

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ПРОФИЛЯ КРЫЛА ДОЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

С.В. Алексеенко

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, пр. Гагарина, 72, г. Днепр,
49010, Украина, e-mail: alexeyenko_sv@ukr.net*

Розроблено методику та програмно-методичне забезпечення для опису процесів обтікання профілю крила в'язким стисливим потоком на основі усереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є – Стокса із застосуванням моделі турбулентності Спаларта – Алмараса. Отримано залежність аеродинамічних характеристик профілю від кута атаки, проаналізовано вплив стисливості середовища на результати розрахунків.

Ключові слова: чисельне моделювання, усереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є – Стокса, модель турбулентності Спаларта – Алмараса, профіль NASA0012.

A methodology and software-methodical support for describing the processes of flow around a wing profile by a viscous compressible flow based on the Reynolds-averaged Navier – Stokes equations using the Spalart – Almaras turbulence model is developed. The effect of Mach number variation at constant Reynolds number on the profile performance coefficients is analyzed.

Keywords: numerical simulation, Reynolds-averaged Navier – Stokes equations, Spalart-Almaras turbulence model, profile NASA0012.

Разработана методика и программно-методическое обеспечение для описания процессов обтекания профиля крыла вязким сжимаемым потоком на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса с применением модели турбулентности Спаларта – Алмараса. Получена зависимость аэродинамических характеристик профиля от угла атаки, проанализировано влияние сжимаемости среды на результаты расчетов.

Ключевые слова: численное моделирование, осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса, модель турбулентности Спаларта – Алмараса, профиль NASA0012.

Введение. Необходимость обеспечения безопасности полетов, в том числе в неблагоприятных метеоусловиях, обуславливает постоянный интерес к проблеме обледенения летательных аппаратов. В современных условиях методы численного моделирования оказываются достаточно эффективным инструментом при разработке новых и усовершенствовании существующих систем защиты от обледенения.

Процесс обледенения является одним из наиболее сложных приложений вычислительной аэродинамики и тепломассообмена. До настоящего времени в различных странах разработан ряд известных методик и программных продуктов, позволяющих моделировать процессы обледенения (LEWICE, ONERA, CANICE и др.) [3; 4; 7], в которых, как правило, внешний воздушный поток описывается с помощью уравнений потенциала, а движение переохлажденных капель воды – с помощью траекторной модели. Одним из существенных недостатков таких методик является

использование модели невязкой несжимаемой среды, что, соответственно, не позволяет учитывать предысторию потока, методика имеет ограниченное применение в случае достаточно больших скоростей и сложных форм ледяных наростов (из-за наличия локальных трансзвуковых зон и значительных градиентов давления), а также не позволяет непосредственно определять аэродинамические характеристик обтекаемого профиля.

Целью исследований является разработка и верификация методики и численного алгоритма описания процессов аэродинамики при обтекании профиля крыла на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса, которая могла бы в дальнейшем найти применение при разработке методик моделирования процессов обледенения летательных аппаратов.

Постановка задачи. При расчете внешнего потока воздуха используются осредненные по Рейнольдсу уравнения

Навье – Стокса, которые можно записать в векторном виде [2]:

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} \right\}. \quad (1)$$

Здесь $\hat{q}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{E}_v, \hat{F}_v$ – четырёхкомпонентные векторы, которые имеют вид:

$$\hat{q} = \frac{q}{J}, \quad q = (\rho, \rho u, \rho v, e)^T, \quad (2)$$

$$\hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e + p)U \end{bmatrix}, \quad \hat{E}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e + p)V \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad (5)$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v, \quad (6)$$

$$\tau_{xx} = \frac{2\mu}{3} [2(\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta) - (\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta)], \quad (7)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2\mu}{3} [2(\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta) - (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta)], \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu [(\xi_y u_\xi + \eta_y u_\eta) + (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta)], \quad (9)$$

$$\beta_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \left(\frac{\mu_\ell}{\text{Pr}_\ell} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \times \left(\xi_x \frac{\partial a^2}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial a^2}{\partial \eta} \right), \quad (10)$$

$$\beta_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \left(\frac{\mu_\ell}{\text{Pr}_\ell} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \times \left(\xi_y \frac{\partial a^2}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial a^2}{\partial \eta} \right). \quad (11)$$

В уравнениях (1–11) приняты следующие обозначения: u, v – компоненты вектора скорости в направлениях x, y ; ρ, p, e – плотность, давление и полная энергия единицы объема газа; a – скорость звука; γ – отношение удельных теплоемкостей; μ_ℓ, μ_t – динамические коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости; $\mu = \mu_\ell + \mu_t$ – динамический коэффициент «эффективной» вязкости; Re – число

Рейнольдса; $\text{Pr}_\ell = 0.72, \text{Pr}_t = 0.9$ – числа Прандтля для ламинарного и турбулентного режимов течения соответственно.

Система уравнений (1) дополняется уравнением состояния:

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2), \quad (12)$$

где метрические коэффициенты и якобиан преобразования координат определяются из соотношений:

$$\xi_x = J y_\eta, \quad \xi_y = -J x_\eta, \quad (13)$$

$$\eta_x = -J y_\xi, \quad \eta_y = J x_\xi, \quad (14)$$

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{vmatrix}. \quad (15)$$

В качестве модели турбулентности в данной работе была выбрана модель Спаларта – Алмараса [6], которая изначально была разработана и предложена именно для решения задач внешней аэродинамики. Кроме того, к достоинствам выбранной модели можно отнести относительно небольшие затраты машинного времени и памяти, поскольку модель является однопараметрической с одним дифференциальным уравнением, а также ее устойчивость и хорошую сходимость, и, соответственно, обладающую меньшей чувствительностью к величине шага по времени и минимальному шагу вблизи стенки.

Граничные условия. На границе расчетной области, совпадающей с поверхностью профиля, задавались условия прилипания, непротекания ($V = 0$) и отсутствия теплообмена ($\partial T / \partial n = 0$).

На внешней границе при реализации граничных условий использовался метод характеристик. Для вычисления нормальной составляющей скорости на границе применялись одномерные уравнения Эйлера в характеристической форме, согласно которым инварианты Римана [1]:

$$R_\infty = q_\infty n - 2 \frac{a_\infty}{\gamma - 1} = q_b n - 2 \frac{a_b}{\gamma - 1}, \quad (16)$$

$$R_e = q_e n + 2 \frac{a_e}{\gamma - 1} = q_b n + 2 \frac{a_b}{\gamma - 1},$$

на «входящей» (R_∞) и «выходящей» (R_e) характеристиках можно вычислить по значениям параметров невозмущенного потока и с помощью экстраполяции по их внутренним значениям соответственно. Индексом b отмечены значения параметров на границе, индексом ∞ – значения в невозмущенном потоке, а индексом e – значения, получаемые экстраполяцией.

Нормальная составляющая скорости и скорость звука на внешней границе вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} q_{bn} &= \frac{1}{2}(R_e + R_\infty), \\ a_b &= \frac{1}{4}(\gamma - 1)(R_e - R_\infty). \end{aligned} \quad (17)$$

В качестве двух недостающих граничных условий использовались условия фиксации тангенциальной составляющей скорости и энтропии, значения которых полагались равными значениям параметров невозмущенного потока в случае входной границы и вычислялись с помощью экстраполяции по значениям параметров внутри рассматриваемой области в случае выходной границы.

На разрезе при реализации граничных условий использовался метод контрольных объемов.

Численный алгоритм.

Дискретизация системы исходных уравнений Навье – Стокса выполнена с помощью конечно-объемного метода для криволинейных координат [1]:

$$\frac{3\Delta\hat{q}^n - \Delta\hat{q}^{n-1}}{2\Delta t} + \hat{R}^{n+1} = 0, \quad (18)$$

где n – номер временного слоя;

$$\begin{aligned} \Delta\hat{q}^n &= \hat{q}^{n+1} - \hat{q}^n; \quad \Delta\hat{q}^{n-1} = \hat{q}^n - \hat{q}^{n-1}, \\ \hat{R}^{n+1} &= \frac{\hat{E}_{i+1/2}^{n+1} - \hat{E}_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta\xi} + \frac{\hat{F}_{j+1/2}^{n+1} - \hat{F}_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta\eta} - \\ &- \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\hat{E}_{v,i+1/2}^{n+1} - \hat{E}_{v,i-1/2}^{n+1}}{\Delta\xi} + \frac{\hat{F}_{v,j+1/2}^{n+1} - \hat{F}_{v,j-1/2}^{n+1}}{\Delta\eta} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Для вычисления конвективных слагаемых используется схема Roe [1], согласно которой потоки через грань ячейки $i+1/2$ контрольного объема определяются:

$$\hat{E}_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left[\hat{E}(q_L) + \hat{E}(q_R) - |\tilde{A}| \cdot (q_R - q_L) \right], \quad (20)$$

где q_L, q_R – параметры потоков слева и справа от грани соответственно.

Для обеспечения второго порядка точности по пространству в настоящей работе использовалась следующая экстраполяция:

$$q_L = q_i + \psi(\Delta q_{i-1/2}, \Delta q_{i+3/2}), \quad (21)$$

$$q_R = q_{i+1} - \psi(\Delta q_{i-1/2}, \Delta q_{i+3/2}), \quad (22)$$

где ψ – ограничитель потоков, являющийся функцией разностей параметров в соседних точках, предложенный Jameson [1]:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{(\Delta q_{i-1/2} + \Delta q_{i+3/2})}{4} \left[1 - \left(\frac{\Delta q_{i-1/2} - \Delta q_{i+3/2}}{|\Delta q_{i-1/2}| + |\Delta q_{i+3/2}| + \varepsilon} \right)^2 \right], \\ \varepsilon &= 10^{-3}. \end{aligned} \quad (23)$$

В формуле для $\hat{E}_{i+1/2}$ \tilde{A} – матрица Якоби конвективных потоков, вычисленных по параметрам, осредненным по Roe. Матрицы Якоби \hat{A} и \hat{B} имеют вещественные собственные числа и могут быть представлены как:

$$\hat{A} = \hat{T}_\xi \hat{\Lambda}_\xi \hat{T}_\xi^{-1}, \quad \hat{B} = \hat{T}_\eta \hat{\Lambda}_\eta \hat{T}_\eta^{-1}, \quad (24)$$

где $\hat{T}_\xi, \hat{T}_\eta, \hat{T}_\xi^{-1}, \hat{T}_\eta^{-1}$ – матрицы левых и правых собственных векторов соответственно; $\hat{\Lambda}_\xi, \hat{\Lambda}_\eta$ – диагональные матрицы, составленные из собственных чисел матриц \hat{A} и \hat{B} .

Для вычисления матриц \hat{A} и \hat{B} на гранях контрольных объемов согласно Roe производится осреднение переменных по следующим соотношениям [1]:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} &= \sqrt{\rho_L \rho_R}; \quad \tilde{u} = \frac{u_L \sqrt{\rho_L} + u_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}; \\ \tilde{v} &= \frac{v_L \sqrt{\rho_L} + v_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\tilde{h} = \frac{h_L \sqrt{\rho_L} + h_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}};$$

$$\tilde{a}^2 = (\gamma - 1) \left[\tilde{h} - (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2) / 2 \right] \quad (26)$$

Здесь $h = \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2 + v^2}{2}$ – энтальпия.

Вязкие слагаемые в уравнениях (1), аппроксимировались по трехточечному шаблону со вторым порядком точности.

При построении неявного алгоритма дискретный аналог исходных уравнений Навье – Стокса записывается относительно искомого приращения переменных $\Delta\hat{q}^n$ на новом временном слое $n+1$:

$$\Delta\hat{q}^n + \frac{2}{3}\Delta t \hat{R}^{n+1} = \frac{1}{3}\Delta\hat{q}^{n-1}. \quad (27)$$

Вектор невязки \hat{R}^{n+1} линеаризуется относительно временного слоя n с помощью рядов Тейлора со вторым порядком точности $O(\Delta\hat{q}^n)^2$:

$$\hat{R}^{n+1} = \hat{R}^n + \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{q}} \right)^n \Delta\hat{q}^n \quad (28)$$

После подстановки соотношений в левой части уравнений появляется неявный оператор:

$$\left(I + \frac{2}{3}\Delta t \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{q}} \right)^n \Delta\hat{q}^n = \frac{1}{3}\Delta\hat{q}^{n-1} - \frac{2}{3}\Delta t \hat{R}^n, \quad (29)$$

где I – единичная матрица. Блочноматричная система алгебраических уравнений решалась итерационным алгоритмом Гаусса – Зейделя.

Результаты расчетов. С помощью разработанного программно-методического обеспечения с использованием модели турбулентности Спаларта – Алмараса были проведены исследования влияния числа Маха набегающего потока при постоянном значении числа Рейнольдса на аэродинамические характеристики профиля крыла. Результаты проведенных исследований представлены на примере обтекания профиля крыла *NACA 0012* в условиях, соответствующих числам $Re = 2,32 \times 10^6$ и $M = 0,1; 0,184; 0,3; 0,4$. На рис. 1 приведены зависимости коэффициентов подъемной силы C_{ya} и лобового сопротивления C_{xa} от угла атаки. Также проведено сравнение с результатами экспериментальных исследований [5]: наблюдается хорошее согласование результатов для подъемной силы для углов атаки до момента срыва потока с крыла для чисел Маха до 0,3 и несколько завышенные значения

коэффициента лобового сопротивления во всем диапазоне исследуемых параметров. При этом расчетные и экспериментальные значения коэффициента подъемной силы для чисел Маха 0,1 и 0,2 практически идентичны (рис. 1 а), однако расчеты дают более поздний срыв потока с крыла на величину $\sim 2^\circ$, что, очевидно, связано с особенностями модели турбулентности Спаларта – Алмараса и предположением о турбулентности пограничного слоя по всей длине профиля. С увеличением числа Маха до 0,3 экспериментальное значение коэффициента подъемной силы уменьшается до значения 1,38 и угла срыва потока до 14° , при этом наблюдается практически полное согласование расчетных и экспериментальных данных до момента срыва потока с крыла и ожидаемое расхождение после (рис. 1 б). При увеличении числа Маха до 0,4 эффект сжимаемости потока начинает проявляться в большей степени, согласно экспериментам, срыв потока происходит при угле атаки 12° и максимальное значение коэффициента лобового сопротивления достигает лишь 1,2, однако расчеты дают еще более ранний срыв потока на $\sim 2^\circ$ и $C_{ya\ max} = 1,1$.

Выводы. Разработана методика и программно-методическое обеспечение для описания процессов обтекания профиля крыла вязким сжимаемым потоком на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса с применением модели турбулентности Спаларта – Алмараса. Изучено влияние числа Маха, при постоянном значении числа Рейнольдса, на аэродинамические характеристики профиля на дозвуковых режимах обтекания. Показано, что сжимаемость воздушного потока начинает оказывать существенное влияние на аэродинамические характеристики профиля при числах Маха более 0,2 и приводит к значительному уменьшению максимального значения коэффициента подъемной силы и угла срыва потока с крыла (например, при $M = 0,4$ $C_{ya\ max}$ уменьшается на $\sim 25\%$, а угол срыва потока с крыла – на $\sim 30\%$). Разработанная расчетная методика дает несколько

завышенные, по отношению к экспериментальным данным, результаты по подъемной силе для $M < 0,2$, хорошо согласующиеся – для $M = 0,3$ и заниженные – для $M > 0,4$.

Полученные результаты в дальнейшем могут найти применение при

разработке методик моделирования процессов обледенения летательных аппаратов в неблагоприятных метеоусловиях.

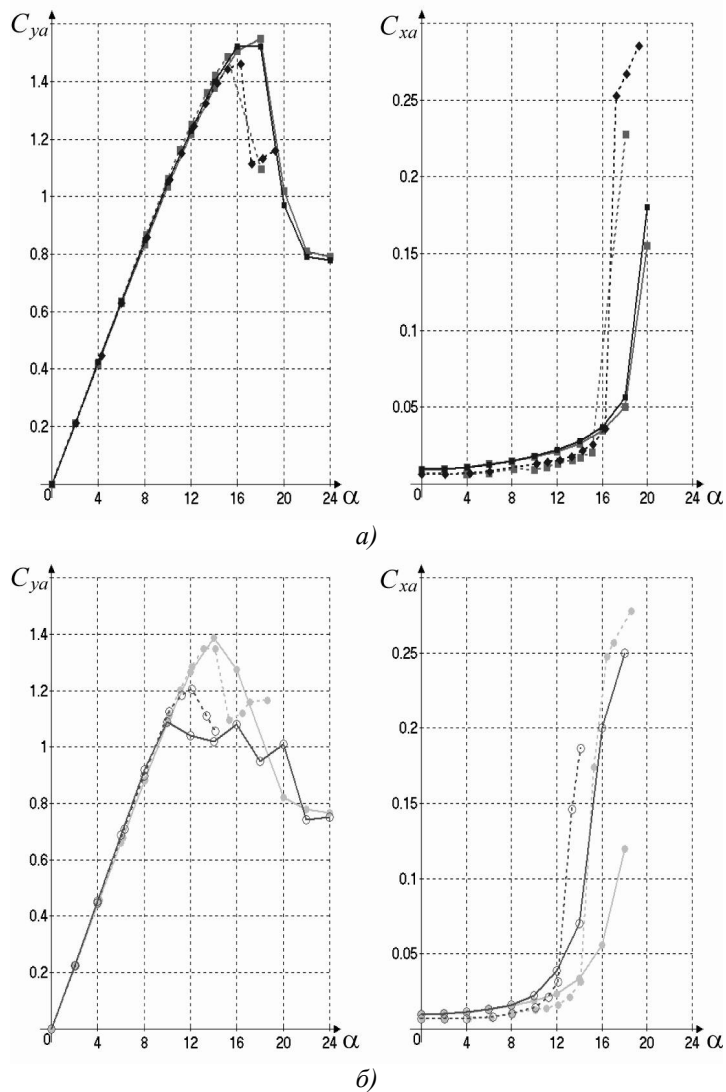


Рис.1. Зависимость аэродинамических характеристик профиля *NACA0012* от угла атаки для различных чисел Маха

результаты расчетов: \blacklozenge , \blacksquare , \bullet , \circ – $Re = 2,32 \times 10^6$ и $M = 0,1; 0,184; 0,3; 0,4$ соответственно;
 экспериментальные данные: $\cdots\blacklozenge$ – $Re = 3,9 \times 10^6, M = 0,1$; $\cdots\blacksquare$ – $Re = 3,9 \times 10^6, M = 0,2$;
 $\cdots\bullet$ – $Re = 3,9 \times 10^6, M = 0,3$; $\cdots\circ$ – $Re = 3,9 \times 10^6, M = 0,4$ [5]

Библиографические ссылки

1. Приходько А.А. Компьютерные технологии в аэродинамике и тепломассообмене. Киев : Наукова думка, 2003. 379 с.

2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Москва : Наука, 1983. Т. 1. 528 с.; Т. 2. 560 с.

3. Fortin G., Plinca A., Brandi V. A new roughness computation method and

geometric accretion model for airfoil icing. *J. Aircraft*. 2004. Vol. 41, No. 1. P. 119–127.

4. Guffond D., Hedde T., Henry R. Overview of Icing Research at ONERA, Advisory Group for Aerospace Research and Development. *Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety – Actual Problems of Aircraft Development*. Zhukovsky, Russia, 1993. 7 p.

5. Ladson C.L. Effects of Independent Variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low-Speed Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section. NASA TM-4071, October 1988.

6. Spalart P.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. No. 92. 0439. 1992. 22 p.

7. Wright W.B. Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6, National Aeronautical and Space Administration (NASA), Contractor Report. May, 1995. 95 p.

Надійшла до редколегії 11.06.2018 р.

УДК 536.24: 536.423.1

КРИЗИС ТЕПЛОТДАЧИ В ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ИСПАРИТЕЛЯХ С СОСТАВНОЙ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТОЙ СТРУКТУРОЙ В ВЫХОДНОМ СЕЧЕНИИ

С. А. Белогуров

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, пр. Гагарина, 72, г. Днепр,
49010, Украина, e-mail: steams@ukr.net*

Наведено результати експериментального дослідження умов погіршення тепловіддачі при кипінні калію в прямо трубному випарнику зі складовою капілярно-пористою структурою у вихідному перерізі. Встановлено область масових швидкостей, в якій граничний паровміст з погіршенням тепловіддачі у складовій капілярно-пористій структурі виявився вище, ніж у гладкотрубних і у випарниках з простою капілярною структурою.

Ключові слова: парогенератор, випарник, лужні метали, рідкі метали, капілярно-пориста структура, криза тепловіддачі.

Results of experimental research represent conditions of heat transfer deterioration for boiling potassium in a straight-through evaporator with a composite capillary-porous structure in the output section. A region of mass velocities is identified, where boundary vapor content, with heat transfer deterioration in the composite capillary-porous structure, is higher than in smooth-tube evaporators and evaporators with a simple capillary structure.

Keywords: Steam Generator, evaporator, alkali metals, liquid metals, capillary-porous structure, heat transfer crisis.

Приведены результаты экспериментального исследования условий ухудшения теплоотдачи при кипении калия в прямо трубном испарителе с составной капиллярно-пористой структурой в выходном сечении. Установлена область массовых скоростей, в которой граничные паросодержания с ухудшением теплоотдачи в составной капиллярно-пористой структуре оказались выше, чем в гладкотрубных и в испарителях с простой капиллярной структурой.

Ключевые слова: парогенератор, испаритель, щелочные металлы, жидкие металлы, капиллярно-пористая структура, кризис теплоотдачи.

Повышение эффективности энергетических установок космического и наземного базирования связано с использованием рабочих тел, имеющих высокие критические параметры, такие как давление ($P_{кр}$) и температура ($T_{кр}$). К таким телам следует отнести жидкие и щелочные металлы, в частности калий.

На протяжении более 30 лет эти проблемы решались в лаборатории «Тепловых установок» Днепропетровского национального университета имени Олеся Гончара Ю.Д. Морозовым, В.Ф. Присняковым, А.Н. Приваловым, С.В. Ткаченко, А.А. Хоменей.

Результаты этих исследований были представлены в многочисленных работах, опубликованных в нашей стране и за рубежом.

В работах [6; 7] было представлено описание экспериментального стенда для исследования кризиса теплоотдачи в жидкометаллических испарителях, а также изложена методика экспериментов и дано описание исследуемых образцов.

Для получения сухого насыщенного пара, необходимого для нормальной работы турбины энергоустановки, были предприняты некоторые конструктивные