УДК 621

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В УСЛОВИЯХ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Д.А. Лисин, доцент, к.т.н., ХНУ, О.Ю. Лисина, доцент, к.ф.-м.н., ХНАДУ

Аннотация. *Проведен анализ условий экспериментов по определению теплофизических характеристик материалов с применением импульсных методов. Численно решена задача о нестационарном температурном поле образца при воздействии на его поверхность теплового импульса малой временной протяженности*

Ключевые слова: *теплопроводность, импульсное воздействие, бессеточный метод.*

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ В УМОВАХ ІМПУЛЬСНОГО ВПЛИВУ

Д.А. Лісін, доцент, к.т.н., ХНУ, О.Ю. Лісіна, доцент, к.ф.-м.н., ХНАДУ

Анотація. *Проведено аналіз умов експериментів по визначенню теплофізичних характеристик матеріалів із застосуванням імпульсних методів. Чисельно вирішена задача про нестаціонарном температурному полі зразка при впливі на його поверхню теплового імпульсу малої часової тривалості.*

Ключові слова: *теплопровідність, імпульсний вплив, безсітковий метод.*

MODELING OF NON-STATIONARY HEAT TRANSFER PROCESS IN THE CONDITIONS OF PULSE INFLUENCE

D. Lisin, associate professor, cand. t. sc., KhNU,
O. Lisina, associate professor, cand. ph.-m. sc., KhNAHU

Abstract. *The analysis of the conditions of experiments for definition of thermophysical characteristics of materials with application of pulse methods has been carried out. The problem of non-stationary temperature field of the sample is numerically solved at influence of a thermal impulse of small time extent onto its surface*

Key words: *heart transfer, pulse influence, meshless method.*

Вступление

Важнейшими характеристиками конструкционных материалов являются теплофизические: удельная теплоемкость, коэффициенты теплопроводности и температуропроводности. Задачи, решаемые в машиностроении, строительстве, энергетике, требуют все больших объемов испытаний, исследований, натурных экспериментов, что приводит к появлению новых, высокотехнологичных методов определения теплофизических свойств материалов.

В последние десятилетия появилось достаточно большое количество методов, в основе которых лежит принцип импульсного воздействия на образец материала. Такие методы позволяют определить теплофизические характеристики материалов при возникновении больших градиентов температур.

Рассматривается нестационарная нелинейная задача теплопроводности в условиях импульсного воздействия на образец материала (область решения) тепловым потоком конечной величины и продолжительности импульса. При постановке задачи приняты следующие допущения:
1) материал образца однородный и гомогенный;
2) теплофизические параметры материала не зависят от температуры.

Приняты во внимание основные физические процессы, протекающие при импульсном воздействии на область решения: теплообмен с окружающей средой, продолжительность импульса нагрева.

Таким образом, необходимо решить нестационарное двумерное уравнение теплопроводности в прямоугольной области с учетом теплообмена с окружающей средой и пространственно-временного распределения импульсного воздействия.

Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что в реальном возможном диапазоне изменения условий импульсного воздействия на материалы в тонком приповерхностном слое образца возникают очень большие градиенты температур. Следовательно, обнаруживаются существенные трудности, связанные с выбором метода решения такой задачи. Математическое моделирование таких процессов затруднено и традиционные методы (конечных разностей, конечных элементов) не всегда дают необходимый по параметрам погрешности численный результат. В последние 20 лет, наряду с известными, ставшими уже классическими методами решения краевых задач, получили распространение структурно-разностные подходы [1], а также бессеточные методы решения краевых задач [2-3].

Одним из подходов, позволяющим преодолевать указанные трудности, является бессеточный метод с применением атомарных радиальных базисных функций [4-5].

Построение приближенного решения краевой задачи осуществляется на структурированной сетке в виде линейной комбинации сдвигов атомарной функции $Horp(x_1, x_2, x_3) \in C^\infty$ [6]. Искомые коэффициенты разложения приближенного решения находятся из условия: удовлетворения дифференциальному уравнению, удовлетворения краевым условиям. Основная матрица соответствующей линейной системы имеет блочный вид.

В ходе построения приближенного решения исследуемой краевой задачи в исходном уравнении осуществляется переход от дифференциального к дифференциально-разностному уравнению с помощью метода прямых, то есть дискретизация исходного уравнения выполняется только для фиксированного количества переменных, в нашем случае – только для одной переменной t.

Применяя метод коллокации, осуществляется поиск приближенного решения, благодаря требованию точного удовлетворения уравнения в точках коллокации, а именно – в узлах наложенной на область сети, в которых располагаются центры носителей базисных функций.

Постановка задачи

Определить функцию $u(t, x)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = f(t, x), \ 0 < t < T < \infty, \ x \in \Omega, \quad (1)$$

где Ω – ограниченная область из E_2; $\Omega = \{0 < x_1 < 1; 0 < x_2 < 1\}$, функция внутреннего источника $f(t, x) = 5$, шаг временной сетки $\tau = 0.01\,c$. Искомая функция должна удовлетворять начальному условию

$$u(0, x) = 0{,}05, \ x \in (\Omega + \partial\Omega) = \bar{\Omega}$$

и на границе $\partial\Omega$ в области Ω граничному условию третьего рода

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial \eta} + u(t, x) = 0{,}05, \ x \in \partial\Omega, \ t > 0,$$

где Ω – ограниченная область из E_2, $x = (x_1, x_2)$, $\partial\Omega$ – граница области.

Приближенное решение данной краевой задачи выполняется по бессеточной схеме [7].

Решение поставленной задачи выполняется

методом коллокации. Дискретизация задачи производится методом прямых с применением схемы весов (θ–метод), что позволяет свести, таким образом, исходное дифференциальное уравнение к дифференциально–разностному. В ходе стандартных преобразований исходное уравнение (1) преобразуется в систему неоднородных модифицированных уравнений Гельмгольца. Для получения приближенного решения таких уравнений используется бессеточный метод с применением атомарных радиальных базисных функций (АРБФ).

Результаты расчетов

Длительность импульса $\tau_{имп} = 0,01с$. Распределение температуры $u(t, x)$ на моменты времени $t = 0,01;\ 0,02;\ 0,04;\ 0,06;\ 0,11$ с (рис.1).

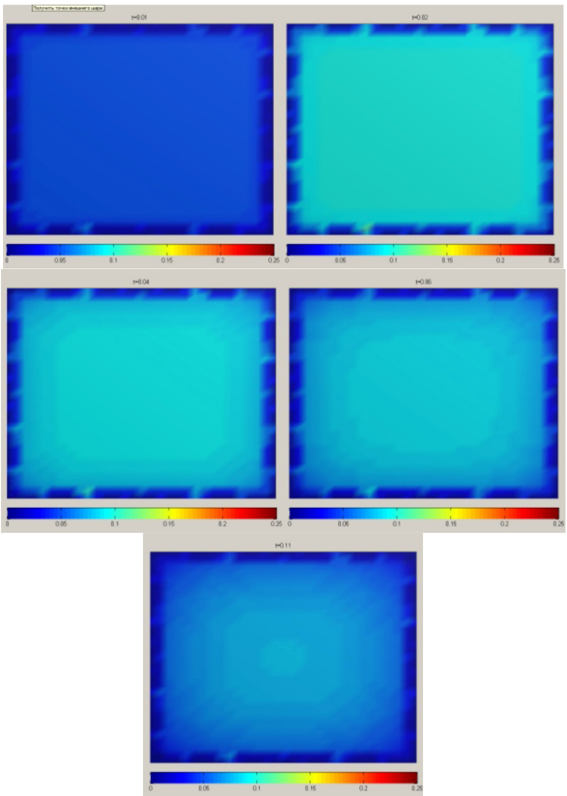

Рис. 1. Распределение температуры $u(t, x)$ при $\tau_{имп} = 0,01с$.

При длительности импульса $\tau_{имп} = 0,03с$ распределение температуры на моменты времени $t = 0,01;\ 0,03;\ 0,04;\ 0,08;\ 0,22$ с (рис.2), а при $\tau_{имп} = 0,05с$ на моменты времени t = 0,01; 0,05; 0,12; 0,21; 0,32 с (рис.3).

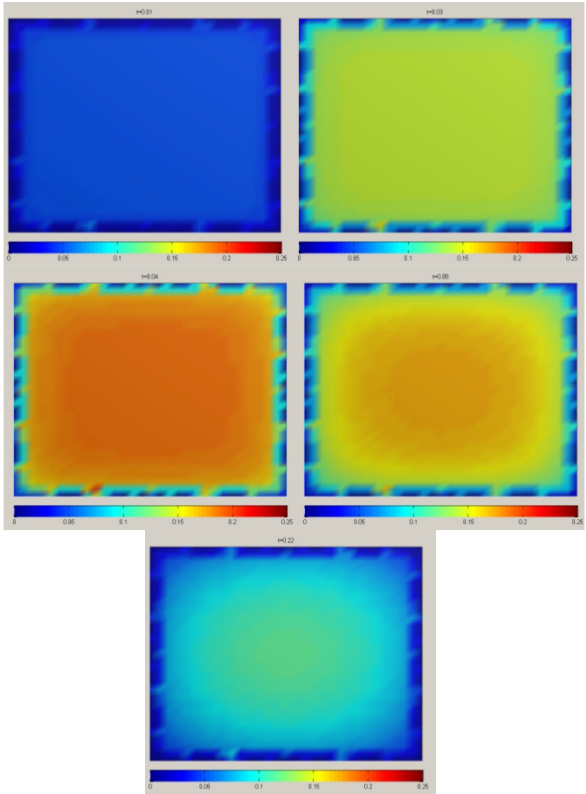

Рис. 2. Распределение температуры $u(t, x)$ при $\tau_{имп} = 0,03с$.

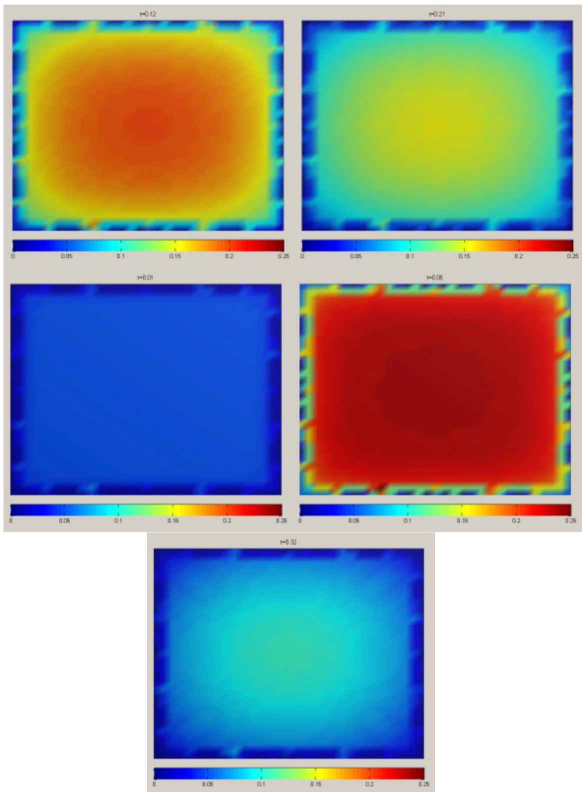

Рис. 3. Распределение температуры $u(t, x)$ при $\tau_{имп} = 0,05с$.

На рис. 4 приведены результаты численного моделирования поля температур в условиях воздействия импульсами различной длины.

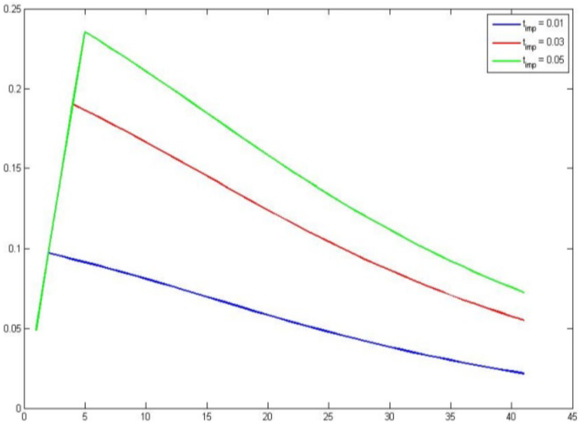

Рис. 4. Распределение $u(t, x)$ при $\tau_{имп}$ = 0,01; 0,03; 0,05 с.

Дальнейшие исследования в данной области позволят определить параметры и границы использования импульсных методов в задачах установления теплофизических характеристик конструкционных материалов.

Литература

1. Слесаренко, А.П. Математическое моделирование высокоскоростных тепловых процессов при точном учете нестационарных осциллирующих условий теплообмена на поверхности конструктивных элементов / А.П. Слесаренко, Ю.О. Кобринович // Вісник Кременчуцького нац. університета. – 2011. – т.5(70) – С.35-38.
2. Kansa E.J. Multiquadrics – a scattered data approximation scheme with applications to computational fluid-dynamics – I: solutions to parabolic, hyperbolic and elliptic partial differential equations / E.J. Kansa // Comp. Math. Appl. – 1990. – № 19. – P. 147–161.
3. Li S. Meshfree and Particle Methods and Their Applications / S.Li, W.K.Liu // Applied Mechanics Review. – 2002. – № 55. – P. 1-34.
4. Колодяжний В.М. Деякі властивості атомарних функцій багатьох змінних/ Рвачов В.О. //Доповіді НАН України. – 2005. – № 1 – С. 12–20.
5. Колодяжний В.М. Фінітні розв′язки функціонально–диференціальних рівнянь з частинними похідними /Рвачов В.О. //Доповіді НАН України. – 2004. – № 5 – С. 17–22.
6. Лісіна О.Ю. Побудова 3D атомарних радіальних базисних функцій, що породжуються оператором Гельмгольця /О.Ю.Лісіна //Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка, № 21, 2009. – С. 53-59.
7. Колодяжный В.М. Численные схемы решения краевых задач на основе бессеточных методов с использованием РБФ и АРБФ /Лисина О.Ю. //Проблемы машиностроения. – 2010.– Т. 13.– № 4 – С.49–56.