

УДК 539.3, 621.869

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ БАЛОК ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

**А.В. Воропай, доцент, к.т.н., А.А. Дзюбенко, доцент, к.т.н.,  
П.А. Егоров, ассистент, Е.С. Малахов, аспирант, ХНАДУ**

***Аннотация.** Исследуется нестационарное изменение деформаций балок при ударном нагружении тензометрическим методом. В качестве образцов использовались балки из стали, оргстекла и асфальтобетона. Удар производился сбрасыванием металлического ударника шарообразной формы на шарнирно-оперную балку. Тарировка измерительной системы производилась на эталонной стальной балке при квазистатическом нагружении. Получены экспериментальные зависимости поперечных деформаций балок при ударе.*

***Ключевые слова:** нестационарная деформация, балка, удар, тензометрические измерения, тарировка*

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИМІРЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙ БАЛОК З РІЗНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ УДАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**О.В. Воропай, доцент, к.т.н., О.А. Дзюбенко, доцент, к.т.н.,  
П.А. Єгоров, асистент, Є.С. Малахов, аспірант, ХНАДУ**

***Анотація.** Досліджується нестационарна зміна деформацій балок під час ударного навантаження тензометричним методом. У якості зразків використовувалися балки зі сталі, оргстекла та асфальтобетону. Удар проводився скиданням металевого ударника шаровидної форми на шарнірно-оперну балку. Тарування вимірювальної системи проводилася на еталонній сталевій балці при квазистатичному навантаженні. Отримано експериментальні залежності поперечних деформацій балок при ударі.*

***Ключові слова:** нестационарна деформація, балка, удар, тензометричні вимірювання, тарування*

## EXPERIMENTAL MEASURING BEAMS STRAIN FROM DIFFERENT MATERIALS UNDER IMPACT LOADING

**A. Voropay, assistant professor, cand. eng. sc.,  
A. Dzyubenko, assistant professor, cand. eng. sc., P. Egorov, assistant lecturer,  
E. Malakhov, postgraduate, KhNAHU**

***Abstract.** Nonstationary beams deformation vs. time under impact loading is researched by tensometric method. Steel, acrylic glass and asphalt-concrete beams are used in investigation as the samples. The impact has been made by dropping a metal spherical shape indenter on the hinged beam. Calibration of the measuring system has been executed on the standard steel beam under quasi-static loading. The experimental dependencies of the beams transverse strain at impact are obtained.*

***Keywords:** Nonstationary deformation, beam, impact, tensometric measurements, calibration*

### Введение

Для верификации моделей нестационарного деформирования элементов конструкций из

различных материалов необходимо сопоставляться с данными экспериментальных исследований. Целесообразно использовать наиболее простые канонические формы элемен-

нтов конструкций для упрощения математических моделей. Одним из самых распространенных и простых объектов являются балки. Нестационарное нагружение с хорошей повторяемостью можно обеспечить сбрасыванием груза с одинаковой высоты по исследуемому объекту.

### Анализ публикаций

Исследованию стальных балок средней толщины при ударном нагружении посвящено большое количество работ. Однако в большинстве из них исследуются напряженно-деформированное состояние стальных элементов конструкций [1, 2].

Большой интерес и практическое значение представляют исследования деформирования асфальтобетонов, особенно при нестационарных нагружениях. К настоящему времени существуют несколько методик экспериментального измерения деформаций в асфальтобетоне:

- 1) Наклейка тензодатчиков в требуемом месте непосредственно на исследуемый объект. Эта методика используется в основном для лабораторных исследований и в отдельных случаях при полевых испытаниях на действующих дорожных конструкциях.
- 2) Формовка асфальтобетонных образцов или элементов дорожной конструкции совместно с тензодатчиками. Эта методика подобна первой, но более сложная и дорогостоящая.
- 3) Изготовление специальных упругих тензометрических элементов, контактирующих с асфальтобетоном [3]. Указанная методика, как и все косвенные измерения, наряду с

определенными преимуществами имеет недостатки, связанные с усложнением модели и особенностями применения (изменение исследуемой конструкции).

Как правило, лабораторные исследования выполняют на наиболее простых и хорошо изученных формах элементов конструкций (балки, бруски и цилиндры). Для исследования нестационарного деформирования балок из асфальтобетона в настоящей работе был использован метод наклейки тензорезисторов непосредственно на исследуемые образцы.

### Экспериментальная установка

Ударное нагружение образцов производилось в установке СМ4М, которая представляет собой систему из двух шарнирных опор, причем одна из опор шарнирно неподвижная, а вторая – шарнирно подвижная (рис. 1).

Конструкция креплений позволяет установить балки шириной до 40 мм и длиной от 150 мм до 1 м. (расстояние между опорами может изменяться). Установка комплектуется эталонной стальной балкой длиной  $l=1100$  мм, шириной  $b=40$  мм и толщиной  $h=7$  мм (на которую наклеены тензорезисторы), а также комплект грузов общей массой 3 кг (рис. 2.).

Наличие сведений о материале балки, геометрических размерах и виде закрепления при ее нагружении эталонными грузами позволяет определить продольные деформации аналитически.

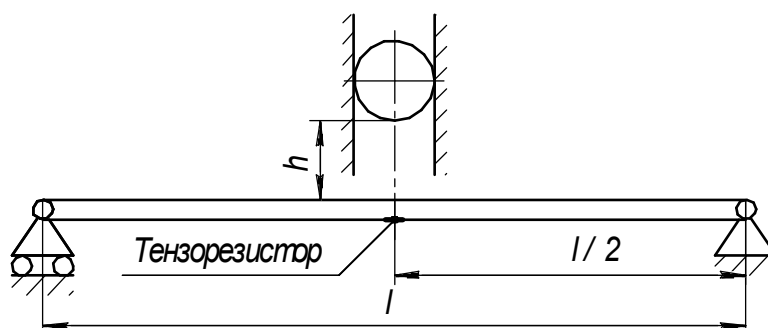
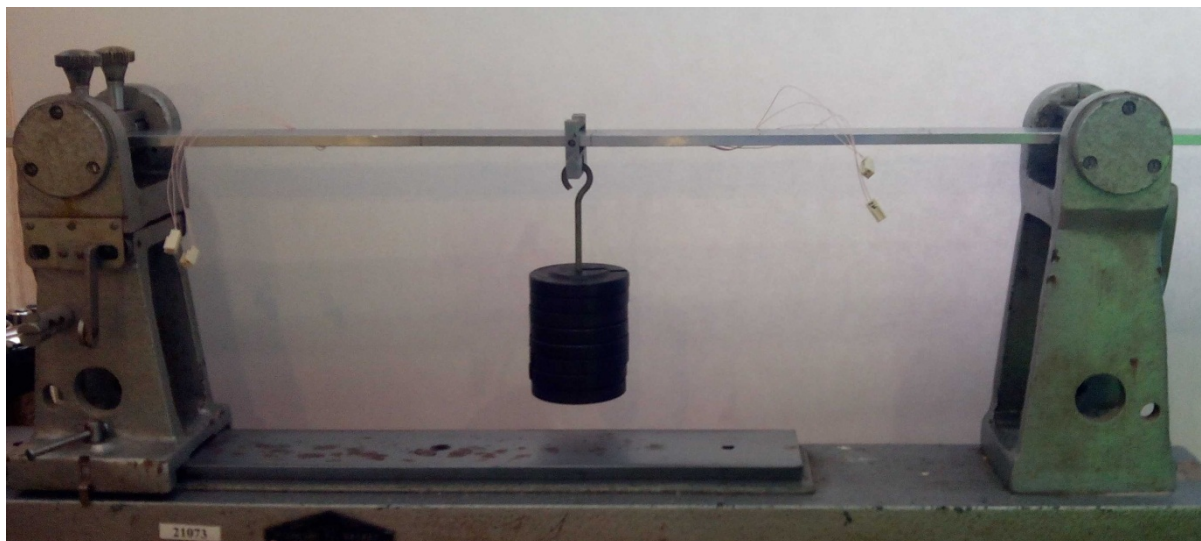
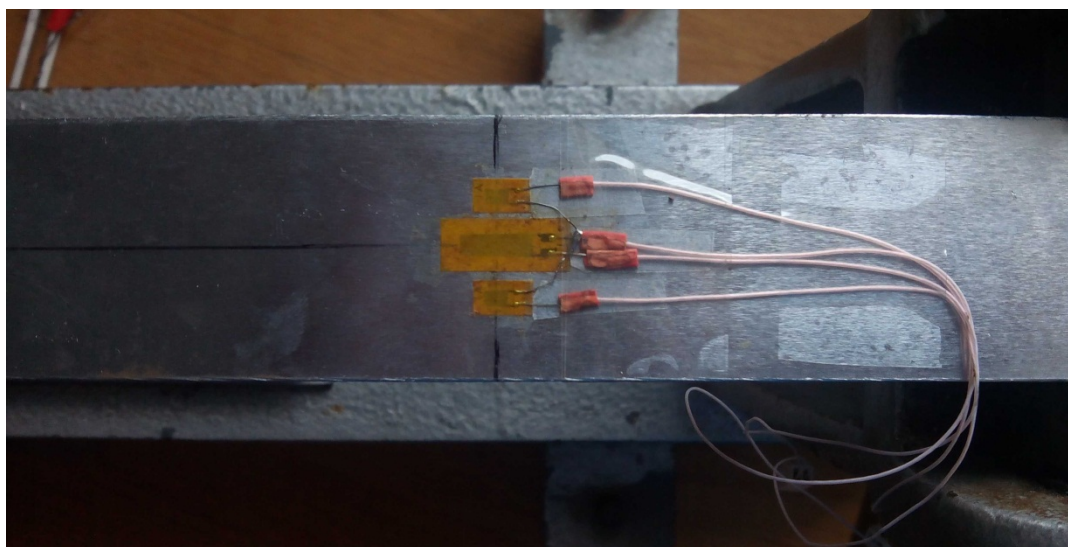


Рис. 1. Схема ударного нагружения балки



а)



б)

Рис. 2. Экспериментальная установка со стальной балкой перед тарировкой



Рис. 3. Шарнирно-опертая балка из асфальтобетона



Рис. 4. Балка из асфальтобетона с наклеенным фольговым тензорезистором

Экспериментальное измерение деформаций производилось тензометрическим методом на комплексе оборудования лаборатории деталей машин и ТММ, в состав которого входит серийно изготавливаемое 14-разрядное АЦП ADA-1406, позволяющее регистрировать изменение электрического напряжения во времени при выбранной частоте дискретизации от 1 до 350 кГц, многокаскадный масштабируемый усилитель и ПК со специализированным программным обеспечением. Более подробно измерительный комплекс описан в работе [4].

Тарировка измерительной системы производилась для шарнирно-опертой стальной балки при квазистатическом нагружении системой эталонных грузов (1 кг, 2 кг и 3 кг).

При тарировке измерительный тензорезистор помещался в месте нагружения (нагрузка на балку прикладывалась сверху, а исследуемый датчик находился снизу рис. 1.).

На рис. 5. показана тарировка, которая необходима для перехода от изменения во времени электрических напряжений к механическим деформациям.

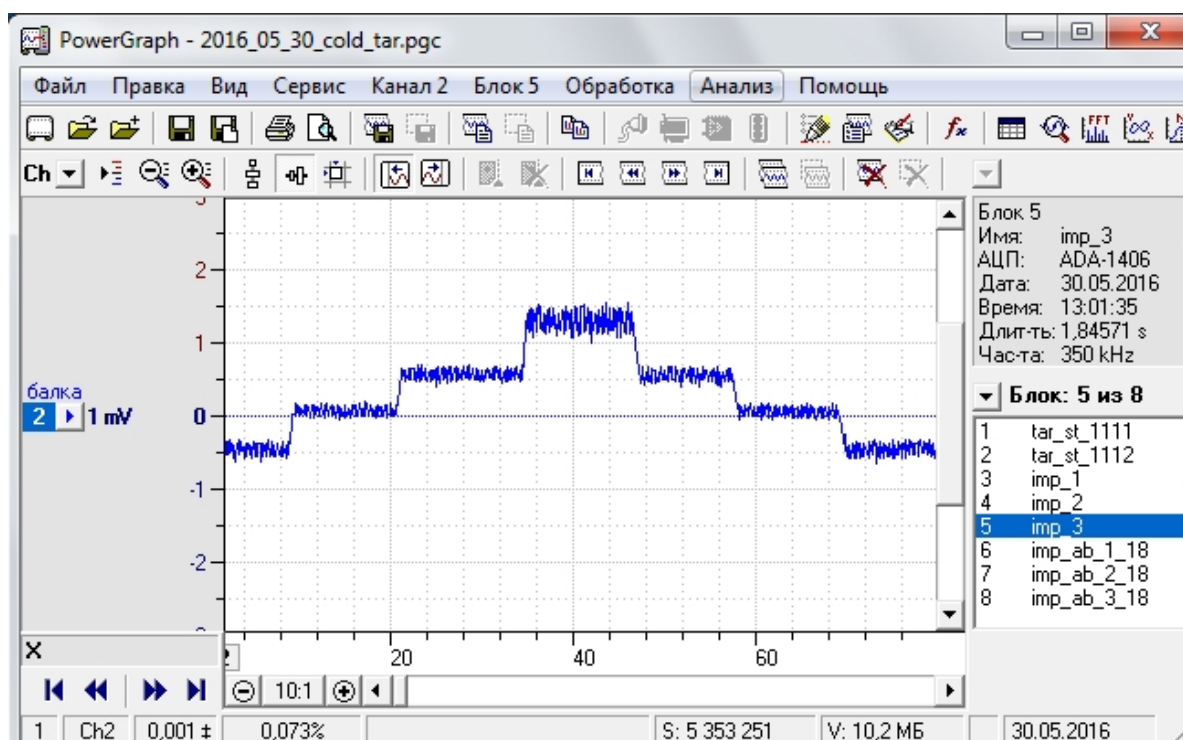


Рис. 5. Тарировочная кривая в приложении PowerGraph

Моделирование нестационарного деформирования балок осуществлялось на основе модели типа Тимошенко, учитывающей инерцию вращения и сдвиг [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - C_G^2 \left( \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right) = \frac{F(x)}{\rho \cdot b \cdot h}; \\ \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - \psi(x,t) \right) - c^2 \cdot \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где использованы обозначения  $w(x, t)$  – прогиб балки,  $\psi(x, t)$  – угол поворота нормали,  $\rho$  – плотность балки,  $E$  – модуль упругости балки,  $G$  – модуль сдвига,  $k' = 5/6$  – коэффициент сдвига,  $C_G^2 = k' \cdot G/\rho$ ,  $a^2 = 12 \cdot k' \cdot G/\rho \cdot h^2$ ,  $c^2 = E/\rho$ ,  $F(x) = q \cdot \delta(x - x_0)$  – внешняя статическая нагрузка,  $q$  – интенсивность нагрузки (вес при тарировке).

Для определения тарировочных коэффициентов рассматривалось статическое нагружение стальной балки средней толщины. Система уравнений, описывающих статическое деформирование балки, получена из (1) и имеет следующий вид:

$$\begin{cases} -C_G^2 \left( \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right) = \frac{F(x)}{\rho \cdot b \cdot h}; \\ a^2 \left( \frac{\partial w(x)}{\partial x} - \psi(x) \right) + c^2 \cdot \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Граничные условия, отвечающие шарнирному опиранию балки:

$$\begin{cases} w(0) = w(l) = 0; \\ \frac{\partial \psi(0)}{\partial x} = \frac{\partial \psi(l)}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

Для удовлетворения граничным условиям искомые функции  $w(x)$  и  $\psi(x)$  разлагаем в ряды Фурье:

$$\begin{cases} w(x) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k \sin\left(\frac{\pi \cdot k \cdot x}{l}\right); \\ \psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k \cos\left(\frac{\pi \cdot k \cdot x}{l}\right), \end{cases} \quad (4)$$

После подстановки разложений (4) в систему (2) и ортогонализации (умножение левой и правой части первого уравнения на  $\sin(\pi \cdot k_1 \cdot x/l)$ , а второго на  $\cos(\pi \cdot k_1 \cdot x/l)$ , и дальнейшее интегрирование в пределах от 0 до  $l$ ), получаем бесконечный набор систем двух уравнений относительно  $w_k$  и  $\psi_k$ :

$$\begin{cases} C_G^2 \cdot \lambda_k^2 \cdot w_k - C_G^2 \cdot \lambda_k \cdot \psi_k = C_0; \\ \lambda_k \cdot a^2 \cdot w_k - (c^2 \cdot \lambda_k^2 + a^2) \cdot \psi_k = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\lambda_k = \pi \cdot k/l$ ,

$$C_0 = 2 \cdot q \cdot \sin(\lambda_k \cdot x_0) / \rho \cdot b \cdot h \cdot l.$$

Система (5) решается при помощи метода Крамера, т.е.

$$w_k = \frac{\Delta_w}{\Delta}, \quad \psi_k = \frac{\Delta_\psi}{\Delta} \quad (6)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} C_G^2 \cdot \lambda_k^2 & -C_G^2 \cdot \lambda_k \\ \lambda_k \cdot a^2 & -(c^2 \cdot \lambda_k^2 + a^2) \end{vmatrix};$$

$$\Delta_w = \begin{vmatrix} C_0 & -C_G^2 \cdot \lambda_k \\ 0 & -(c^2 \cdot \lambda_k^2 + a^2) \end{vmatrix};$$

$$\Delta_\psi = \begin{vmatrix} C_G^2 \cdot \lambda_k^2 & C_0 \\ \lambda_k \cdot a^2 & 0 \end{vmatrix}.$$

В результате решение системы уравнений (5) принимает вид:

$$w(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_0 \cdot (c^2 \cdot \lambda_k^2 + a^2)}{C_G^2 \cdot c^2 \cdot \lambda_k^4} \cdot \sin(\lambda_k \cdot x); \quad (7)$$

$$\psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_0 \cdot a^2}{C_G^2 \cdot c^2 \cdot \lambda_k^3} \cos(\lambda_k \cdot x),$$

Деформации балки могут быть найдены по следующей формуле

$$\varepsilon_x(x) = \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_0 \cdot a^2}{C_G^2 \cdot c^2 \cdot \lambda_k^2} \sin(\lambda_k \cdot x), \quad (8)$$

В частном случае при нагружении посередине балки сосредоточенной силой деформация примет вид

$$\varepsilon_x = q \cdot \frac{12 \cdot l}{b \cdot h^2 \cdot E \cdot \pi^2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{k \cdot \pi}{2}\right)}{k^2} \quad (9)$$

В выражении (9) слагаемые ряда при четных  $k$  равны нулю, а при нечетных  $k$  этот ряд эквивалентен следующему  $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(2n-1)^2$ , сумма которого находится и равна  $\pi^2/8$ . В результате имеем:

$$\varepsilon_x = \frac{3}{2} \cdot q \cdot \frac{l}{b \cdot h^2 \cdot E} \quad (10)$$

Заметим совпадение с известным выражением

ем для деформации балки в курсе сопротивления материалов (11), что подтверждает достоверность результатов.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma}{E} = \frac{M_{\max}}{E \cdot W_x} = \frac{3}{2} \cdot q \cdot \frac{l}{b \cdot h^2 \cdot E}, \quad (11)$$

где  $W_x = b \cdot h^2 / 6$  – осевой момент сопротивления сечения,  $M_{\max} = mgl / 4 = ql / 4$ .

На рис. 6 – рис. 10. изображены графики зависимости изменения во времени продольных деформаций балок при их ударном нагружении. Удар производился сбрасыванием металлического ударника шарообразной формы на шарнирно опертую балку.

На рис 6 показаны графики  $\varepsilon_x(t)$  для сталь-

ной балки (длиной  $l=600$  м, шириной  $b=40$  мм и толщиной  $h=7$  мм): рис 6 а – полный процесс соударения с балкой, рис 6 б – начальный этап процесса соударения.

На рис. 7. показаны аналогичные графики для балки из полиметилметакрилата (ПММА), или органического стекла (длиной  $l=280$  м, шириной  $b=38$  мм и толщиной  $h=10$  мм).

На рис. 8 – рис. 10 показаны аналогичные графики для асфальтобетонной балки длиной  $l=120$  м, шириной  $b=40$  мм и толщиной  $h=11$  мм при температурах балки  $T=10^\circ\text{C}$  – рис. 8,  $T=18^\circ\text{C}$  – рис. 9 и  $T=25^\circ\text{C}$  – рис. 10.

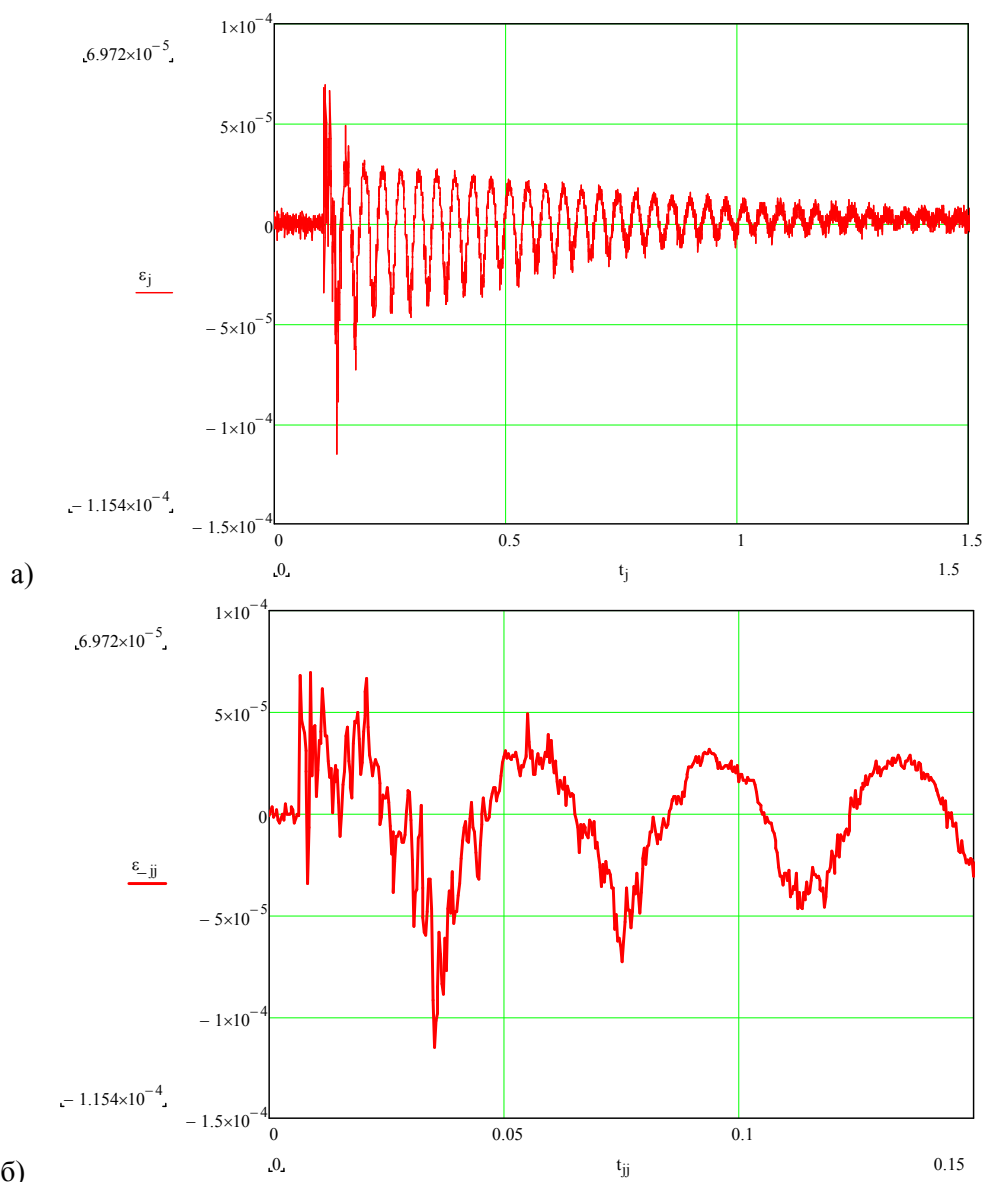


Рис. 6. Деформация стальной балки: а – полное нагружение, б – начало процесса

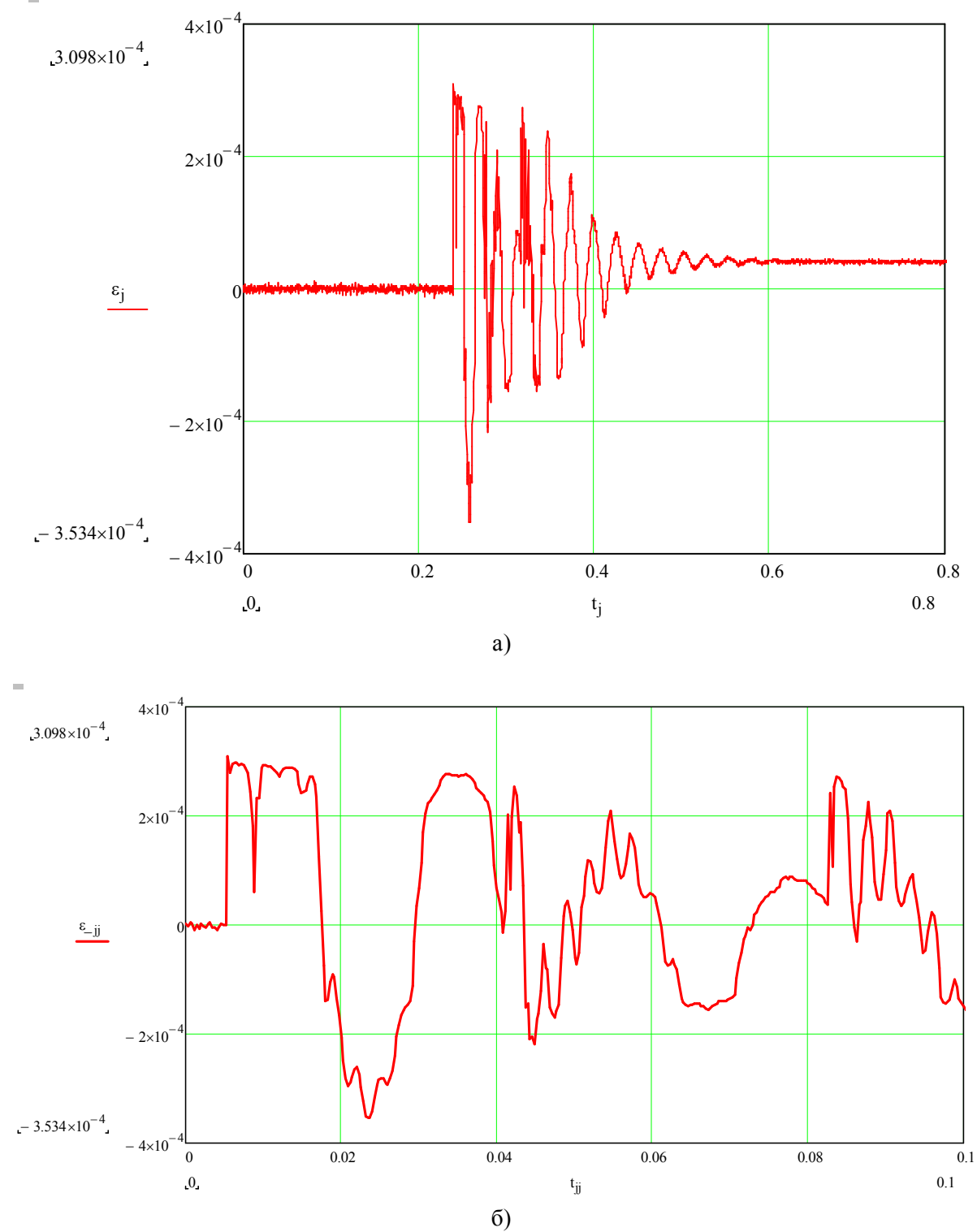
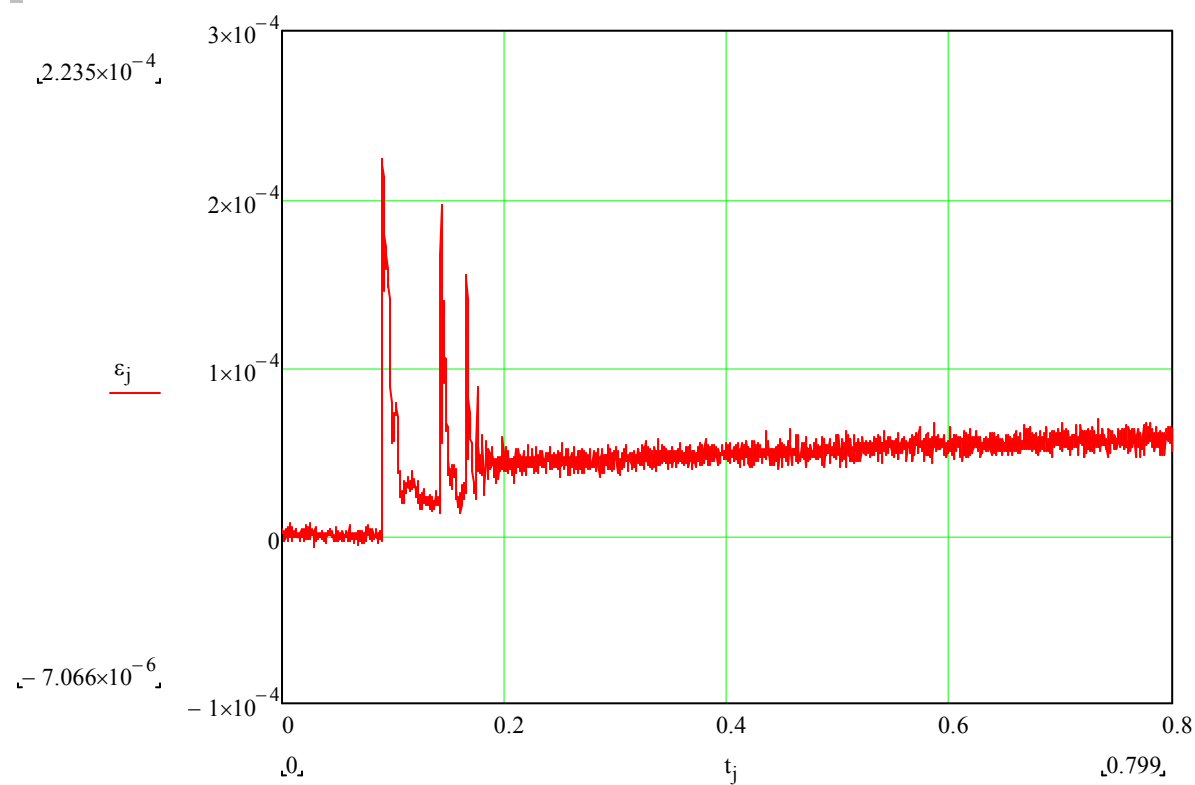
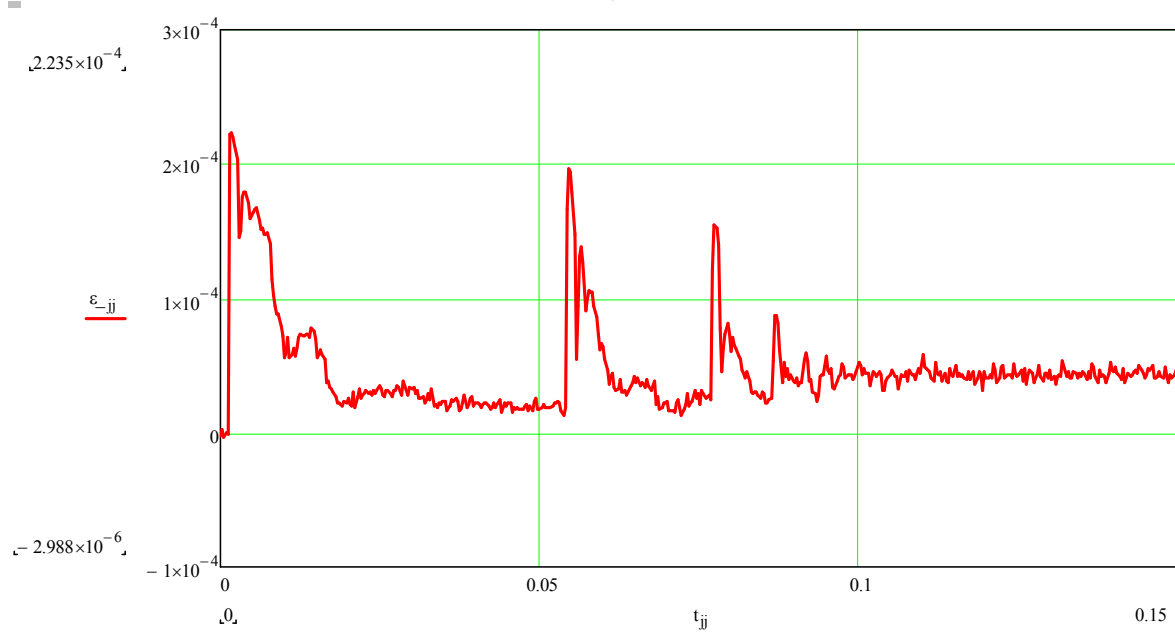


Рис. 7. Деформація балки из ПММА  
а – полное нагружение, б – начало процесса



а)



б)

Рис. 8. Деформация асфальтобетонной балки при  $T = 10^{\circ}C$   
 а – полное нагружение, б – начало процесса



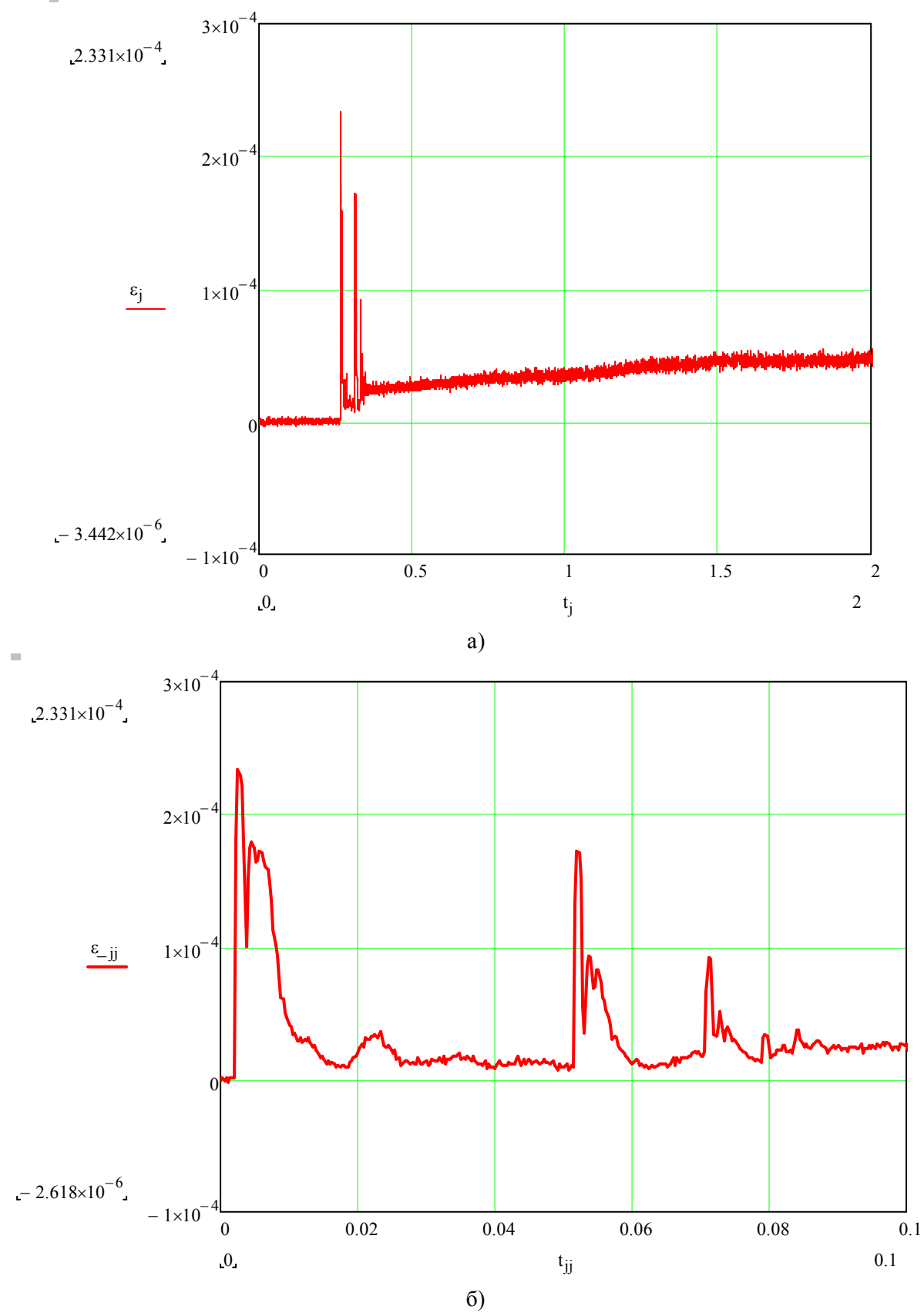
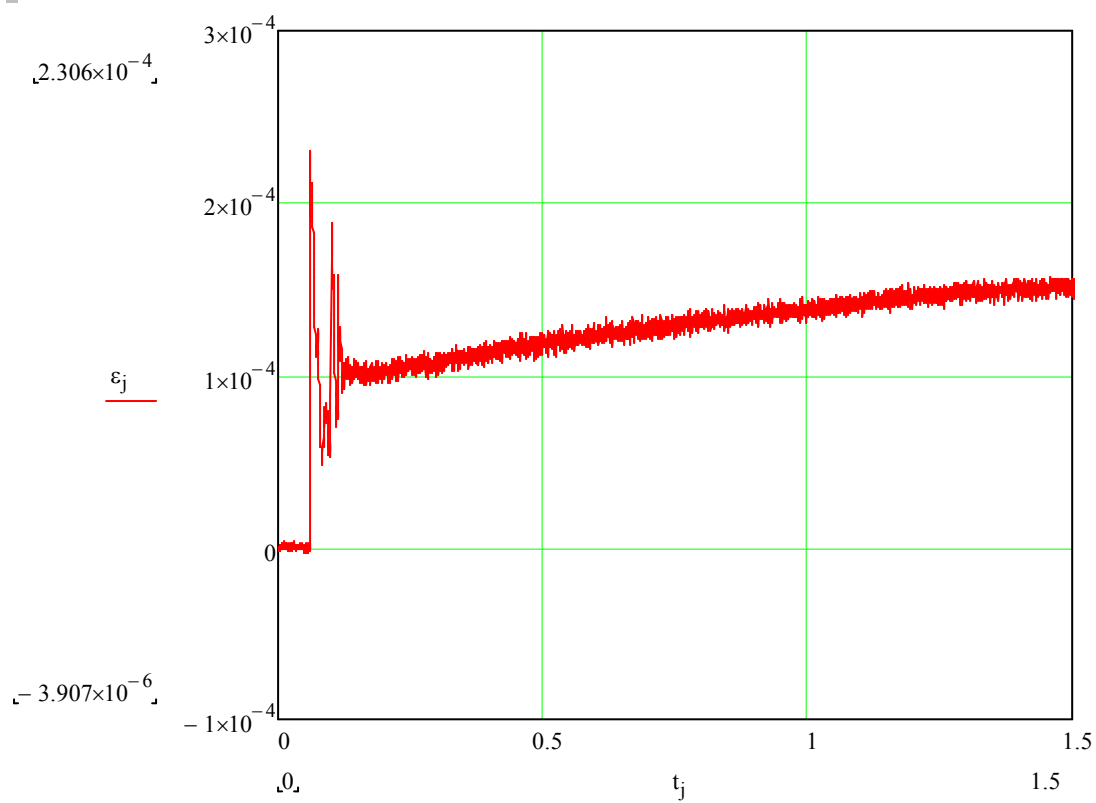
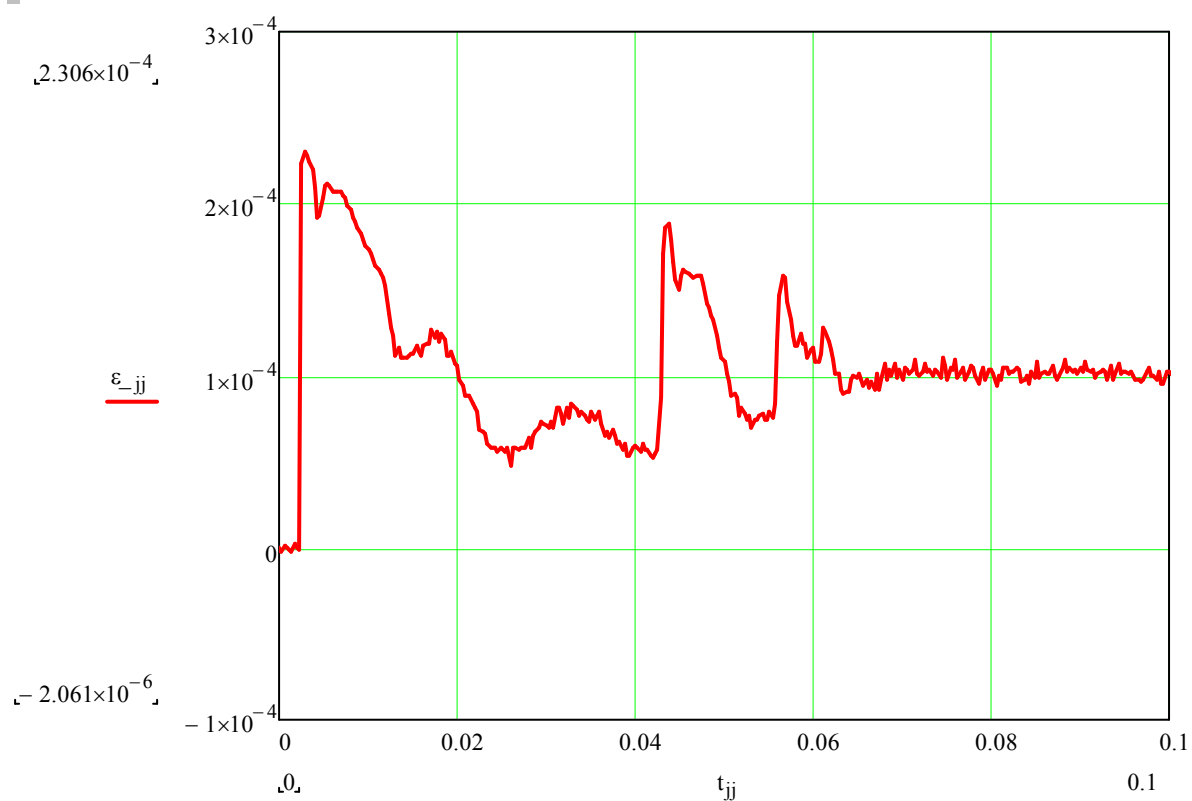


Рис. 9. Деформация асфальтобетонной балки при  $T = 18^\circ C$   
а – полное нагружение, б – начало процесса



a)



б)

Рис. 10. Деформация асфальтобетонной балки при  $T = 25^\circ C$   
 а – полное нагружение, б – начало процесса

### Выводы

Тензометрия в совокупности с развитием современной электронно-измерительной и вычислительной аппаратуры позволяет производить достаточно точные лабораторные исследования напряженно-деформированного состояния при ударном нагружении элементов конструкции из различных материалов с минимальными материальными затратами.

Применение непосредственной наклейки тензорезисторов на исследуемые образцы по сравнению с другими способами, а так же использование в качестве объектов нагружения шарнирно-опертых балок позволяет получить достаточно простую математическую и механическую модель для дальнейших исследований нестационарного нагружения материалов.

### Литература

1. Голоскоков Е. Г., Филиппов А. П. Нестационарные колебания деформируемых систем. – Киев: Наукова думка, 1977. – 340 с.
2. Филиппов А. П., Скляр В. А. Колебания стержней и плит при ударе // Динамика и прочность машин. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1967. – Вып. 6. – с. 42-47.
3. Насковец М. Т. Методика измерений деформаций и напряжений конструктивных слоев дорожной одежды / Насковец М. Т., Дорожко А. В., Корин Г.С. // Труды БГТУ. – 2011. – № 2: Лесопромышленный комплекс. Транспортно-технологические вопросы. С. 69–71.
4. Воропай А.В. Измерительный комплекс для экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния упругих элементов конструкций при ударном нагружении / А.В. Воропай, А.А. Дзюбенко, П.А. Егоров // [Электронный ресурс] / Автомобіль і електроніка. Сучасні технології: електронне наукове фахове видання. – Х.: ХНАДУ, 2015. – №2(8). – С. 182–187. – ISSN 2226-9266 – Режим доступу: <http://www.khadi.kharkov.ua/nauka/nauko-vo-doslidna-chastina/naukovi-vidannja/avtomobil-elektronika-suchasni-tehnologiji/arkhiv-nomeriv.html>

Рецензент: А.Н. Врублевский д.т.н., проф. ХНАДУ

Статья поступила в редакцию 6 июня 2016 г.