

УДК 536.5.08

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

Г.Д. Симбирский, доцент, к.т.н., В.К. Лантрат, студент, ХНАДУ

Аннотация. Изложена методика математического моделирования разработанного высокотемпературного измерителя температуры рабочего тела транспортных двигателей. Она состоит в использовании математической модели предложенного средства измерения как необходимого и достаточного условия для проведения измерений. При экспериментальной проверке средства измерения использовались алгоритмы цифровой фильтрации, основанные на функциях чувствительности оценок искоемых параметров к измерениям этих параметров.

Ключевые слова: математическое моделирование, косвенные методы измерений, высокотемпературный проточный термопреобразователь, параметрическая идентификация.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ ВИМІРЮВАННЯХ TEMПЕРАТУРИ В ТЕПЛОВИХ ДВИГУНАХ

Г.Д. Симбірський, доцент, к.т.н., В.К. Лантрат, студент, ХНАДУ

Анотація. Викладено методику математичного моделювання розробленого високотемпературного вимірювача температури робочого тіла транспортних двигунів. Вона полягає у використанні математичної моделі запропонованого засобу вимірювання як необхідної і достатньої умови для проведення таких вимірювань. При експериментальній перевірці розробленого засобу вимірювання використовувалися алгоритми цифрової фільтрації, засновані на функціях чутливості оцінок шуканих параметрів до вимірювань цих параметрів.

Ключові слова: математичне моделювання, непрямі методи вимірювань, високотемпературний проточний термоперетворювач, параметрична ідентифікація.

MATHEMATICAL MODELING FOR MEASUREMENTS OF TEMPERATURE IN THERMAL ENGINES

G. Simbirskiy, assistant professor, cand. eng. sc., V. Lantrat, student, KhNAHU

Abstract. The technique of mathematical modeling of the developed high-temperature temperature meter of the working fluid of transport engines is described. It consists in using the mathematical model of the proposed measuring instrument as a necessary and sufficient condition for carrying out such measurements. During the experimental verification of the developed measuring instrument, digital filtering algorithms based on the sensitivity functions of the estimates of the sought parameters to the measurements of these parameters were used.

Key words: mathematical modeling, indirect methods of measurement, high temperature flow thermocouple, parametric identification.

Введение

Математическое моделирование во многих случаях является единственно возможным выходом при проведении различных сложных измерений. Например, при измерении

температур газа (выше 1000 K) в тепловых двигателях контактными методами любое измерительное средство, т. е. термопреобразователь (ТП), находится в сложном конвективно-лучисто-кондуктивном теплообмене с окружающей средой и элементами собствен-

ной конструкции. Его температура $t_{тп}$ может на сотни градусов отличаться от искомой локальной температуры газа t_r .

В приведенном случае единственной возможностью является использование методов косвенных измерений, когда t_r рассчитывается (восстанавливается) по непосредственно измеряемому $t_{тп}$. Распространение получил простейший вариант косвенных измерений, когда вводятся поправки, учитывающие составляющие сложного теплообмена ТП. Однако в общем случае эти поправки можно рассчитать лишь приблизительно из-за отсутствия необходимых сведений о таком теплообмене. Кроме того, предел измерений таких датчиков сильно ограничивается их термостойкостью.

Более перспективными являются методы, в которых t_r восстанавливается в соответствии с математической моделью метода измерений по показаниям нескольких ТП. Это позволяет количественным образом учесть условия сложного теплообмена ТП со средой и повысить точность восстановления t_r .

В данной работе нами предлагается реализовать такой подход при разработке метода измерения температуры газов в теплоэнергетических устройствах повышенной точности.

Основой метода являются несколько оригинальных идей, в том числе использование уравнения измерения метода в качестве математической модели измерительного устройства. Это позволяет получить оптимальную оценку $\hat{\Theta}$ вектора искоемых параметров Θ , входящих в математическую модель упомянутого устройства, среди которых и интересующая нас в первую очередь локальная температура газового потока в нужной точке камеры сгорания (цилиндра двигателя).

Анализ публикаций

Редукционный проточный термопреобразователь (РПТ) для измерения температуры в газотурбинных двигателях был разработан коллективом авторов [1] и основывался на решении обратной задачи теплообмена при течении газа на начальном участке цилиндрического охлаждаемого канала. Практически течение газа в канале организовано за счет использования эжектора для отсоса газа.

Метод заключается в расчете температуры газа t_r на входе в интенсивно охлаждаемый канал по температурам t_1 и t_2 газа в двух точках x_1 и x_2 по длине канала (рис.1, кривая 1). Эти температуры измеряются двумя первичными термопреобразователями (термопарами) и зависят от t_r на входе в канал и условий теплообмена потока со стенками канала.

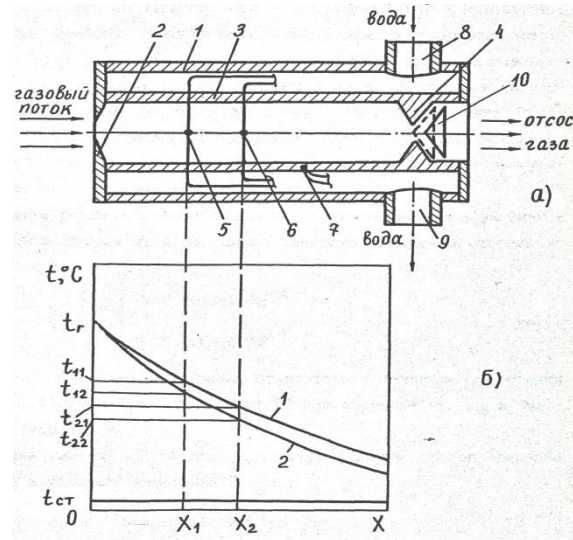


Рис. 1 – Устройство и принцип действия редуцирующего проточного термопреобразователя: 1 - охлаждаемый корпус; 2 - точка входа в измерительный канал; 3 – стенка канала; 4 – диафрагма на выходе устройства; 5 и 6 - первичные ТП; 7 - термопара в стенке канала; 8 и 9 – вход и выход охлаждающей жидкости; 10 - вариатор скорости потока в канале.

Температура газа по оси канала снижается из-за теплообмена газа с холодными стенками по известному закону течения газа в цилиндрическом канале:

$$\vartheta(x) = \vartheta_{\Gamma} \exp \left[- \int_0^x St(x) dx \right], \quad (1)$$

где $St(x) = \frac{\alpha(x)P}{\rho w C_p}$ - критерий Стантона;

$\vartheta_{\Gamma} = (t_{\Gamma} - t_{CT})$ и $\vartheta(x) = [t(x) - t_{CT}]$ - избыточные по отношению к температуре стенки t_{CT} температуры газа на входе в канал и по его оси соответственно; $\alpha(x)$ - коэффициент теплоотдачи от газа к стенке; P - периметр канала; w - скорость газа; ρ и C_p - удельная теплоемкость и плотность газа.

Решая систему уравнений (1) для координат x_1 и x_2 установки термопар относительно ϑ_T авторы получили следующее уравнение измерения метода:

$$\vartheta_T = \vartheta_1 (\vartheta_1 / \vartheta_2)^A, \quad (2)$$

$$A = \left(\int_0^{x_1} St(x) dx \right) / \left(\int_{x_1}^{x_2} St(x) dx \right) \quad (3)$$

где A - коэффициент преобразования РПТ.

Предложенный в [1] метод не позволяет измерять температуру газа в транспортных тепловых двигателях с приемлемой точностью, т. к. особенности теплообмена в канале измерительного устройства, а, следовательно, и коэффициент A метода неизвестны.

Для того чтобы устранить данный недостаток, одним из авторов настоящей статьи было предложено определять коэффициент преобразования A непосредственно в процессе измерения температуры газа [2]. Для этого производится незначительная, предположительно не приводящая к изменению A , вариация скорости потока в канале путем изменения площади его выходного сечения (рис.1, кривая 2). Соответствующие новой скорости потока значения температур термопреобразователей ϑ_{12} и ϑ_{22} измеряются. Теперь из системы двух уравнений (2) для двух значений скорости потока газа в канале могут быть найдены величины ϑ_T и A .

Такой метод получил название адаптивного редуцированного проточного термопреобразователя (АРПТ). Очевидно, что предложенный в [1] и [2] метод позволяет расширить предел измерения используемых термопар. На практике для термопар платиновой группы с пределом измерений до 1600°C АРПТ расширяет его до 2200°C .

Выше было отмечено, что вариация скорости газа в канале измерительного устройства должна быть как можно меньшей, чтобы не изменились условия теплообмена газа в канале, а, следовательно, и величина самого коэффициента A . Но тогда в формуле (3) отношение натуральных логарифмов близко к неопределенности типа $0/0$. Это свойство формулы (3) усугубляется шумами измерений, особенно если учитывать небольшие

выборки температур из-за значительной нестационарности процессов в двигателях транспортных средств. Обработка таких выборок привычными средствами математической статистики приводит к значительным погрешностям измерения метода АРПТ.

Для описанной выше проблематики целесообразно применить метод параметрической идентификации измерительного устройства, заключающийся в получении на основе экспериментальных данных оптимальных оценок $\hat{\Theta}$ некоторого вектора Θ искомых параметров взаимодействия данного устройства с окружающей средой и входящих в его математическую модель.

В работе [3] было предложено рассматривать процесс измерений любых физических величин как параметрическую идентификацию измерительного устройства с использованием в качестве математической модели уравнений измерения.

Предполагалось, что имеется математическая модель измерительного устройства (далее – модель), позволяющая для моментов времени $\tau_k = k \cdot \Delta t$ ($k = 1, 2, \dots, n$) рассчитывать значения измеряемых параметров

$$Y_k = f(\Theta_k). \quad (4)$$

где Y_k – вектор измерений; Θ_k – вектор искомых параметров; k – номер шага измерений.

Информацию об объекте на k -м шаге дает вектор измерений

$$Y_k = \Psi_k + \varepsilon_k,$$

где Ψ_k – действительные значения измеряемых физических величин, ε_k – шум измерений.

В модели необходимо выделить $(r \times 1)$ -вектор $\Theta = [\Theta_j]_{j=1}^r$ искомых параметров. Процедуру выделения Θ в модели, описывающей устройство измерения во взаимосвязи с окружающей средой, называют параметризацией измерительного устройства.

По модели рассчитывается прогноз вектора измерений Y_k в зависимости от вектора искомых параметров Θ при $\varepsilon=0$:

$$\hat{Y}_k(\Theta) = [y_{ik}(\Theta)]_{i=1}^m.$$

В таком случае параметрическая идентификация заключается в определении оптимальных оценок $\hat{\Theta}$ вектора Θ по n значениям вектора измерений Y_k в модели (4). Для этих целей наиболее распространенным методом является минимизация по Θ следующей квадратичной функции:

$$\Phi(\Theta) = \sum_{k=1}^n [Y_k - \hat{Y}_k(\Theta)]^T R^{-1} [Y_k - \hat{Y}_k(\Theta)]. \quad (5)$$

Таким образом, параметрическая идентификация измерительного устройства может быть сведена к хорошо изученному в математической и технической литературе обобщенному методу наименьших квадратов (МНК). Для минимизации $\Phi(\Theta)$ предложено использовать алгоритм фильтра Калмана по искомому параметрам:

$$\hat{\Theta}_k = \hat{\Theta}_{k-1} + K [Y_k - \hat{Y}_k(\hat{\Theta}_{k-1})], \quad (6)$$

$$K = P_k H_k^T [H_k P_{k-1} H_k^T + R]^{-1}; \quad (7)$$

$$P_k = P_{k-1} - K H_k P_{k-1}; \quad (8)$$

$$H_k = \frac{\partial}{\partial \Theta} \hat{Y}_k(\hat{\Theta}_{k-1}). \quad (9)$$

Здесь P_k и P_{k-1} – ковариационные матрицы ошибок оценок, диагональные элементы которых являются дисперсиями ошибок оценок искомых параметров, а H_k – матрица функций чувствительности вектора прогноза измерений к искомому параметрам на k -м шаге.

Цель исследования и постановка задачи

Исходя из проведенного анализа, цель исследования заключается в создании метода измерения высоких температур газа в двигателях транспортных устройств на основе параметрической идентификации математической модели адаптивного редуцированного проточного термопреобразователя с использованием фильтра Калмана.

Метод заключается в получении оптимальных (несмещенных, достоверных и состоятельных) оценок параметров математической модели АРПТ (температуры газа t_r и коэффициента преобразования A) по показаниям

проволочных термопреобразователей разрабатываемого устройства, искаженным случайными погрешностями – шумами измерений.

С учетом изложенного выше ставятся следующие задачи настоящего исследования:

1. Изложить методологию математического моделирования средства измерения, использующую методы параметрической идентификации для получения оценок искомых параметров процесса измерений;
2. Применить предлагаемую методологию математического моделирования в случае параметрической идентификации адаптивного редуцированного проточного измерителя высоких температур газа;
3. Предложить, исследовать и реализовать в виде программного продукта алгоритм параметрической идентификации адаптивного редуцированного проточного измерителя высоких температур газа;
4. Провести экспериментальную проверку разработанного метода измерения температуры газа и предложенного алгоритма параметрической идентификации устройства как необходимого условия реализации метода.

Математическое моделирование и параметрическая идентификация адаптивного РПТ

Разработаем математическую модель адаптивного редуцированного проточного термопреобразователя. Для этого запишем систему из двух уравнений измерения простого редуцированного проточного термопреобразователя для двух значений скорости газа в канале устройства:

$$\begin{cases} \vartheta_r = \vartheta_{11} (\vartheta_{11}/\vartheta_{21})^A; \\ \vartheta_r = \vartheta_{12} (\vartheta_{12}/\vartheta_{22})^A, \end{cases} \quad (9)$$

где ϑ_{11} и ϑ_{21} – температуры газа в канале АРПТ в местах установки термодпар при скорости w_1 течения газа в канале, а ϑ_{21} и ϑ_{22} – температуры газа в канале АРПТ в местах установки термодпар при скорости w_2 .

По математической модели АРПТ (9) можно определить A , а затем и искомую температуру газа в некоторой точке двигателя транспортного средства. Поскольку выше было заявлено, что вариации скорости газа в кана-

ле АРПТ должны быть настолько незначительными, чтобы не изменялся характер и условия теплообмена в канале, то ϑ_r в точке измерения и A можно считать постоянными во время осуществления вариаций скорости газа в канале. Этому способствует также высочайшее быстродействие современной измерительной микропроцессорной техники. В таком случае, решая аналитически систему уравнений (9) можно определить A :

$$A = [\ln(\vartheta_{22}/\vartheta_{21}) / \ln(\vartheta_{12}/\vartheta_{11}) - 1]^{-1}. \quad (10)$$

Погрешность определения A по формуле (10) состоит из систематической и случайной составляющих, которые, в свою очередь, зависят от систематических и случайных составляющих погрешностей измерения исходных температур ϑ_{11} , ϑ_{21} , ϑ_{12} и ϑ_{22} . Данный вопрос подробно рассмотрен в [2]. Здесь же отметим, что метод адаптивного РПТ позволяет значительно повысить точность измерения t_r путем определения коэффициента A непосредственно для условий конкретного измерения.

Однако при практической реализации метода возникает ряд вопросов, главным из которых является оптимальный выбор величины вариации скорости протекания газа через измерительный канал устройства. С одной стороны она должна быть минимальной с целью неизменности величины A . С другой стороны, при малых вариациях отношения $\vartheta_{22}/\vartheta_{21}$ и $\vartheta_{12}/\vartheta_{11}$ стремятся к единице, а отношения их логарифмов к неопределенности типа “ноль на ноль”, что будет приводить к неустойчивости расчетов. Кроме того, серьезные затруднения связаны с существенной стохастичностью измерительной информации. Выходом является использование методов параметрической идентификации, в частности, алгоритма оптимального дискретного фильтра Калмана (ФК), приведенный выше.

Представим математическую модель АРПТ в виде уравнений теплопереноса (1) для двух значений скорости потока в канале

$$\begin{cases} \vartheta_{11} = \vartheta_r \exp(-B_1); \\ \vartheta_{21} = \vartheta_r \exp[-B_1(1 + 1/A)]; \\ \vartheta_{12} = \vartheta_r \exp(-B_2); \\ \vartheta_{22} = \vartheta_r \exp[-B_2(1 + 1/A)], \end{cases} \quad (11)$$

где B_1 и B_2 - среднеинтегральные параметры теплообмена в канале для базовой и измененной скорости потока, связанные с критерием Стантона.

Составим вектор искомых параметров:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \vartheta_r \\ A \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Очевидно, что математическая модель АРПТ (11) является нелинейной относительно искомых параметров A , B_1 и B_2 .

Вектор измерений запишем в следующем виде:

$$\mathbf{Y}_k = \begin{bmatrix} \vartheta_{11k} + \varepsilon_{11k} \\ \vartheta_{21k} + \varepsilon_{21k} \\ \vartheta_{12k} + \varepsilon_{12k} \\ \vartheta_{22k} + \varepsilon_{22k} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где ϑ_{ijk} - измерения температуры газа в двух сечениях канала для двух режимов адаптации; ε_{ijk} - случайные погрешности этих измерений; $k=1, 2, 3, \dots, N$ - порядковый номер измерений.

Теперь решение задачи адаптации АРПТ к условиям измерений сводится к получению оптимальных оценок $\hat{\Theta}$ вектора искомых параметров Θ по измерениям \mathbf{Y}_k на основании математической модели (11) с использованием алгоритма (6)-(9).

Путем дифференцирования уравнений модели (11) по искомым параметрам в соответствии с (9) получим выражения для функций чувствительности h_{ij} прогнозов искомых параметров к измерениям на k -м шаге, составляющих матрицу \mathbf{H} . Все функции чувствительности не позволяет привести ограниченный объем данной работы, но, например, чувствительность прогнозного значения температуры газа к измерению температуры в сечении канала x_1 при значении скорости газа в канале w_1 имеет следующий вид:

$$h_{11} = \frac{\partial \hat{\vartheta}_{11}}{\partial \hat{\vartheta}_r} = e^{-\hat{B}_1}.$$

Перед началом вычислений по алгоритму (6)-(9) необходимо задать начальные оценки искомых параметров (значения которых могут оказать влияние на работу алгоритма):

$$\hat{\Theta}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_0 \\ \hat{A}_0 \\ \hat{B}_0 \\ \hat{B}_D \end{bmatrix}.$$

Для исследования сходимости предложенного алгоритма и выбора особенностей его реализации на практике был проведен значительный объем численных исследований, которые заключались в следующем:

1. Для различных исходных (“эталонных”) значений ϑ_{r0} , A_0 , B_{10} и B_{20} и вариаций скорости потока газа в канале по модели (11) находились температуры термопреобразователей ϑ_{11} , ϑ_{12} , ϑ_{21} и ϑ_{22} ;
2. Суммированием их с генерируемыми датчиками случайных чисел при различных дисперсиях σ величинами ε_{11k} , ε_{12k} , ε_{21k} и ε_{22k} получались выборки (рис. 2), которые являлись исходными данными для численного эксперимента;

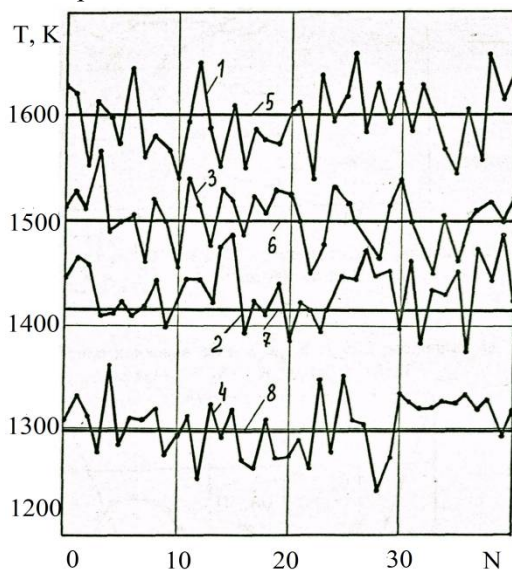


Рис. 2 – Моделирование выборок измеряемых температур: 1, 2, 3 и 4 – измеряемые температуры, соответственно, ϑ_{11k} , ϑ_{21k} , ϑ_{12k} и ϑ_{22k} ; 5, 6, 7 и 8 – эталонные температуры в сечениях канала.

3. Проводилось изучение влияния особенностей реализации метода на скорость и точность сходимости получаемых с помощью алгоритма (6) – (9) оценок искомых параметров к их истинным значениям.

Кроме того, с целью оценки эффективности предложенной процедуры сравнительно с обычными вычислениями на каждом шаге по формуле (10) рассчитывалась температура газа ϑ_r с использованием в качестве температур ТП текущих среднеарифметических значений $\bar{\vartheta}_{11}$, $\bar{\vartheta}_{12}$, $\bar{\vartheta}_{21}$ и $\bar{\vartheta}_{22}$.

В подавляющем большинстве случаев наблюдалась устойчивая сходимость процедуры идентификации для $N \geq 35$ с точностью до 0,2% (рис. 3). С целью оценки эффективности предложенной процедуры искомая температура газа рассчитывалась по температурам газа в сечениях x_1 и x_2 канала также обычными статистическими методами, что не дало положительных результатов. Было исследовано влияние на процедуру сходимости алгоритма таких приемов, как масштабирование искомых параметров (с целью придания им приблизительно равных весов), “взбалтывания” и др.

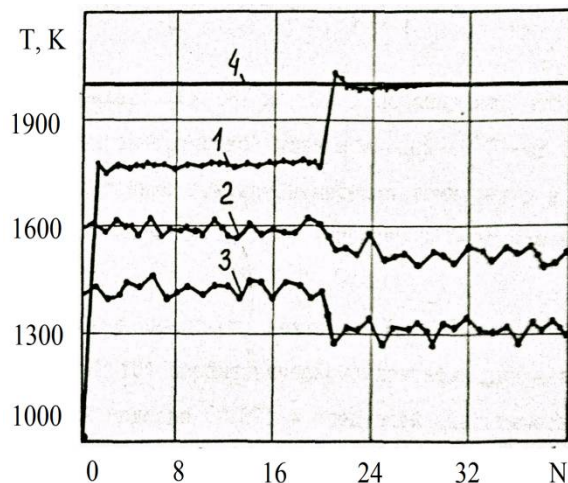


Рис. 3 – Результаты численного эксперимента: 1 - оценка восстанавливаемой температуры газа $\hat{\vartheta}_r$; 2 – измеряемая температура ϑ_1 в сечении x_1 для двух значений скорости потока в канале; 3 - измеряемая температура ϑ_2 в сечении x_2 для двух значений скорости потока в канале; 4 – эталонная температура газа $\hat{\vartheta}_0$ в точке измерения.

Таким образом, предложенный для адаптации РПТ алгоритм его параметрической идентификации позволяет существенно снизить влияние стохастичности исходной измерительной информации, уменьшить необходимый ее объем. Параметризация делает реальным применение предложенного метода на практике, поскольку обычные статистические методы обработки измерительной информации в данном случае бесполезны.

Экспериментальная проверка метода

Экспериментальные исследования метода АРПТ были проведены на высокотемпературном стенде ВТС–2 (на базе авиационного двигателя), который является генератором потока продуктов сгорания керосина с температурами от 1900 до 2300К, скоростями от 300 до 750 м/с и высокой степенью турбулентности. В его входной области размещено сопло Лавалья для получения сверхзвукового течения. АРПТ устанавливался на удалении 100 – 300 мм от среза сопла.

Было изготовлено четыре модификации высокотемпературного измерителя АРПТ из нержавеющей стали, две из которых приведены на рис. 4.

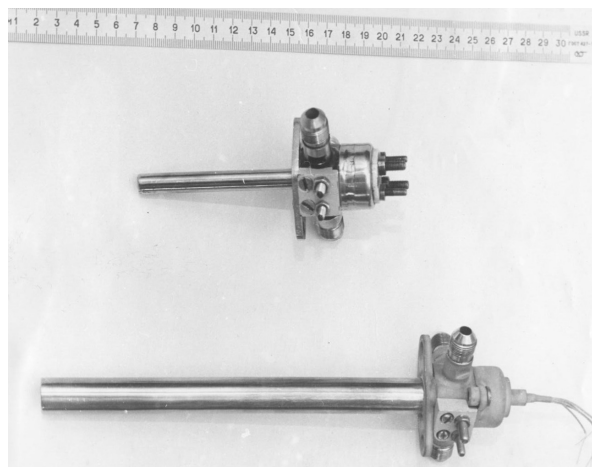


Рис. 4 – Общий вид АРПТ двух модификаций

В данных АРПТ ось измерительного канала и его входное отверстие совпадает с направлением исследуемого газового потока. В качестве контрольного средства измерений использовалась иридий-родиевая термопара, изготовленная нами по разработкам ЦИАМ им. П.Е.Баранова.

Таким образом, экспериментально проверен

метод АРПТ для измерения высоких локальных температур в потоках продуктов сгорания керосина - до 2200К и различных уровнях турбулентности. Подтверждено, что точность превышает возможности известных контактных методов. Кроме того, в устройстве для измерения температур до 1600°С используются хромель-алюмелевые термопары вместо термопар из металлов и сплавов платиновой группы, что намного снижает стоимость измерений. АРПТ, благодаря редукации температур, обладают значительным ресурсом сравнительно с обычными контактными измерителями.

В целом результаты эксперимента подтвердили перспективность предложенного метода измерения температуры газа как параметрической идентификации адаптивного редукационного проточного термопреобразователя.

Выводы

Результаты проведенных численных экспериментов позволили сделать следующие выводы:

1. Разработан метод измерения высоких (до 2500 К) температур газа в двигателях транспортных средств адаптивными редукационными проточными термопреобразователями.
2. Параметрическая идентификация адаптивного редукационного проточного термопреобразователя с применением алгоритма нелинейного фильтра Калмана позволяет измерить температуру газа t_r с погрешностью, не превышающей 0,3%.
3. Для удовлетворительной сходимости процедуры идентификации достаточно не более двадцати измерений температуры ТП.
4. Предложенную методологию параметрической идентификации адаптивного редукационного проточного термопреобразователя с применением алгоритма нелинейного фильтра Калмана возможно и необходимо использовать при проведении других видов косвенных измерений.

Литература

1. Симбирский Д.Ф. Измерение высокой температуры газа как обратная задача

- сложного теплообмена / Симбирский Д.Ф., Петашвили О.М., Павлюк Е.В. / Экспериментальные методы термостойкости и диагностика газотурбинных двигателей: сб. науч. тр. – Харьков : ХАИ. - 1986. - С. 3-22.
2. Симбирский Г. Д. Метод измерения высоких (до 2500 К) температур газовых потоков на основе адаптивных редуцированных проточных термопреобразователей: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук: спец. 05.14.05 „Методы и способы измерения тепловых величин" / Г. Д. Симбирский – Х., 1993. – 19 с.
3. Симбирский Г.Д. Процесс измерений как параметрическая идентификация измерительного устройства / Г.Д. Симбирский / Вестник ХНАДУ : сб. науч. тр. – Харьков: ХНАДУ. – 2015. – Вып. 68. – С. 133–137.

Рецензент: В.М. Колодяжный, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2017 г.