орбит [2], но больше, чем для экваториальных [3];
- сближения, в основном, происходят в плоскости орбиты РН встречно или попутно, а относительно плоскости орбиты – под углами $30-90^\circ$ (по модулю);
- корреляция между относительной скоростью сближения и наклоном орбиты опасных КО, а также углом встречи РН с КО и наклоном орбиты опасных КО слабая, что говорит об отсутствии функциональной зависимости между ними;
- показано, что распределения количества опасных сближений по относительной скорости и углу встречи функционально зависят от наклона орбиты РН;
- показано, что средняя концентрация опасных КО в районе орбиты РН зависит не только от высоты полёта, но и от наклона орбиты РН, определена аналитическая зависимость между ними;
- распределение опасных сближений по времени запуска РН близко к равномерному;
- вероятность сближения РН с КО в запуске на расстояние менее 100 м составляет $3,9 \cdot 10^{-6}$, что сопоставимо с вероятностью для солнечно-синхронных орбит [2] и превышает в три раза вероятность для экваториальных орбит [3].

Библиографические ссылки

1. **Вениаминов С. С.** Космический мусор – угроза человечеству: монография / С. С. Вениаминов. – М. : ИКИ РАН, 2013. – 207 с.
2. **Голубек А. В.** Исследование взаимных сближений ракеты-носителя на активном участке траектории с космическими объектами / А. В. Голубек // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-косм. техніка. – 2014. – Т. 22, № 4. – С. 26–35.

3. **Голубек А. В.** Анализ характеристик сближения ракеты-носителя с космическими объектами в процессе выведения на экваториальные орбиты / А. В. Голубек // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-косм. техніка. – 2015. – Т. 23, № 4. – С. 32–41.
4. **Жданюк Б. Ф.** Основы статистической обработки траекторных измерений / Б. Ф. Жданюк. – М. : Сов. радио, 1978. – 384 с.
5. **Кобзарь А. И.** Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – М. : Физматлит, 2006. – 816 с.
6. **Назаренко А. И.** Моделирование космического мусора: монография / А. И. Назаренко. – М. : ИКИ РАН, 2013. 216 с.
7. **Эльясберг П. Е.** Определение движения по результатам измерений / П. Е. Эльясберг. – М. : Наука, 1976. – 416 с.
8. **Firooz A.** Safety Design For Space Operations / A. Firooz, I. Rongier, P. D. Wilde, T. Sgobba. – Oxford: Elsevier Ltd., 2013. – 1081 p.
9. **Klinkrad H.** Space Debris Models and Risk Analysis / H. Klinkrad. – Chichester: Praxis Publishing Ltd., 2006. – 430 p.
10. **Liou J.-C.** «Stability of the Future LEO Environment»: status review / J.-C. Liou // 28th IADC Meeting. – 8–12 Mar. 2010. – Trivandrum.
11. Current Debris Environment in Low Earth Orbit // Orbital Debris Quarterly News. NASA. – 2009. – June – Vol. 13, iss. 3. – P. 7.
12. **Steel D.** The Orbital Debris Collision Hazard for Proposed Satellite Constellations [Electronic resource] / D. Steel. – Access mode: <http://www.duncansteel.com/archives/1515>. – 30.04.2015. – Title from the screen.

Надійшла до редколегії 28.04.2016

УДК 519.258

С. В. Клименко, В. Д. Халипова

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАНЖИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ВЫБОРОК СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Разработаны математические модели ранжирования экспериментальных и теоретических выборок и проведено исследование возможности использования ранжирования измерений в условиях отсутствия знаний о статистических закономерностях в задачах сравнения и обнаружения изменений параметров и их законов распределения вероятностей.

Ключевые слова: измерения, математическая модель, выборка, закон распределения, вероятность.

Розроблено математичні моделі ранжування експериментальних і теоретичних вибірок і проведено дослідження можливості використання ранжування вимірювань в умовах відсутності знань про статистичні закономірності в задачах порівняння і виявлення змін параметрів і їх законів розподілу ймовірностей.

Ключові слова: вимірювання, математична модель, вибірка, закон розподілу, ймовірність.

The mathematical models ranging experimental and theoretical sampling and investigated the possibility of using measurements of ranking in the absence of knowledge about the statistical patterns in the problems of comparison and the detection of changes of parameters and their probability distribution laws.

Keywords: measuring, mathematical model, selection, law of distribution, probability.