

УДК 629.76

**В. Н. Ермаков, П. Г. Хорольский**

*Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное»*

## **ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ ВЫВЕДЕНИЯ ДЛЯ ТВЕРДОТОПЛИВНЫХ РАКЕТ КОСМИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Рассмотрена задача оптимизации траектории выведения для твердотопливных ракет космического назначения на атмосферном участке выведения. Проанализированы добавки к углу атаки в части их влияния на различные параметры траектории выведения. Методом пакетных вариаций для одного типа ракет-носителей определены функции чувствительности для этих параметров. С помощью целевой функции симплекс-методом найдено оптимальное приращение угла атаки в предположении действительности принципа суперпозиции.

**Ключевые слова:** ракета космического назначения, терминальное наведение, оптимизация, пакетные вариации.

Розглянуто задачу оптимізації траєкторії виведення для твердопаливних ракет космічного призначення на атмосферній ділянці виведення. Проаналізовано добавки до кута атаки в частині їх впливу на різні параметри траєкторії виведення. Методом пакетних варіацій для одного типу ракет-носіїв визначено функції чутливості для цих параметрів. За допомогою цільової функції симплекс-методом знайдено оптимальне приращення кута атаки в припущенні дієвості принципу суперпозиції.

**Ключові слова:** ракета космічного призначення, термінальне наведення, оптимізація, пакетні варіації.

Task of optimization of injection trajectory for integrated launch vehicle with solid rocket motors on atmospheric injection segment was examined in current work. Influence of angle of attack increments on various parameters of injection trajectory was analyzed. Sensitivity functions of injection trajectory parameters for single type of launch vehicle were determined using a method of batch variation. With use of target function, optimal increment of angle of attack was determined using simplex method on basis of assumption of effectiveness of principle of superposition.

**Keywords:** integrated launch vehicle, terminal guidance, optimization, batch variations.

### **Постановка задачи исследования**

Поиск оптимальных траекторий выведения ракет космического назначения (РКН) относится к числу наиболее важных задач подготовки их к пуску. Оптимизация траекторий может производиться по различным критериям, главные из которых – максимум веса полезного груза (ПГ) и уменьшение размеров районов падения отделяющихся частей (ОЧ), что имеет очевидный экономический эффект. На первых баллистических ракетах, проектируемых на небольшие дальности полета, ограничивались тремя управляющими функциями, обеспечивающими заданную ориентацию ракеты в инерциальном пространстве, а именно: программами углов тангажа, рыскания и крена [2].

Основной принцип прежних аналоговых систем управления состоял в удерживании РКН в окрестности номинальной траектории, внутри трубки возмущенных траекторий, что позволяло выполнить конечные условия движения с приемлемой точностью. Такие траектории называются «жесткими». В настоящее время применение бортовой цифровой вычислительной машины (БЦВМ) позволяет реализовывать так называемые «гибкие» траектории выведения, которые обеспечат выполнение заданных требований в конце полета без возвращения РКН на номинальную траекторию.

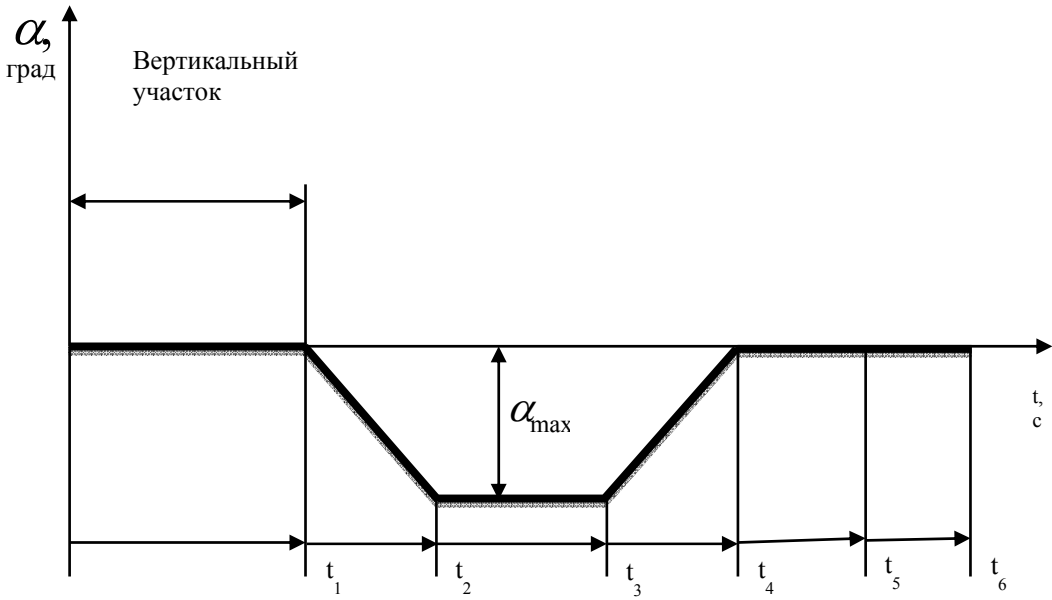
Такое «гибкое» управление позволяет сформировать энергетически более выгодную траекторию и, при этом, будут выполнены все конечные (терминальные) параметры, а также ограничения, наложенные на траекторию. Недостатком такого наведения можно назвать повышение требований к системе управления, вызванных необходимостью решения навигационной задачи для определения вектора состояния РКН (включая координаты, компоненты скорости и угловую ориентацию) и выбора параметров алгоритма наведения, которые обеспечивают выполнение требуемых терминальных условий [1].

Это управление уже было реализовано для жидкостных РКН, однако для твердотопливных РКН, характеризующихся большими разбросами тяги, а также нерегулируемостью двигателей, возможность реализации «гибкого управления» нуждается в проверке. Касательно наведения первых ступеней РКН, движущихся в плотных слоях атмосферы, следует отметить отсутствие в литературе упоминаний о реализации для них рассматриваемого управления. Из опыта известно о наличии на ряде ракет терминального управления на рассматриваемых ступенях. Но его реализация осуществляется в конце полета, после прохождения области больших скоростных напоров.

Целью данной статьи является постановка задачи оптимизации траектории выведения первых ступеней твердотопливных (ТТ) РКН, совершающих полет в плотных слоях атмосферы и нахождение пути ее решения. Кроме того, должна быть исследована возможность оперативной оптимизации траектории на борту ракеты в ее полете по векторному критерию. Учитывая существующую тенденцию повышения доступности ракетных технологий, необходимо, по возможности, обеспечить минимальную сложность решения, чтобы сделать его доступным аматорскому сообществу.

#### **Изложение материала исследования**

Рассматривается движение ТТ ступени РКН в плотных слоях атмосферы. Считается известной номинальная программа угла тангажа, используемая в качестве опорной. Необходимо найти добавку к этой программе, оптимизирующую заданный функционал наведения в реализации возмущенного движения. В качестве такого функционала принят векторный критерий – максимум выводимого веса ПГ и минимум промаха относительно центра района падения ступени. Ниже кратко приведена суть методики оперативной оптимизации программы выведения РКН. В дальнейшем предполагается возможным любой вид физически реализуемой программы управления, что означает отсутствие ограничений на ее вид со стороны системы стабилизации. Оптимизация проводилась с использованием пакетных вариаций [3] угла атаки  $\alpha$  для определения вызываемых ими влияний на различные параметры траектории выведения. Типовая программа угла атаки на атмосферном участке показана на рис. 1.



**Рис. 1. Типовая программа угла атаки:**

$\alpha_{\max}$  – максимальный программный угол атаки;  $t_1$  – момент окончания вертикального участка полета;  $t_2$  – время выхода на  $\alpha_{\max}$ ;  $t_3$  – время окончания движения с  $\alpha_{\max}$ ;  $t_4$  – момент выхода на околонулевой угол атаки;  $t_5$  – момент формирования функциональной команды на разделение ступеней;  $t_6$  – момент разделения ступеней

Для оптимизации векторного критерия выделим основной критерий – вес ПГ, а другой критерий – промах, переведем в ограничения.

Необходимо дать этой программе такие добавки  $\Delta\alpha$  к номинальному углу атаки, чтобы повысить энергетику РКН с выполнением всех ограничений.

Целевая функция для задачи оптимизации со всеми ограничениями примет вид:

$$\Delta\alpha_{\text{опт}} = \arg \max_{\Delta\alpha} \left( \left( \frac{\partial G_{\text{ПГ}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha)^T \mid \left( \frac{\partial L_{1\text{СТ}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha_{1\text{СТ}})^T \leq \varepsilon_{L_{1\text{СТ}}} \right.$$

$$\left. \left( \frac{\partial L_{2\text{СТ}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha_{2\text{СТ}})^T \leq \varepsilon_{L_{2\text{СТ}}} \quad \left( \frac{\partial L_{\text{ГО}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha_{\text{ГО}})^T \leq \varepsilon_{L_{\text{ГО}}} \quad \left( \frac{\partial B_{1\text{СТ}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha_{1\text{СТ}})^T \leq \varepsilon_{B_{1\text{СТ}}} \right.$$

$$\left. \left( \frac{\partial B_{2\text{СТ}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha_{2\text{СТ}})^T \leq \varepsilon_{B_{2\text{СТ}}} \quad \left( \frac{\partial B_{\text{ГО}}}{\partial \alpha} \right) \cdot (\Delta\alpha_{\text{ГО}})^T \leq \varepsilon_{B_{\text{ГО}}} \right.$$

$$\left. q|\alpha|_{\text{max}}^{\text{nom}} + \frac{\partial q|\alpha|_{\text{max}}}{\partial \alpha} \cdot (\Delta\alpha)^T \leq q|\alpha|_{\text{max}}^{\text{max}} \quad q|\alpha|_{\text{max}}^{\text{nom}} + \frac{\partial q|\alpha|_{\text{max}}}{\partial \alpha} \cdot (\Delta\alpha)^T \leq q|\alpha|_{\text{max}}^{\text{max}} \right) \quad (1)$$

где  $\alpha = \{\alpha(t_1), \dots, \alpha(t_n)\}$ ;  $\Delta\alpha = \{\Delta\alpha(t_1), \dots, \Delta\alpha(t_n)\}$ ;

$G_{\text{ПГ}}$  – вес полезного груза;  $L_{1\text{СТ}}, L_{2\text{СТ}}, L_{\text{ГО}}$  – промах по дальности ОЧ 1 ступени, ОЧ 2 ступени и головного обтекателя соответственно;  $B_{1\text{СТ}}, B_{2\text{СТ}}, B_{\text{ГО}}$  – промах по боку ОЧ 1 ступени, ОЧ 2 ступени и головного обтекателя соответственно;

$q$  – скоростной напор;  $q_{\max}$  – максимальный скоростной напор;  $\varepsilon$  – предельное отклонение по соответствующему критерию.

Частные производные (или функции чувствительности), входящие в (1), рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(G_{\text{пл}})}{\partial\alpha}(t) &= \frac{(G_{\text{пл}})(t) - (G_{\text{пл}})_{\text{ном}}}{\Delta\alpha(t)}, \\ \frac{\partial L(B)}{\partial\alpha}(t) &= \frac{L(B)(t) - L(B)_{\text{ном}}}{\Delta\alpha(t)}, \\ \frac{\partial q_{\max}}{\partial\alpha}(t) &= \frac{q_{\max}(t) - (q_{\max})_{\text{ном}}}{\Delta\alpha(t)}, \\ \frac{\partial(q|\alpha|_{\max})}{\partial\alpha}(t) &= \frac{(q|\alpha|_{\max})(t) - (q|\alpha|_{\max})_{\text{ном}}}{\Delta\alpha(t)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Максимум определялся численным путем. Соответственно и оптимизацию предполагается проводить численно.

Рассмотрим решение поставленной задачи для трёхступенчатой РКН сверхлегкого класса, с двумя твердотопливными ступенями и третьей жидкостной. При этом были проведены расчеты, с использованием пакета игольчатых вариаций угла атаки амплитудой  $\alpha = 0,1^\circ$  каждая, применяемых в различные моменты времени с шагом 1 с, начиная с 9 секунды (конец вертикального участка движения РКН) и заканчивая 152 секундой (конец полета 2-й ступени). Разделение первой и второй ступеней происходит на 77 секунде.

На рис. 2 приведены все нормированные графики для функций чувствительности (2). Из рисунка видно, что графики этих функций не совпадают, а это означает, что можно разнести по времени улучшение критерия и выполнение ограничений. То есть подобрать такое оптимальное приращение угла атаки, которое в некоторый момент увеличит полезный груз, но, возможно, ухудшит некоторые ограничения.

В последующие моменты времени можно будет скомпенсировать ухудшение таким образом, чтобы не превысить некоторые предельные значения, указанные в (1).

Данные графика, соответствующие времени полета второй ступени, хорошо согласуются с известными результатами, говорящими о возможности проведения быстрых разворотов на участке после прохождения максимальных скоростных напоров [2].

Используя данное предположение, был проведен поиск решений с помощью симплекс-метода пакета Microsoft Office поиска оптимального приращения к углу атаки в целях максимизации веса полезного груза с учетом всех поставленных ограничений в (1), а также ограничения максимального приращения  $\Delta\alpha_{\max} \leq 5^\circ$ .

По результатам получена программа оптимального приращения угла атаки, с учетом всех указанных ограничений, изображенная на рис. 3, которая соответствует увеличению веса полезного груза на 50 кг.

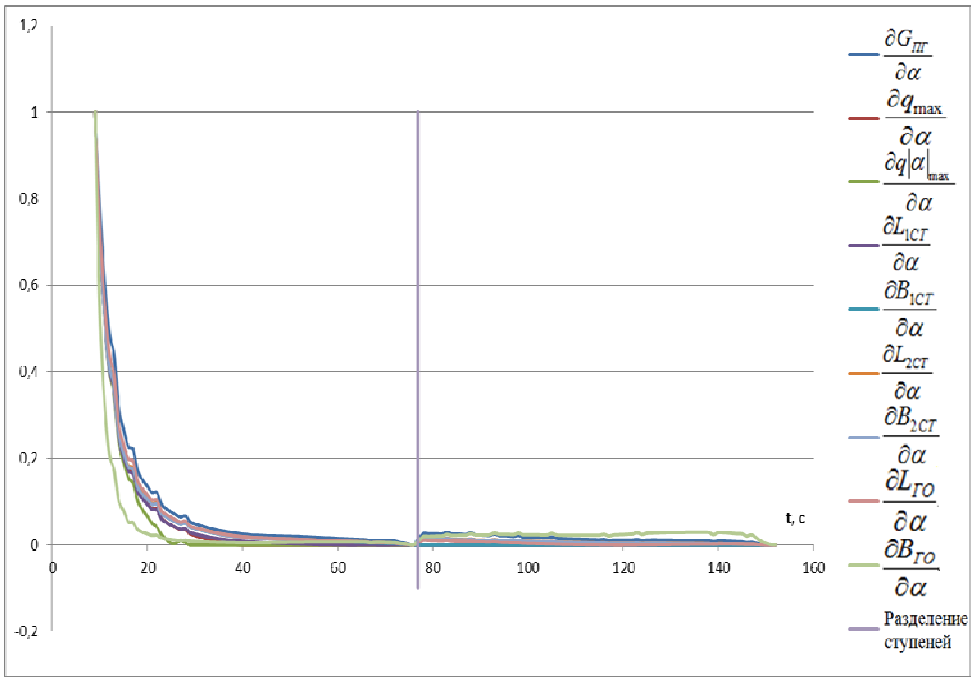


Рис. 2. Нормированные графики функций чувствительности

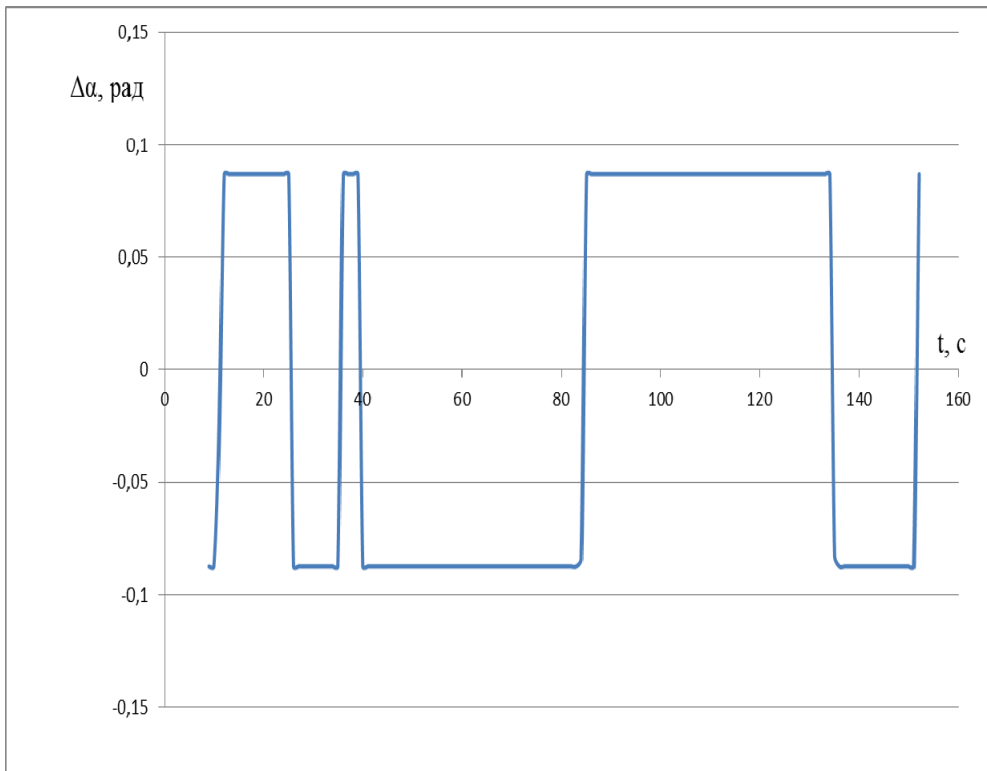


Рис. 3. Программа оптимального приращения угла атаки

## **Анализ полученных результатов**

На основании результатов проведенного исследования можно сделать вывод о том, что полученная программа оптимального приращения угла атаки позволяет уже в номинальном случае повысить вес ПГ приблизительно на 50 кг. «Дооптимизировать» номинальную программу управления получилось благодаря ее субоптимальному гладкому характеру, принятому на практике проектирования систем выведения КА. Кроме того, ступенчатый характер профиля оптимизирующей добавки требует для своей реализации усложнения алгоритмов стабилизации. Простота достижения результата говорит о возможности его реализации оперативной оптимизации на борту РКН в возмущенном движении.

## **Направления дальнейших исследований**

В дальнейшем предполагается проверить работоспособность разработанного метода в возмущенном движении и провести оценки его эффективности.

## **Выводы**

Результаты, полученные в ходе расчетов, хорошо согласуются с известными данными, а также подтверждают возможность оперативной оптимизации траектории выведения твердотопливной РКН на атмосферном участке. В дальнейшем данные идеи могут быть использованы для построения полностью автономного метода терминального наведения твердотопливных РКН, в алгоритмах которого реализована оптимизация траектории выведения, с целью увеличения энергетики и улучшения точности.

## **Библиографические ссылки**

1. Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов / Ю. Г. Сихарулидзе. – 2-е изд. (эл.). – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 407 с.
2. Герасюта Н. Ф. Динамика полёта. Основные задачи динамического проектирования ракет: учебное пособие для вузов / Н. Ф. Герасюта, А. В. Новиков, Н. Г. Белецкая. – М., 1998. – 366 с.
3. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – 3-е изд. – М., 1976.

*Надійшла до редколегії 23.10.2016*